

Neue Analysetechniken für Deformationsmessungen in permanenten Robotertachymeter-Netzen

Ph. Flach¹, D. Naterop²

¹ ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, CH-8093 Zürich

² SolExperts AG, CH-8603 Schwerzenbach

Abstract:

Bei permanenten Deformationsmessungen werden zunehmend Messnetze mit simultan anzielenden Robotertachymetern eingesetzt, deren Messresultate im Sinne eines geodätischen Netzwerkes ausgewertet werden müssen. Da die Automatisierung eine hohe Messdatenfrequenz über Tage und Wochen ermöglicht, liegen genügend Daten vor, um ausgeglichene Koordinaten und Höhen auf systematische Einflüsse hin zu untersuchen, wie beispielsweise Temperaturschwankungen und Instabilitäten in den Referenzpunkten. Um diese signifikante Einflüsse aufzuzeigen und geeignete Modelle zu evaluieren, werden in diesem Beitrag zwei statistische Verfahren präsentiert, wobei das eine auf dem Fisher-Test und das andere auf dem Akaike-Kriterium basiert. Das Akaike-Kriterium weist im Vergleich zum Fisher-Test Vorteile auf, da mit diesem Kriterium die Modelle ohne Widersprüche miteinander verglichen werden können. Grundlage für beide Verfahren ist eine Zeitreihe von Referenzkoordinaten, welche jeweils aus Messungen im Netzwerk stammen und in einer Netzausgleichungen aufbereitet werden. Diese Voraussetzung lässt sich durch Robotertachymeter wirtschaftlich erfüllen, sofern mittels geeigneter Programme die Messdaten automatisch transferiert und ausgeglichen werden. In einem Testnetz, das drei Robotertachymeter enthielt und in welchem die neuentwickelte Software GeoACE der Fa. SolExperts die Messdaten in Echtzeit automatisch übernahm und ausglich, wurde das Akaike-Verfahren praktisch überprüft. Durch diese Techniken liessen sich dabei systematische Effekte besser erkennen, wodurch Deformationen am Objekt einfacher beurteilt werden können.

Keywords: Robotertachymeter, Deformationsmessungen, Robuste Ausgleichung, statistische Modellschätzung, Modelltest, Akaike-Informationskriterium

1 Ausgangslage

Der Einsatz von Robotertachymetern ermöglicht Präzisionsmessungen über lange Messperioden, ohne dass die Ziele von einem Operator angezielt werden müssen. Bisher wurde im Zusammenhang mit Robotertachymetern vor allem über Messanordnungen berichtet, welche nur über eine automatisch anzielende Totalstation verfügten („Freie Stationierung“) oder als Polygonzug aufgebaut wurden, vgl. THÜS [1995] und THUT *et. al.* [1999]. Komplexe Überwachungsaufgaben, bei welchen die Genauigkeitsanforderungen durch GPS nicht erfüllt werden können und bei denen die interessierenden Kontrollpunkte nicht von einer Totalstation allein überwacht werden können, erfordern den Einsatz von mehreren Robotertachymetern in

einem geodätischen Netzwerk. Aus diesem Grund wurden an der ETH Zürich Messkonzepte für Netze mit mehreren gleichzeitig messenden Robotertachymetern untersucht.

Unter Feldbedingungen sind die Robotertachymeter TCA1800 und TCA 2003 über mehrere Wochen im praktischen Einsatz in einem Testnetz der ETH Höggerberg getestet worden. Die Reproduzierbarkeit einer Einzelmessung - berechnet als Standardabweichungen aus sequentiell ausgeführten Messungen über mehrere Stunden hinweg - betrug unter optimalen Umgebungsverhältnissen 0.2 mgon bei den Richtungen und Zenitwinkeln. Für eine einzelne Distanz konnte eine Reproduzierbarkeit von 0.3 mm ermittelt werden, wobei die maximale Zielweite 120 m betrug. Allerdings überlagern äussere, nicht vollständig kontrollierbare Einflüsse, wie zum Beispiel Änderungen der atmosphärischen Refraktion, Temperaturschwankungen und die Stabilität der Referenzpunkte, die hohe Instrumentengenauigkeit und führen zu einer Verschlechterung der Genauigkeit der Punktbestimmung. Da diese Einflüsse häufig miteinander korreliert sind, empfiehlt sich eine statistische Auswertung und Modellierung, wie weiter unten näher erläutert wird.

Während bei Messungen im Testnetz der ETH Höggerberg nur ein Stationspunkt vorlag, wurden in einem zweiten Testnetz drei Robotertachymeter eingesetzt, welche auf drei verschiedenen Stationspunkten plaziert wurden und ein geodätisches Netz bildeten. Dazu wurde eine geodätische Netzberechnung notwendig, bei welcher die Koordinaten jeder Station berechnet und analysiert werden mussten. Dank automatisierter Ansteuerung konnten innert drei Tagen mehr als 150 vollständigen Netzbeobachtungen durchgeführt und ausgeglichen werden. Das umfangreiche Datenmaterial und die für geodätische Deformationsüberwachungen vergleichsweise hohe Messfrequenz ermöglichen daher den Einsatz von statistischen Verfahren, welche auf die Resultate der Netzausgleichungen angewendet werden und systematische Effekte aufdecken können.

2 Besonderheiten bei der Planung von Netzen mit Robotertachymetern

Bei der Planung und Modellbildung für Netze mit Robotertachymetern ist zu beachten, dass exzentrische Messungen aus folgenden Gründen notwendig sind:

- Die von Robotertachymetern besetzten Punkte sollten durch gegenseitige Beobachtungen verbunden werden. Da aber die Robotertachymetern permanent stationiert bleiben, müssen die Reflektoren exzentrisch zur jeweiligen Station aufgestellt werden. Die Reflektoren können oberhalb der Totalstation [KORITTKKE, 1997] aufgestellt werden oder neben der Totalstation auf einer massiven Stahl- oder Betonplatte, welche das Prisma mit der Totalstation verbindet (Abbildung 1)
- Reflektoren auf Punkten, die von mehreren Robotertachymetern angezielt werden, können im Normalfall nicht automatisch gewendet werden. Daher ist je nach Netzgeometrie unter Umständen noch ein weiterer Reflektor für jede zusätzliche Anzielung des Punktes notwendig.
- Der Einsatz von 360°-Reflektoren ist für Deformationmessungen nicht empfehlenswert, da je nach Anzielwinkel relativ zum Reflektor Abweichungen in der Grössenordnung von 2 mm (Lage) bis 3 mm (Höhe) auftreten können [FAVRE, FLACH 1999].

Die exzentrischen Messungen werden bei der Datenaufbereitung zentriert, das heisst direkt mit den entsprechenden geometrischen Korrekturen versehen, so dass die spätere Ausgleichung vereinfacht wird. Um diese Korrekturen zu ermitteln, müssen Orientierung und Abstand des exzentrisch aufgestellten Reflektors zur Totalstation grundsätzlich mit einer Genauigkeit von 0.1 mm bekannt sein.

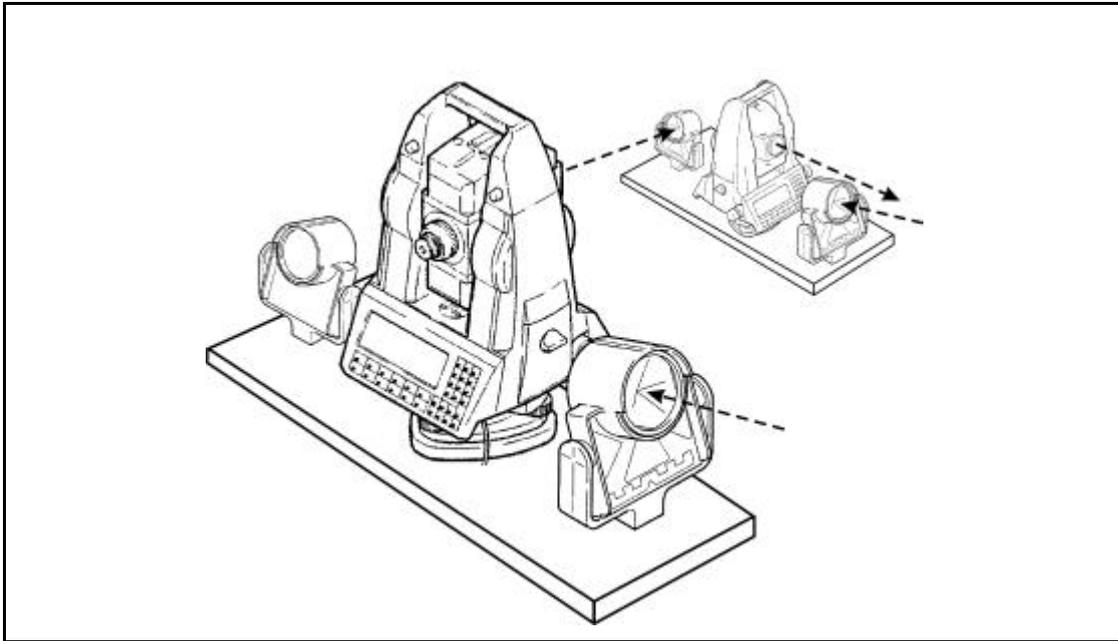


Abbildung 1: Exzentrisches Messen mit Totalstation und Reflektor (schematisch)

3 Behandlung der Referenzpunkte

Grundsätzlich ist die Stabilität des durch Referenzpunkte definierten Bezugssystems für die Qualität der Deformationsüberwachung von grosser Bedeutung. Jedoch kann in der Praxis diese Anforderung nicht beliebig exakt erfüllt werden. Deswegen werden in diesem Beitrag die Referenzpunkte nicht als fix betrachtet, sondern ihre Koordinaten werden ebenfalls mit der Ausgleichung berechnet. Um einen Datumsdefekt zu vermeiden, sind die bekannten Koordinaten der Referenzpunkte als mit zufälligen Abweichungen behaftete Beobachtungen einzubeziehen. Somit können sich auch die Koordinaten der Referenzpunkte verändern, und zwar entsprechend dem Verhältnis zwischen der a priori Genauigkeit der Referenzpunkte und der Genauigkeit der Richtungs- und Distanzbeobachtungen.

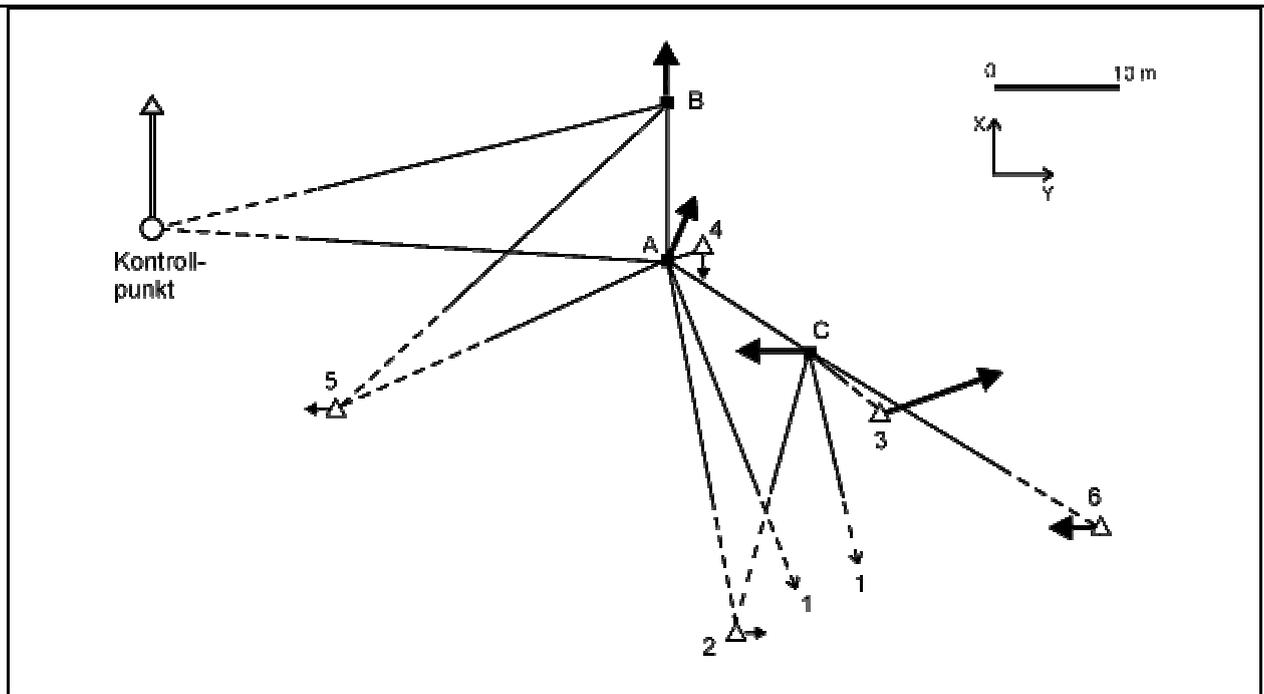


Abbildung 2: Einfluss der Verschiebung von Referenzpunkten (Dreiecke) und Stationspunkte (schwarze Quadrate) auf einen Kontrollpunkt (Kreis).

Der Einfluss von Verschiebungen der Referenz- und Stationspunkte soll durch Abbildung 2 verdeutlicht werden, welche einen Ausschnitt des Testnetzes (Richtungs- und Distanzmessungen) mit 3 Robotertachymetern (A, B, C) darstellt. Hierbei wird deutlich, dass eine Verschiebung des Kontrollpunktes in X-Richtung durch Verschiebungen der Referenzpunkte (1-6) und Stationspunkte (A-C) hervorgerufen werden kann, deren Einfluss in Richtung und Betrag in Abbildung 2 durch die schwarzen Pfeile ausgedrückt wird. Die X- und Y-Komponenten der schwarzen Pfeile korrespondieren im dargestellten Beispiel mit den Koeffizienten der entsprechenden Koordinaten in Gleichung (16).

Äussere Einflüsse erschweren somit die Erkennung tatsächlich vorhandener Deformationen beim Kontrollpunkt. Durch eine geeignete Modellierung, welche die Änderungen der Referenzpunktkoordinaten sowie weitere gemessene Grössen, wie in Abschnitt 4 beschrieben, benutzt, können diese systematischen Einflüsse auf den Kontrollpunkt besser berücksichtigt werden. Dadurch lassen sich die tatsächlich vorhandenen Deformationen am Objekt besser erkennen.

Referenzpunkte mit sehr grossen Verschiebungen im Verhältnis zur Instrumentengenauigkeit verfälschen bekanntlich als „Ausreisser“ die Resultate der Parameterschätzung, falls mit der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen wird. Daher wurden in den vorliegenden Untersuchungen robuste Schätzmethoden bei der Ausgleichung verwendet, wobei ein adaptierter M-Schätzer gemäss WICKI [1998] zum Einsatz kam. Referenzpunkte mit grossen Verschiebungen können durch dieses Vorgehen eliminiert werden, sofern genügend Überbestimmung vorhanden ist.

4 Modellbildung und Evaluation

4.1 Modellierung der äusseren Einflüsse

Wie in Abschnitt 1 oben erwähnt, überlagern äussere Einflüsse die hohe innere Genauigkeit der Robotertachymeter. Um eine Steigerung der Genauigkeit zu erreichen, müssen diese Einflüsse berücksichtigt und entsprechende Korrekturen an die ausgeglichenen Koordinaten und Höhen angebracht werden.

Eine Modellierung wird in praktischen Deformationsüberwachungen empirische Komponenten enthalten, um auch ohne Kenntnis der exakten physikalischen Zusammenhänge die gesuchten Korrekturen mit vertretbarem Aufwand zu ermitteln. Aufgrund der wesentlich höheren Messfrequenz im Vergleich zu manuell ausgeführte Messungen liefern Robotertachymeter ein ausreichend umfangreiches Datenmaterial, welches für eine empirische Modellierung benützt werden kann. Dazu formuliert man mathematische Beziehungen zwischen verschiedenen unabhängigen Variablen x_i (Predictor-Variablen, Regressoren) und der gesuchten abhängigen Variable y (Response-Variable). In diesem funktionalen Modell müssen noch eine Anzahl von unbekanntem Parametern β_i enthalten sein, wobei im folgenden angenommen wird, dass das Modell linearisiert wurde und die unbekanntem Parametern β_i somit als Linearkombination auftreten.

Ziel des im folgenden vorgestellten Verfahrens ist es, aufgrund von vielen Wiederholungsmessungen bei möglichst weit variierenden Zuständen x_i die relevanten Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Messgrößen aufzudecken und zu beschreiben. Dazu kann beispielsweise als abhängige Variable y die Koordinatenänderung in X-Richtung an einem Kontrollpunkt, welcher an dem zu überwachenden Objekt befestigt ist, berechnet werden, wobei das lineare Modell diese Koordinatenänderung in Beziehung mit weiteren Einflussgrößen x_i setzt.

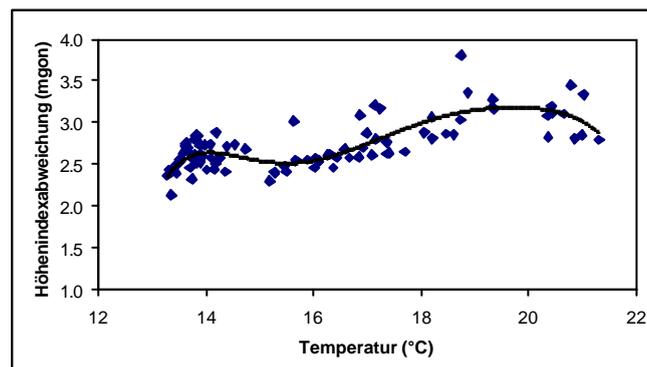


Abbildung 3: Höhenindexabweichung eines TCA 2003 als Funktion der Temperatur

Wiederholungsmessungen lassen sich somit im Sinne einer Zeitreihenanalyse auswerten und können Einflüsse einer gemessenen Variable x auf eine andere Variable y aufdecken. In Abbildung 3 ist dies am Beispiel der Höhenindexabweichung eines TCA 2003 dargestellt, bei welcher sich aufgrund mehrerer Messungen zeigen lässt, dass sie eine Funktion der Temperatur ist. Als Einflussgrößen können bei der Deformationsüberwachung die Temperatur und, sofern in der Modellbildung an gegebenen Koordinaten Verschiebungs-

beiträge zugelassen werden, die Koordinaten der Referenzpunkte verwendet werden. Je nach Aufgabenstellung können noch zusätzliche Grössen eingeführt werden wie Luftdruck, Porenwasserdruck, Luftfeuchtigkeit oder Gezeiten. Die Signifikanz dieser Grössen muss mittels geeigneter Kriterien wie zum Beispiel das Akaike-Kriterium (siehe Kapitel 4.2.2 unten) geprüft werden.

4.2 Lineare Modellbildung

Im folgenden sollen zwei Verfahren vorgestellt werden, mit welchen ein Modell automatisch evaluiert und berechnet werden kann, welches die gewünschte Grösse aus unabhängigen Variablen zu präzizieren vermag. Als Ansatz wird bei beiden Verfahren ein lineares Modell gewählt, in welchem alle gemessenen Variablen vorkommen, welche für die Prädiktion verfügbar sind:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot x_i \quad (1)$$

mit y Abhängige Variable (soll in dem Modell präziziert werden)
 x_i Predictor-Variablen
 m Anzahl der Predictor-Variablen im Modell
 β_i Unbekannte Parameter

Um das Modell zu berechnen, sind genügend Stützwerte ($x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{m,j}; y_j$) notwendig, wobei folgende Beobachtungsgleichungen aufgestellt werden können:

$$y_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot x_{i,j} + e_i \quad (j = 1 \dots n) \quad (2)$$

mit j Index der Stützwerte oder Beobachtungen
 n Anzahl der Stützwerte
 e_j Zufällige Abweichung (Normalverteilt mit Erwartungswert 0 und Varianz σ^2)

Sofern genügend linear unabhängige Beobachtungsgleichungen aufgestellt werden können, lassen sich die Parameter $\hat{\beta}_i$ aus einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate schätzen. Da in diesem Modell (1) alle unbekannt Parameter β_i enthalten sind, wird es im folgenden als Grundmodell bezeichnet. Das Grundmodell kann durch folgende statistische Grössen charakterisiert werden:

$$sse^{(m)} = \sum_{j=1}^n \left[y_j - \left(\hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^m \hat{\beta}_i \cdot x_{i,j} \right) \right]^2 \quad (3)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{sse^{(m)}}{n - p} \quad (4)$$

$$p = m + 1 \quad (5)$$

mit	$sse^{(m)}$	Quadratsumme der Residuen bei m unabhängigen Variablen x_i
	$\hat{\sigma}$	Geschätzte Standardabweichung einer einzelnen Beobachtung
	p	Anzahl unbekannt Parameter β_i
	$\hat{\beta}_i$	Schätzung der unbekannt Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate

Für die automatische Optimierung stellt sich die Frage, ob ein Parameter β_i weggelassen werden darf und, wenn ja, welcher. Mittels der beiden im folgenden beschriebenen Optimierungsverfahren kann dieses Problem gelöst werden.

4.2.1 Optimierungsverfahren mit Fishertest

Ein bekanntes Verfahren, um die Signifikanz von Parametern in einem linearen Modell zu prüfen, ist der Hypothesentest mit Hilfe der Fisher-verteiltern Zufallsvariable. Ausgehend vom Grundmodell mit m Parametern werden $(m-q)$ Variablen weggelassen und das reduzierte Modell mit dem Grundmodell mittels des folgenden F -Wertes verglichen:

$$F = \frac{(sse^{(q)} - sse^{(m)}) / (m - q)}{sse^{(m)} / (n - m - 1)} \quad (6)$$

mit	$sse^{(q)}$	Quadratsumme der Residuen eines Modells, bei welchem $(m-q)$ unabhängigen Variablen weggelassen wurden.
	q	Anzahl unabhängige Variablen im reduzierten Modell ($0 \leq q < m$)
	F	Fisher-verteilte Zufallsvariable

Falls gilt:

$$F < F_{1-\alpha} \quad (7)$$

mit	$F_{1-\alpha}$	Grenzwert der Fischerverteilung mit Irrtumswahrscheinlichkeit α und $(m-q)$ Freiheitsgraden im Zähler und $(n-m-1)$ Freiheitsgraden im Nenner
-----	----------------	--

so war die Entfernung der $(m-q)$ unabhängigen Variablen gerechtfertigt, sonst nicht.

Auf dieser Überlegung aufbauend, verwendet FLURY *et. al.* [1983] einen hierarchischen Algorithmus, um die tatsächlich benötigten Parameter β_i zu suchen. Man geht im Sinne einer Rückwärtselimination vom Modell mit sämtlichen m Variablen aus. Anschliessend werden alle reduzierten Modelle gebildet, bei welchen nur noch $(m-1)$ Variablen vorkommen. Jedes dieser Modelle wird mittels Fishertest gemäss Formel (6) mit dem vollständigen Modell verglichen. Dasjenige mit der kleinsten Testgrösse F wird ausgewählt. Sofern die Testbedingung gemäss Formel (7) erfüllt ist, wird die entsprechende Variable definitiv gestrichen. Anschliessend werden die – ausgehend vom reduzierten Modell - entsprechenden Sub-Modelle mit $(m-2)$ Variablen gebildet und verglichen und so weiter. Der Algorithmus bricht dann ab, sobald die Testbedingung gemäss Formel (7) nicht mehr erfüllt ist. In diesem Fall dürfen keine Variablen entfernt werden, das zuletzt vorliegende Modell wird als definitives Modell angenommen.

Wie in Abbildung 4 dargestellt ist, können nur die Testgrößen F nur zwischen denjenigen Modellen verglichen werden, bei welchen die Menge der Parameter β_i des einen Modells in der Menge des anderen Modells enthalten ist. Wenn diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, können Widersprüche auftreten in dem Sinne, dass ein falsches Modell evaluiert wird, je nachdem in welcher Reihenfolge die Parameter aus dem Modell entfernt werden.

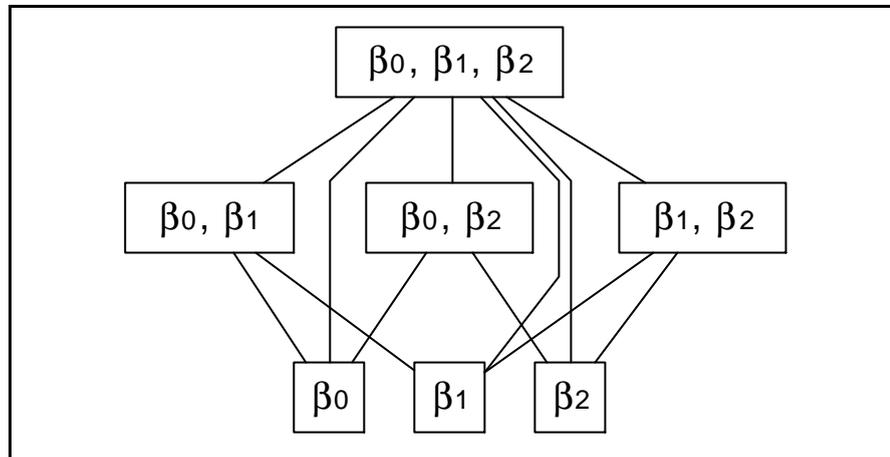


Abbildung 4: Vergleich von Modellen mittels F -Test

Abbildung 4 zeigt Modelle – dargestellt als Rechtecke – aus einer Kombination von 3 unbekanntem Parametern in hierarchischer Gliederung. Die Kanten kennzeichnen erlaubte F -Tests zwischen den jeweiligen Modellen. Damit im Gegensatz zum F -Test sämtliche Kombinationen von möglichen Modellparametern beurteilt werden können, wird im folgenden anstelle des F -Tests das Akaike-Informationskriterium benutzt. Dieses führt zu widerspruchsfreien Vergleichen zwischen allen Parameterkombinationen.

4.2.2 Optimierung nach dem Akaike-Kriterium

Als Vergleichskriterium von verschiedenen linearen Modellen wurde von Akaike [1974] das sog. Akaike Informations Kriterium (AIC) eingeführt.

$$AIC := -\ln P(\mathbf{y}|\hat{\mathbf{q}}) + p \quad (8)$$

mit	$\ln P(\mathbf{y} \hat{\mathbf{q}})$	Maximum-Likelihood-Funktion des Datenvektors \mathbf{y}
	$\hat{\mathbf{q}}$	Nach der Maximum-Likelihood-Methode geschätzter Parametervektor mit den Komponenten $\hat{\beta}_i$ ($i = 0 \dots m$)
	p	Anzahl Parameter im Modell

Beim Vergleich zwischen zwei verschiedenen Modellen beurteilt das AIC-Kriterium dasjenige Modell als günstiger, welches den kleineren AIC-Wert aufweist. Das optimale Modell ist gefunden, wenn AIC minimal ist. Zur Berechnung dieses Werts setzt man voraus, dass die Daten \mathbf{y} aus Realisationen unabhängiger, normalverteilter Zufallsvariablen mit der Varianz σ^2 resultieren.

Im allgemeinen Fall wird die Dichtefunktion $P(\mathbf{y}|\mathbf{q})$ in (8) durch eine n -dimensionale Gaussverteilung mit der skalierten Kovarianzmatrix \mathbf{K} beschrieben, bei welcher die Varianz σ^2 als Skalierungsfaktor verwendet wird:

$$\mathbf{K} = \text{Var}[\mathbf{y}] / \sigma^2 \quad (9)$$

Daraus berechnet sich der Logarithmus der Dichtefunktion zu

$$\ln P(\mathbf{y} | \mathbf{q}) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \ln \det(\mathbf{K}) - \frac{1}{2\sigma^2} [\mathbf{y} - \mathbf{y}(\mathbf{q})]^T \mathbf{K}^{-1} [\mathbf{y} - \mathbf{y}(\mathbf{q})] \quad (10)$$

mit
$$y_j(\mathbf{q}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot x_i \quad (j = 1 \dots n) \quad (11)$$

Zur Berechnung des Maximum-Likelihood-Schätzer des Parametervektors $\hat{\mathbf{q}}$ wird (10) nach \mathbf{q} abgeleitet und die partiellen Ableitungen gleich null gesetzt. Durch Einsetzen von $\hat{\mathbf{q}}$ in (10) folgt:

$$-\ln P(\mathbf{y} | \hat{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2\sigma^2} [\mathbf{y} - \mathbf{y}(\hat{\mathbf{q}})]^T \mathbf{K}^{-1} [\mathbf{y} - \mathbf{y}(\hat{\mathbf{q}})] + C \quad (12)$$

Hierbei wurde die Konstante C eingeführt, welche die von \mathbf{y} und $\hat{\mathbf{q}}$ unabhängigen Terme zusammenfasst.

Unter der Voraussetzung, dass alle Beobachtungen \mathbf{y} unabhängig sind und gleiche Varianzen haben, folgt mit Benutzung von (3):

$$-\ln P(\mathbf{y} | \hat{\mathbf{q}}) = \frac{sse^{(p-1)}}{2\hat{\sigma}^2} + C \quad (13)$$

In (13) ist die unbekannte Varianz σ^2 durch eine Varianzschätzung gemäss (4) ersetzt worden. Hierbei wird die Standardabweichung $\hat{\sigma}$ aus dem Grundmodell berechnet und bleibt für alle Modellvarianten konstant. Durch Einsetzen von (13) in die Definitionsgleichung (8) des AIC-Kriteriums erhält man:

$$2AIC = \frac{sse^{(p-1)}}{\hat{\sigma}^2} + 2 \cdot p \quad (14)$$

Hierbei ist die Konstante C weggelassen und AIC mit 2 multipliziert worden, denn in einigen Softwarepaketen wie beispielsweise S-PLUS (Fa. MathSoft Inc.) wird AIC gemäss (14) berechnet., was aber die Suche nach dem Minimum der AIC-Werte nicht beeinflusst.

Das AIC-Kriterium berücksichtigt einerseits die Quadratsumme der Residuen sse , welche bei der Regression entstehen. Diese Summe nimmt zu, je weniger unbekannte Parameter im Modell enthalten sind. Andererseits enthält das AIC-Kriterium auch die Anzahl p der unbekannter Parameter im Modell. Der AIC-Wert kann daher auch mit steigender Parameterzahl zunehmen. Diese Zusammenhänge sind Abbildung 5 dargestellt, wobei die AIC-Werte aufgrund der Messungen in Netz gemäss Abbildung 2 berechnet wurden.

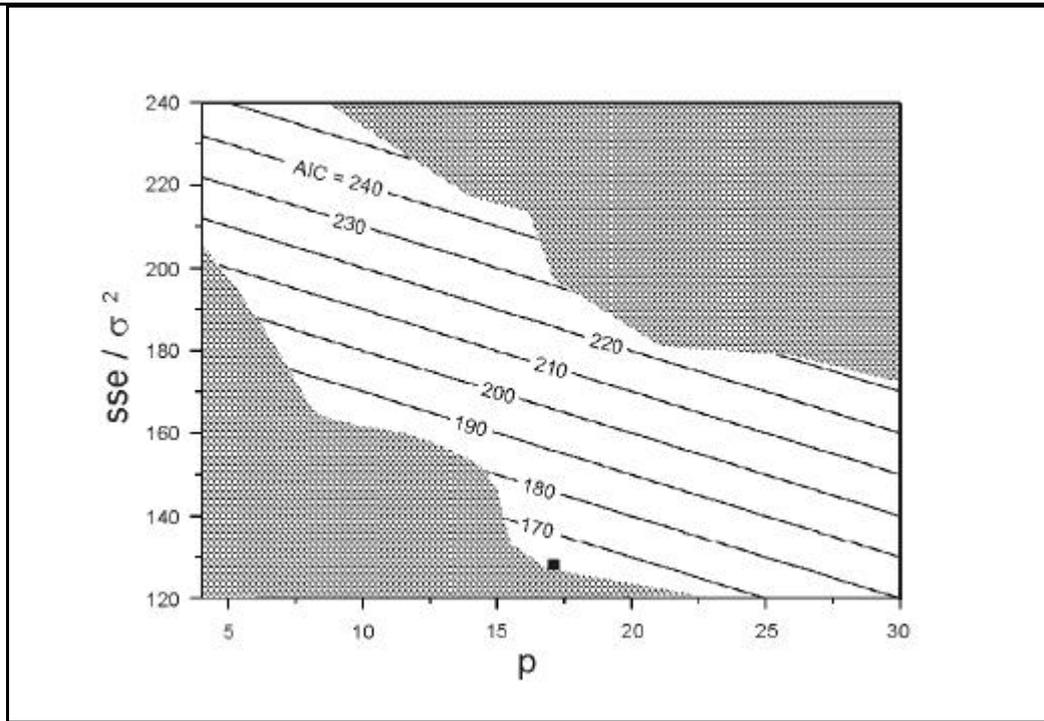


Abbildung 5: Höhengichtlinien für die AIC-Werte als Funktion der Quadratsumme der Residuen sse , welche mit der Varianz $\hat{\sigma}^2$ skaliert wurden, und der Anzahl Parameter p .

In den grauen Flächen existiert keine Kombinationen von p Parametern, welche zu den entsprechenden skalierten Residuensummen $sse / \hat{\sigma}^2$ führen würde. Je nach Netzkonfiguration und Qualität der Messungen können die Grenzen des grauen Bereichs sich geringfügig ändern, ihr Verlauf entspricht aber prinzipiell der Darstellung gemäss Abbildung 5. Da AIC mit der Anzahl p der Parameter linear zunimmt, befindet sich der minimale AIC-Wert stets an der Grenze zu dem unteren grauen Bereich. In der Abbildung 5 ist der minimale AIC Wert mit einem Quadrat markiert. Das heisst, das optimale Modell lässt sich demnach gemäss Abbildung 5 mit 17 Parametern beschreiben.

Ausgehend von einem Grundmodell

$$X_k = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 p + \sum_i \beta_i X_i + \sum_j \beta_j X_j + \sum_k \beta_k X_k \quad (15)$$

- mit T Temperatur [°C],
 p Druck [mBar]
 Y, X, H Koordinaten der Stationspunkte und Referenzpunkte [m]
 X_K Koordinate des Kontrollpunktes [m]

folgt im Beispiel aus Abbildung 5 das folgende, auf 17 Parameter reduzierte optimale Modell für die X-Koordinate des Kontrollpunktes:

$$\begin{aligned} X_K = & 31.1865 - 0.0003T + 0.00002p + 0.9422X_A + 0.8150H_A + 0.5199X_B \\ & - 0.8023Y_C + 0.2542X_1 + 0.4450Y_2 - 0.9431H_2 + 1.5054Y_3 + 0.6147X_3 \\ & - 1.2043H_3 - 0.4750X_4 - 0.6332Y_5 - 1.5911H_5 - 0.4688Y_6 \end{aligned} \quad (16)$$

Bei der Suche nach dem optimalen Modell, ausgehend vom Grundmodell gemäss (15), werden also verschiedene Kombinationen von Parametern entfernt, bis der minimale AIC-Wert gefunden ist. Im Gegensatz zum F -Test garantiert das Akaike-Kriterium den Vergleich aller möglichen Modellkombinationen (vgl. Abbildung 6), ohne dass Widersprüche auftreten werden, welche z. B. beim Vorgehen mittels F -Test möglich sind.

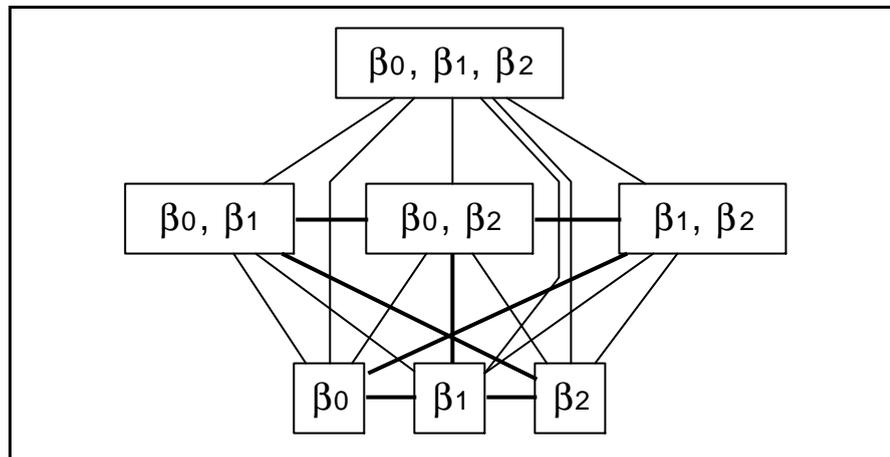


Abbildung 6: Das Akaike-Kriterium erlaubt auch den Vergleich zwischen Modellen, welcher beim F -Test nicht möglich ist (fett gezeichnete Linien)

Auf diese Weise kann das passende Regressionsmodell effizient mit geringer Rechenzeit (< 5 sec auf PC mit einer Taktfrequenz von 266 MHz) bestimmt werden.

Nach der Evaluation des optimalen Modells werden dessen Residuen e_i auf Normalverteilung hin untersucht. Dazu sind die Residuen aufsteigend zu sortieren. Anschliessend wird für jedes Residuum e_i ($e_i \leq e_{i+1}$) der zugehörige Quantilwert z_i der Standardnormalverteilung berechnet gemäss:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_i} \exp(-u^2/2) du = \frac{i}{n+1} \quad \text{für } i = 1 \dots n \quad (17)$$

Die n Wertepaare (e_i, z_i) können in einem Diagramm eingetragen werden und sollten approximativ auf einer Gerade liegen. Eine solche Darstellung wird in Abbildung 8 im nächsten Abschnitt präsentiert.

5 Praktische Untersuchungen

In einem geodätischen Netz mit sechs Referenzpunkten, drei Stationspunkten und sechs Kontrollpunkten werden drei Robotertachymeter eingesetzt, welche jeweils während mehrerer Tage mindestens drei Sätze (I. und II. Fernrohrlage) pro Stunde messen. Ein Ausschnitt des Netzes mit dem zu analysierenden Kontrollpunkt liegt in Abbildung 2 vor. Die von den Robotertachymetern gemessenen Daten werden über eine Schnittstelle in die Software GeoMonitor der Firma SolExperts, Schwerzenbach (Schweiz) importiert .

Nachdem die Rohdaten fachgerecht mit Hilfe der Software GeoACE (Fa. SolExperts) automatisch aufbereitet worden sind, werden die Stations-, Referenz- und Kontrollpunktkoordinaten und -höhen mittels ro-

buster Ausgleichung berechnet. Die Ausgleichung erfolgt automatisch nach jedem Messdurchgang mit dem Programmmodul LTOP der schweizerischen Landestopografie. Die Aufbereitung und Ausgleichung wiederholen sich über einen Integrationszeitraum von drei Tagen, wobei insgesamt 154 gültige Ausgleichungen ausgeführt werden können. Diese Serien von Resultaten seien nun hinsichtlich der Koordinatenänderungen beim Kontrollpunkt (vgl. Abbildung 2) in Y-Richtung zu analysieren.

Um die Vorteile des Modellierung mit Hilfe des AIC-Kriteriums zu demonstrieren, sollen zunächst die Residuen ohne Modellierung systematischer Einflüsse betrachtet werden. Die Residuen ohne Modellierung werden gebildet, indem von der Y-Koordinate der Mittelwert, welcher über alle Messserien ($n = 154$) berechnet wurde, von den der ausgeglichenen Koordinaten subtrahiert wird. Dabei werden die Einflüsse von Temperatur und Verschiebungen in den Referenzpunkten nicht berücksichtigt. Bei der Prüfung auf Normalverteilung gemäss (17) zeigt sich, dass diese Residuen nicht normalverteilt sind, weil die entsprechenden Wertepaare (e_i, z_i) nicht entlang einer Gerade liegen.

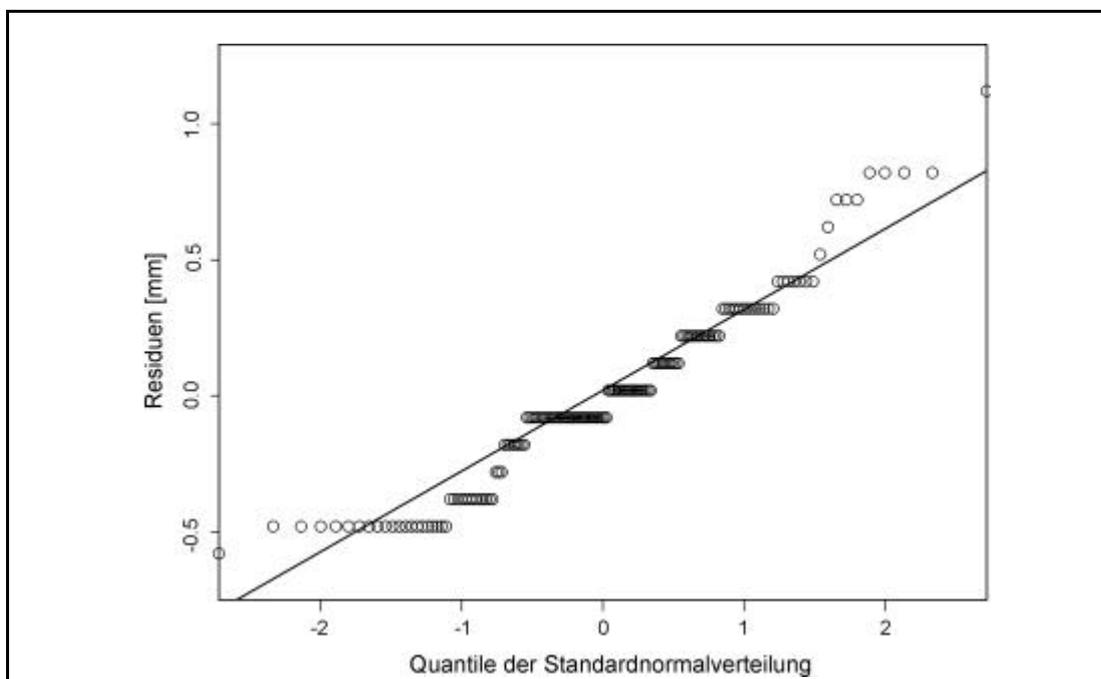


Abbildung 7: Residuen ohne Berücksichtigung von systematischen Einflüssen

Um die systematischen Einflüsse besser zu berücksichtigen, werden daher aus den ausgeglichenen Koordinaten und den gemessenen Meteowerten 154 Beobachtungsgleichungen gemäss (1) aufgestellt. Als Predictor-Variablen dienen somit die gemessene Temperatur, der Druck und die ausgeglichenen Koordinaten und Höhen sämtlicher 3 Stations- und 6 Referenzpunkte.

Mittels des Akaike-Kriteriums können sodann die signifikanten Einflussgrößen identifiziert, und ihre Beträge an die systematischen Koordinatenänderungen des überwachten Kontrollpunktes wie folgt parametrisiert werden:

$$\begin{aligned}
 Y_K = & -0.1529 - 0.0001T + 0.000004p + 0.4059Y_A - 0.5283H_A - 0.2423X_B \\
 & -0.2153Y_C - 0.2907Y_2 + 0.3501H_2 + 0.2386Y_3 + 0.1537X_3 - 0.2727H_4 \\
 & + 0.2002Y_5 + 0.3530H_5 - 0.2780Y_6 - 0.6042H_6
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Abbildung 8 stellt die Residuen dar, bei welchen die systematischen Einflüsse mittels (18) berücksichtigt werden. Dabei werden wiederum die Wertepaare (e_i, z_i) gemäss (17) berechnet. Im Vergleich mit Abbildung 7 wird deutlich, dass die Residuen einerseits wesentlich kleiner geworden sind, und andererseits besser normalverteilt sind, da die Punkte nun approximativ auf einer Gerade liegen.

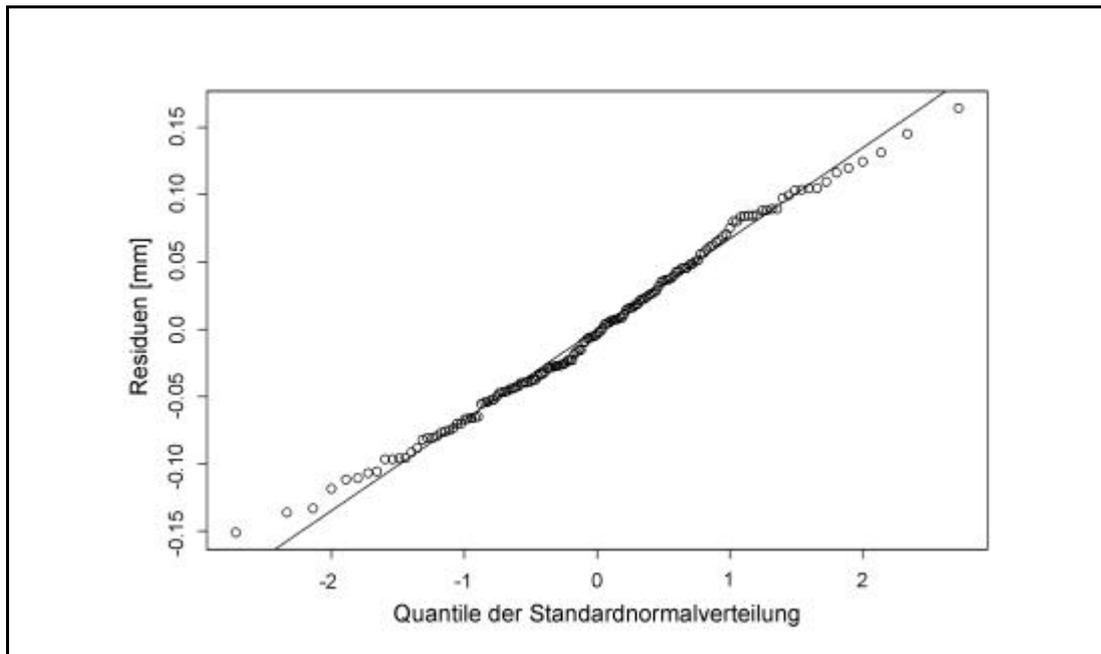


Abbildung 8: Residuen nach der Modellierung von systematischen Einflüssen mit Hilfe des Akaike-Kriteriums

6 Schlussfolgerungen

Erstmals konnte im praktischen Einsatz mit der Software GeoACE ein Verbund von mehreren Robotertachymetern angesteuert werden und somit umfangreiche geodätische Netze permanent gemessen und ausgeglichen werden. Die Ausgleichung sollte robust erfolgen, so dass der Einfluss von fehlerhaften Beobachtungen und grossen Verschiebungen der Referenzpunkten begrenzt wird.

Die Messgenauigkeit moderner Robotertachymeter ist heute bereits derart gross, dass systematische Einflüsse wie Refraktion, Temperaturänderungen oder Bewegungen im Referenzpunktsystem, die zufallsbedingten Messabweichungen der Instrumente überlagern. Dadurch, dass solche Netze aber vorgängig automatisch während einiger Tage im Sinne von Referenzmessungen permanent gemessen werden, lassen sich aufgrund des Beobachtungsmaterials Modelle bilden, welche auf empirische Art und Weise die relevanten Einflüsse gut approximieren können.

Zur Evaluation der Modelle sollten aber geeignete statistische Kriterien wie zum Beispiel das Akaike-Kriterium, hinzugezogen werden, damit möglichst wenige Parameter in die Modellierung eingeführt werden müssen und die Überbestimmung genügend gross bleibt. Die Evaluation geeigneter Modelle kann somit ebenfalls automatisiert erfolgen. Die Automatisierung mittel Robotertachymetern und den geschilderten Softwaremodulen und Analysetechniken ermöglichen somit eine permanente Deformationsüberwachung, Resultate in Echtzeit und von hoher Aussagekraft.

7 Literatur

- AKAIKE, H. [1974]: A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions on Automatic Control, 19(6), 1974, pp. 716-723.
- CAROSIO, A.; REIS, O. [1996]: Geodetic methods and mathematical models for the establishment of new trans-alpine transportation routes. Bericht Nr. 260; Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH Zürich.
- FAVRE, C.; FLACH, PH. [1999]: Stations totales motorisées: Etat de la technique et perspectives d'avenir. Vermessung Photogrammetrie Kulturtechnik 3/99, S. 96-100.
- FLURY, B.; RIEDWYL, H. [1983]: Angewandte multivariate Statistik: Computergestützte Analyse mehrdimensionaler Daten, Verlag Fischer, Stuttgart, New York, 1983. S. 47-61
- KORITTKE, N. [1997]: Zur Anwendung hochpräziser Kreismessungen im Bergbau und Tunnelbau. DMT-Berichte aus Forschung und Entwicklung, Essen.
- THÜS, R. [1995]: Vermessungsarbeiten bei der Rohrvorpressung des Europe Landfall Tunnels unter dem niedersächsischen Wattenmeer. In: Grün, A.; Kahmen, H.: Optical 3-D Measurement Techniques III, Wichmann Verlag, 1995, pp. 317-326.
- THUT, A.; NATEROP, D.; KEPPLER, A. [1999]: SOLEXPERS GeoMonitor: Ein System zur automatischen Überwachung von Bauwerken, tiefen Baugruben und Rutschhängen. VDI Berichte Nr. 1454, Duisburg, 3.-4. März 1999, pp 283-296.
- WICKI, F. [1998]: Robuste Schätzverfahren für die Parameterschätzung in geodätischen Netzen. Diss. ETH Nr. 12894, Zürich 1998.