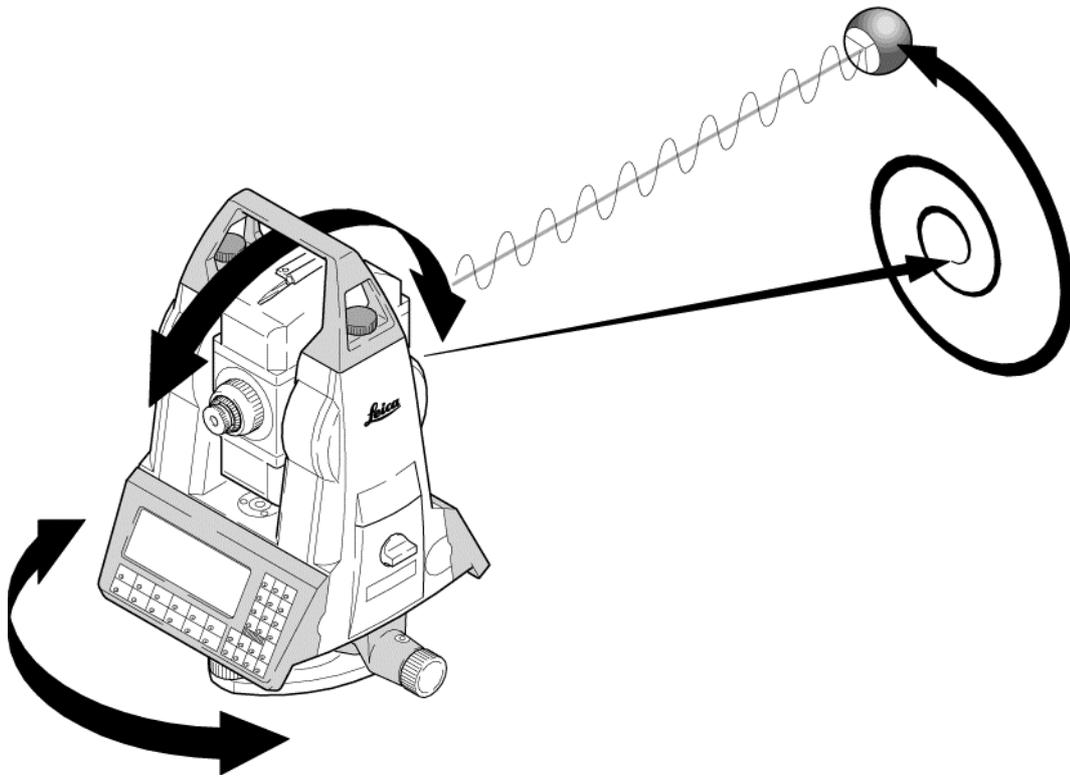


---

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN  
GEODÄTISCHES INSTITUT  
LEHRSTUHL INGENIEURGEODÄSIE

**Monitoring und Deformationsanalyse**  
Vertiefungsfach Ingenieurgeodäsie



---

## **Inhaltsverzeichnis/Sommersemester 2004**

<b>1 Zielstellung einer Deformationsanalyse</b>	<b>4</b>
<b>2 Bezugssystem für Deformationsnetze</b>	<b>7</b>
2.1 Geodätisches Datum	7
2.2 Lagerung von Netzen	8
2.3 Bewertung der Zuverlässigkeit nach Baarda	13
2.3.1 Zuverlässigkeit und Grobfehlersuche	13
2.3.2 Redundanz	14
2.3.3 Grobfehlerstest (Data-Snooping)	17
2.4 Ausgleichung mit Panda	21
<b>3 Strenge Deformationsanalyse</b>	<b>23</b>
3.1 Netzausgleichung	23
3.2 Strategie der Analyse	24
3.3 Die Zwei-Epochen-Analyse	25
3.4 Sensitivität	27
<b>4 Kinematische und dynamische Deformationsmodelle</b>	<b>28</b>
4.1 Quasi-statische Deformationsmodell	28
4.2 Kinematische Modellbildung	29
4.3 Dynamische Modellbildung	32
<b>5 Bauwerksüberwachung und Kalman-Filter</b>	<b>40</b>
5.1 Zustandsbeschreibung	40
5.2 Kalman-Filterung	42
<b>6 Robottachymeter</b>	<b>46</b>
6.1 Zielerfassung und Zielverfolgung	46
6.2 Automatische Zielerfassung	49
6.3 Kinematik	51
6.4 Kalibrierung automatisierter Tachymeter	53

---

## Literatur

- BAUMANN, E.: Vermessungskunde. Band 1: Einfache Lagemessung und Nivellement. 4. Auflage, Dümmlers Verlag, Bonn 1994.
- HEUNECKE, O.; KUHLMANN, H. (1997): Fachübergreifende Deformationsanalyse am Beispiel der Untersuchung des Tagesganges eines Pylons. In: Messtechniken und Auswertalgorithmen für die praktische Deformationsanalyse, Schriftenreihe des DVW, Heft 30
- KUHLMANN, H. (1996): Ein Beitrag zur Überwachung von Brückenbauwerken mit kontinuierlich registrierenden Messungen. Wiss. Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Band 218.
- MÖSER, M. (1984): Funktional-stochastische Modellierung von Hangrutschungen aus der Analyse kurzer Zeitreihen. Dissertation, TU Dresden.
- MÖSER, M.; MÜLLER, G.; SCHLEMMER, H.; WERNER, H. (2000): Handbuch Ingenieurgeodäsie, Band: Grundlagen. 3. Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg.
- NIEMEIER, W. (1985): Deformationsanalyse. In: Pelzer, H. [Hrsg.]: Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II. Vermessungswesen bei Konrad Wittwer. Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- NIEMEIER, W. (1985): Netzqualität und Optimierung. PELZER (Hrsg.): Geodätische Netze in Landesvermessung und Ingenieurvermessung II. Vermessungswesen bei Konrad Wittwer .
- WELSCH, W.; KUHLMANN, H.; HEUNECKE, O. (2000): Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen. MÖSER, M. et al. (Hrsg.): Handbuch Ingenieurgeodäsie. Wichmann Verlag, Heidelberg.
- PELZER, H. (1985): Statische, kinematische und dynamische Punktfelder. In: Pelzer, H. [Hrsg.]: Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II. Vermessungswesen bei Konrad Wittwer. Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- PFEUFER, A. (1993): Analyse und Interpretation von Überwachungsmessungen - Terminologie und Klassifikation. ZfV Heft 8/9.
- FIG-AD-HOC COMMITTEE 6.6 (1993) unter Leitung von Pfeufer, A., Milev, G., Proszynski, W., Steinberg, G., Teskey, W.F., Welsch, W.: Report of the Ad-Hoc Committee on Classification of Deformation Models and Terminology. 7. International FIG-Symposium on Deformation Measurements Alberta, Proceedings, pp. 66-76

# 1 Zielstellung einer Deformationsanalyse

## Stütz- und Objektpunkte

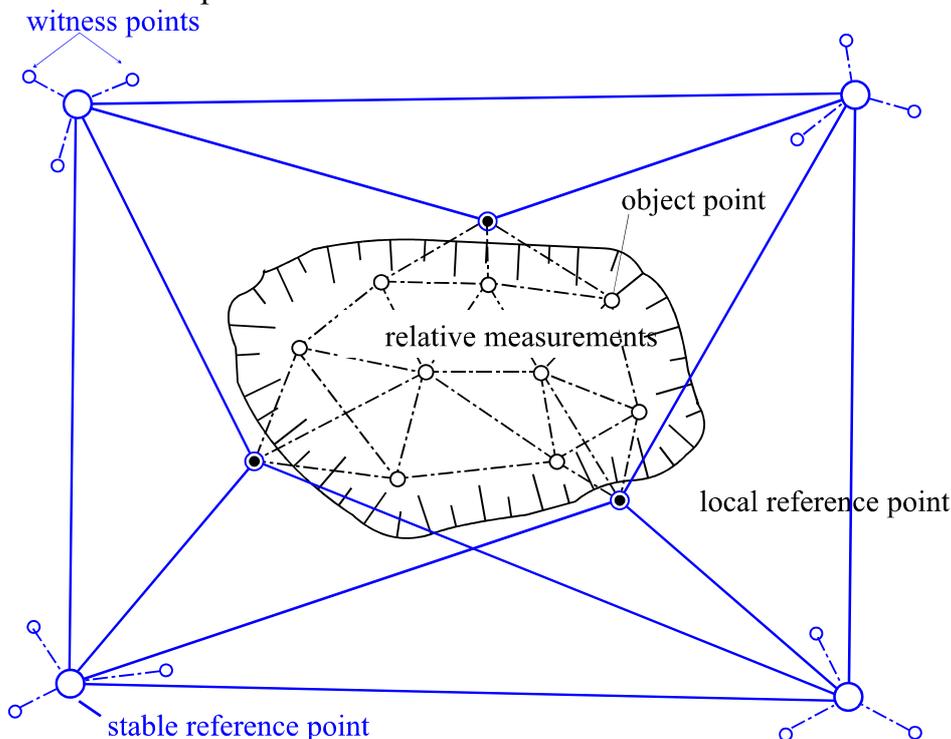
Deformationen werden bestimmt, indem „maßgebende Punkte“ von „Festpunkten“ aus eingemessen werden. Die Koordinaten der „bewegten“ Punkte werden fortlaufend gemessen und die Differenzen zur Ursprungsmessung gebildet. Diese Differenzen sind dann die Deformationen. Die wichtige Frage, ob die **Festpunkte** tatsächlich fest geblieben sind, wird nicht gestellt.

Seit den 80er Jahren wurden Konzepte (Deutschland, Kanada) für eine Deformationsanalyse erarbeitet. Dabei handelt es sich um die Anwendung der Ausgleichsrechnung und moderner Strategien, wie die *Grobfehlersuche* oder die *Optimierung* des Messungsplanes.

Die Deformationsanalyse soll klären, ob sich auf Grund der Messergebnisse Netzpunkte im Zeitraum zwischen zwei Messungen verändert haben. Man spricht danach nicht mehr von Festpunkten, weil diese Frage zunächst offen bleibt, sondern von **Stützpunkten**. Diejenigen Punkte, die die etwaige Bewegung des Messobjekts möglichst charakteristisch repräsentieren, nennt man **Objektpunkte**.

## Epochen-Vergleich

- Null- oder Bezugsmessung
- Folgemessung
- zwei aufeinanderfolgende Epochen
- zwei beliebige Epochen
- mehrere Epochen



*Deformationsnetz: Deformationen werden durch Analyse von Bewegungen einzelner Punkte oder Teile eines Netzes bestimmt.*

### ➤ **Aufgabe**

- Zwischen den Messepochen veränderte Punkte von den unveränderten trennen
- Epochen-Netze auf Kongruenz untersuchen
- Aus den Messungen zwischen den ausgewählten Punkten unterscheidet man einstufige und zweistufige Netze
- Deformationsnetz: Messung derselben Messelemente, Messinstrumente, äußere Bedingungen, Beobachter

### ➤ **Auswertemethoden**

#### • **Ausgleichungsverfahren**

- MKQ, Netzausgleichungen, Regression
- KALMAN - Filterung: Verknüpfung Ausgleichungs- mit Bewegungsmodell; Aufdatieren des Koordinatenvektors und der Kovarianzmatrix
- Kollokation: Glättung, Filterung, Prädiktion, Trend, Kovarianzfunktion
- Robuste Schätzverfahren: Unempfindlichkeit gegenüber Abweichungen von Modellannahmen (MKQ, NV)

#### • **Transformationen**

- Zwischen Bezugssystemen: Datumstransformationen
- Objektzuständen (Strainanalyse) → Ähnlichkeits- und Affintransformationen

#### • **Zeitreihentheorie**

- kontinuierliche Messreihen aus automatisierten Messverfahren; Autokorrelations- und Kreuzkorrelationsfunktionen, Berechnung von Powerspektren

#### • **Statistische Bewertungen und Tests**

- Festpunktanalyse in Netzen, Kongruenztests

#### • **Modellbildung**

- statisches, kinematisches dynamisches Modell

### **Ziele und Probleme der Deformationsanalyse**

Das Ziel der geometrischen Deformationsanalyse ist es festzustellen, welche Objektpunkte bzw. -punktgruppen zwischen zwei Formzuständen oder Zeitpunkten (Epochen) signifikante Deformationen (Art und Größe) erfahren haben.

### **Signifikanzproblem**

Messungen sind in gewissen Grenzen immer fehlerbehaftet. Bei sorgfältiger Kalibrierung und messtechnischer Erfassung werden zumindest zufällige Messungenauigkeiten einen Einfluss haben.

In der Regel wird man ein Messkonzept so entwerfen, dass diese Ungenauigkeiten unter den zu erwartenden Deformationen bleiben. Jedoch gibt es auch Grenzfälle, insbesondere im hochpräzisen Messbereich, bei denen man gerade an den Deformationen interessiert ist, die sich im Bereich der Signifikanzschwelle befinden.

### **Ausreißerproblem**

Neben den nicht vermeidbaren zufälligen Messungenauigkeiten können die Messungen durch einzelne grobe Fehler (Ausreißer) verfälscht sein. Rechenverfahren zur automatischen Identifizierung solcher Ausreißer sind anzuwenden. Verfahren hierzu sind aus der Ausgleichsrechnung bekannt (z. B. robuste Schätzmethoden oder Data Snooping). Jedoch können auch nicht entdeckbare (kleine) grobe Fehler Auswirkung auf zu berechnende Deformationen haben. Eine Beurteilung der Deformationen auf Zuverlässigkeit sollte Bestandteil einer Deformationsanalyse sein.

### **Festpunktproblem**

Ein Problem von entscheidendem Einfluss auf die Richtigkeit der Ergebnisse einer Deformationsanalyse ist das Festpunktproblem (auch Lagerungs- oder Datumsproblem).

Bereits bei der Anlage eines aus mehreren Messpunkten bestehenden Deformationsnetzes sind neben den das Objekt repräsentierenden Objektpunkten sogenannte Stützpunkte außerhalb des Objekts festzulegen, die als stabil zwischen den Messepochen angesehen werden sollen. Tatsächlich kann diese Stabilität nicht garantiert werden, so dass bei der rechnerischen Auswertung entweder die Gefahr besteht, aufgrund falscher Voraussetzungen fehlerhafte Berechnungsergebnisse zu erzeugen, oder aber die Schwierigkeit vorliegt, nicht stabile Stützpunkte zu identifizieren.

### **Datumsproblem**

Die Vermessung eines geodätischen Netzes durch Horizontalrichtungen, Strecken, Zenitdistanzen, nivellierte Höhenunterschiede und durch Basislinien mit satellitengestützten Verfahren hat zunächst die Aufgabe, die gegenseitige Lage der Punkte, zu bestimmen und die innere Netzgeometrie festzulegen. Im Allgemeinen wird jedoch angestrebt, über die innere Geometrie hinaus die Koordinaten der Netzpunkte in einem bestimmten Koordinatensystem zu ermitteln. Dies ist jedoch nicht ohne weiteres möglich, da zusätzliche Informationen, die in den Beobachtungen nicht enthalten sind, benötigt werden.

## 2 Bezugssystem für Deformationsnetze

### 2.1 Geodätisches Datum

Durch ein **Referenz-** oder **Bezugssystem** werden Modelle, Parameter, Konstante bereitgestellt, die für die Beschreibung mathematischer oder physikalischer Sachverhalte dienen.

Geodätische Referenzsysteme werden durch Koordinatensysteme definiert, über die gewisse Verfügungen getroffen werden. Im kartesischen Koordinatensystems betreffen die Verfügungen das **geodätische Datum** mit den 7 Freiheitsgraden

- Skalierung: 1 Maßstabsfaktor  $m$
- Lagerung: 3 achsenparallele Translationen  $\vec{r}_0 = (t_x, t_y, t_z)$
- Orientierung: 3 Rotationen um die Koordinatenachse  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$

mit dem Datumsdefekt  $d$ .

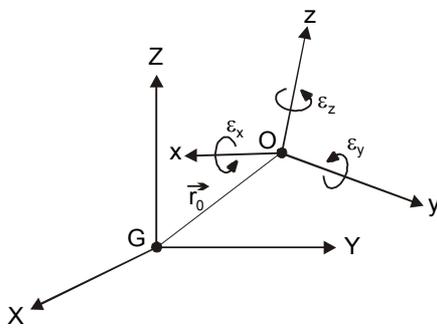


Abb. Geodätisches Datum

**Beispiele:** Ein kartesisches Koordinatensystem, dessen Ursprung in das Geozentrum gelegt ist und dessen Achsen so orientiert sind, dass sie parallel zur Rotationsachse der Erde und durch den Nullmeridian bzw. senkrecht dazu verlaufen, ist für **satellitengestützte** Vermessungen vereinbart. In der **Landesvermessung** werden häufig krummlinige Koordinatensysteme verwendet, die auf Referenzellipsoide bezogen sind, deren Größe, Form, Lagerung und Orientierung sich nach den Bedürfnissen eines Landes oder eines Kontinentes richten. Die **Ingenieurvermessung** stützt sich auch auf lokale Koordinatensysteme, deren Lagerung und Orientierung der jeweiligen Aufgabenstellung angepasst werden.

Ein Referenzsystem wird durch den Referenz- oder Bezugsrahmen (*reference frame*) realisiert, d. h. sichtbar gemacht.

Dies wird durch Punkte realisiert, die auf der Erdoberfläche vermarktet sind und durch ihre systembezogenen Koordinaten die Verbindung zum Referenzsystem herstellen. Die Punkte eines Bezugsrahmens, an die die (relativen) geodätischen Netzbeobachtungen angeschlossen werden, übertragen das geodätische Datum des Referenzsystems auf das Netz. Mit Hilfe dieser Datumspunkte gelingt es, die Punkte eines geodätischen Netzes in einem vorgegebenen Referenzsystem zu koordinieren.

Durch die Übertragung des geodätischen Datums auf ein Netz wird dessen Lagerung, Orientierung und Maßstab im Referenzsystem bestimmt.

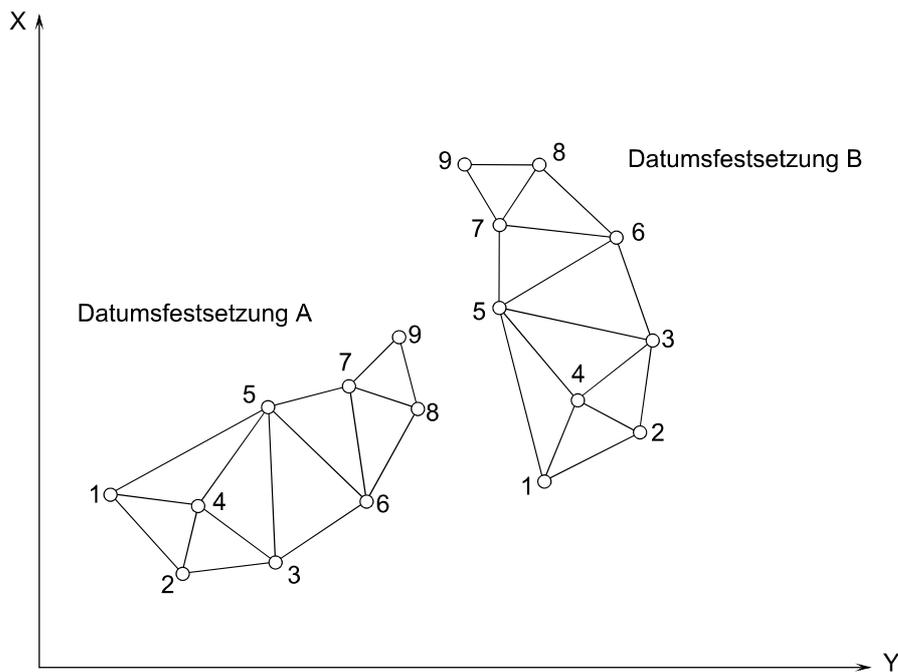


Abb. Gleiche Netzgeometrie - unterschiedliches Geodätisches Datum

## 2.2 Lagerung von Netzen

Im funktionalen Modell wird der Zusammenhang zwischen den Beobachtungen und den Unbekannten: 3D-Koordinaten, die Orientierungsunbekannte, Maßstabsfaktoren und Additionskonstanten beschrieben.

Die Verbindung der Beobachtungen und Unbekannten zu einem Koordinatensystem (Festlegung der „äußeren Orientierung“) erfolgt entweder über Festpunkte mit bekannten Koordinaten oder über zusätzliche Bedingungen. Die Lagerung eines Netzes ist verbunden mit dem geodätischen Datum und der Ausgleichung.

### Datumsdefekt

Je nach Beobachtungsart gibt es stets eine Anzahl von Datumparametern, die nicht bestimmt sind und über die deshalb frei verfügt werden kann aber auch muss, um die gewünschten Koordinaten berechnen zu können.

Die Anzahl der Datumparameter, über die frei verfügt werden kann, aber durch Bezugspunkte auch verfügt werden muss, hängt also von der Art der Beobachtungen eines Netzes ab. Werden alle Koordinaten der Punkte, auf denen Messungen ausgeführt wurden, als unbekannte Parameter angesehen, treten in den für den Ausgleichsalgorithmus benötigten Koeffizientenmatrizen der Beobachtungs- und Normalgleichungen Rangdefekte (**Datumsdefekte**) auf, die eine reguläre Behandlung der Netzausgleichung verhindern.

Durch die Beobachtungen ist das Datum nur unvollständig bestimmt. Erst nach Einbeziehung einer der Zahl der freien Datumparameter entsprechenden Zahl von Referenzpunktkoordinaten (Altpunkte) können die Datumsdefekte behoben und die Netzpunkte in einem vorgegebenen Referenzsystem koordiniert werden.

Die Verbindung zwischen den Beobachtungen und den Koordinaten wird über die Singularität der Konfigurationsmatrix  $A$

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$$

hergestellt, wenn im Unbekanntenvektor  $\hat{\mathbf{x}}$  die Koordinaten der bei der Messung verwendeten Festpunkte aufgeführt werden. Die Normalgleichungsmatrix

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$$

besitzt einen Rangdefekt  $d$  für den gilt  $d = u - r$ ,

wobei  $r$  der Rang der Normalgleichungsmatrix  $\mathbf{N}$  ist. Da sich der Rangdefekt aus der fehlenden Datumsfestlegung ergibt, wird dieser auch als **Datumsdefekt**  $d$  bezeichnet. Der Datumsdefekt ergibt sich aus dem fehlenden Bezug zwischen den Beobachtungen und dem Koordinatenrahmen. Die Größe des Datumsdefektes hängt von der Netzdimension ab und kann beseitigt werden, indem in die Ausgleichung folgende Größen einzubeziehen sind

- Richtungsnetz  $d = 4$ : ein Festpunkt, ein Richtungswinkel und eine Strecke bzw. 2 Festpunkte
- Strecken- und kombinierten Netz  $d = 3$ : ein Festpunkt und ein Richtungswinkel
- im Höhennetz  $d = 1$  ein Festpunkt.

**Beispiele:**

1. Durch die elektronische Entfernungsmessungen ist der Datumparameter "Maßstab" bestimmt. Infolge der Orientierung der klassischen geodätischen Instrumente am physikalischen Lot ist über die beiden Datumparameter "Rotationen um die horizontalen Koordinatenachsen" verfügt.
2. Durch die Bestimmung von Basislinien durch satellitengestützte Beobachtungen sind vier Datumparameter (der Maßstab und die drei Rotationen um die Koordinatenachsen) festgelegt.

Beobachtungsart	$t_x$	$t_y$	$t_z$	$\epsilon_x$	$\epsilon_y$	$\epsilon_z$	$m$
Höhenunterschied							
Streckenmessung							
GPS/Koordinatendifferenzen							
2D-Lagenetz							

## Netzausgleichung

Übersteigt die Anzahl der Festpunktkoordinaten den Datumsdefekt, so wird durch die Festpunkte ein Zwang auf die durch die Beobachtungen festgelegte Netzgeometrie (z.B. Maßstabsänderungen) ausgeübt.

Bei der **Ausgleichung unter Zwang** werden mehr Festpunkte zur Datumsbestimmung des Netzes verwendet als notwendig wären ( $n_{\text{Festpunkte}} > d$ ). Das Datum der Festpunkte wird dadurch auf das Netz übertragen, und die Netzgeometrie wird angepaßt. Der auf das Netz ausgeübte Zwang ist von den Genauigkeitsmaßen der Anschlußkoordinaten und Beobachtungen abhängig.

Bei der **zwangsfreien Ausgleichung** werden genau so viele Punkte als fehlerfreie Festpunkte angenommen, wie zur eindeutigen Festlegung des Netzes in einem äußeren Bezugssystem notwendig sind ( $n_{\text{Festpunkte}} = d$ ). Die Netzgeometrie wird nicht geändert. Die Singularität wird beseitigt, indem  $d$  Koordinaten (Unbekannte) der Festpunkte nicht an der Ausgleichung teilnehmen. Bei angeschlossenen Netzen wird der Datumsdefekt, z.B.  $d = 4$  bei 2 Festpunkten im Richtungsnetz, durch Festhalten der Ausgangskordinaten beseitigt.

## Freie Ausgleichung

Als freie Netze bezeichnet man Höhen- und Lagenetze, die an keinem vorgegebenen Festpunkt anschließen. Man betrachtet jeden Netzpunkt als Neupunkt. Die Koordinaten aller Punkte werden als Unbekannte eingeführt. Damit wird die Anzahl  $u$  der Unbekannten größer als die zur eindeutigen Lösung notwendige Anzahl  $n_e$  der Messungen. Die Normalgleichungsmatrix ist singulär (NGL nicht lösbar) mit dem

- Rangdefekt  $d = 3$  bei Strecken- und kombinierten Netzen
- Rangdefekt  $d = 4$  bei Richtungsnetzen.

Die Singularität von  $\mathbf{N}$  wird behoben, indem in die Ausgleichung Bedingungsgleichungen (Matrix  $\mathbf{G}$ ) aufgenommen werden, die den Rangabfall von  $\mathbf{N}$  ausgleicht.

**Beispiel:** Richtungsnetz mit 4 Bedingungsgleichungen

$$[\delta x] = 0 \quad (\text{Translation in } x\text{-Richtung})$$

$$[\delta y] = 0 \quad (\text{Translation in } y\text{-Richtung})$$

$$[x_0 \delta y - y_0 \delta x] = 0 \quad (\text{Rotation um den Netzschwerpunkt})$$

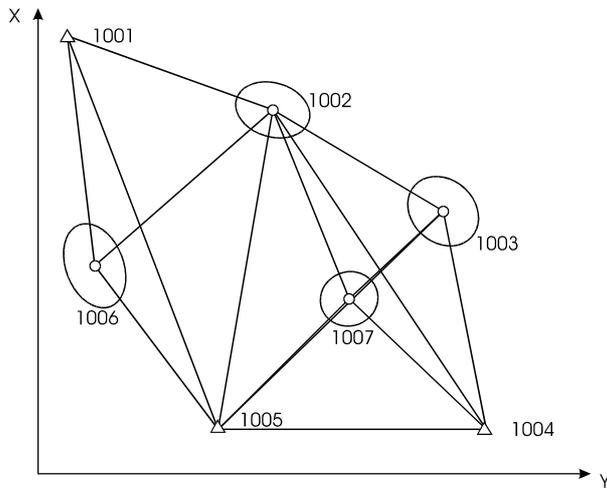
$$-\cos t_{A,B}^0 \delta x_A - \sin t_{A,B}^0 \delta y_A + \cos t_{A,B}^0 \delta x_B + \sin t_{A,B}^0 \delta y_B + s_{A,B}^0 - s_{A,B} = 0 \quad (\text{Maßstab})$$

Das Netz kann auf allen Netzpunkten (**Gesamtpurminimierung**) oder auf einen Teil der Netzpunkte (minimale Anzahl der Netzpunkte = Dimension des Netzes) (**Teilspurminimierung**) gelagert werden.

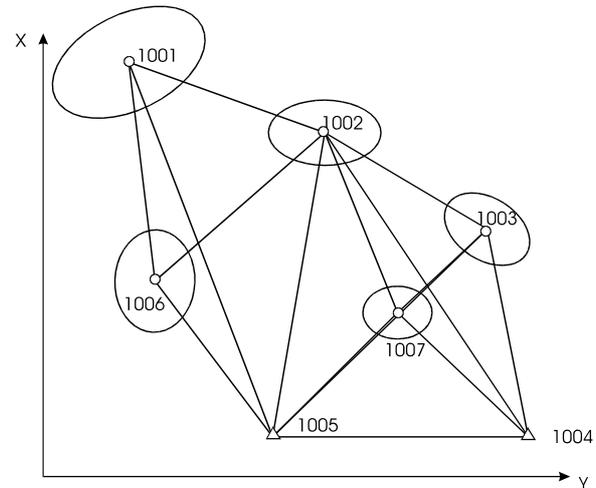
Die Netzgeometrie bleibt erhalten und ist unabhängig von der Datumsbestimmung. Die Datumswahl ist für das Ausgleichungsergebnis wesentlich. Die ausgeglichenen Koordinaten und die meisten Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsmerkmale für die Netzpunkte sind von der Datumsverfügung abhängig.

**Beachte:** Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsmaße der Beobachtungen sind dagegen datumswahl-invariant. Eine freie Netzausgleichung eignet sich deshalb besonders für die Suche nach groben Beobachtungsfehlern.

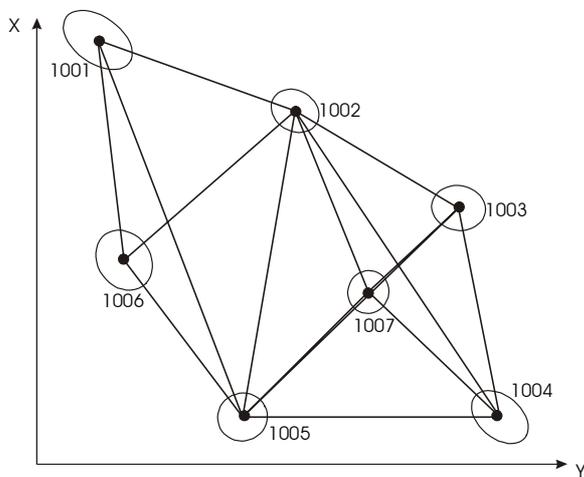
**Beispiel:** Netz (200 x 200 m) mit a priori  $\sigma_r = 0,5 \text{ mgon}$   $\sigma_s = 2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$



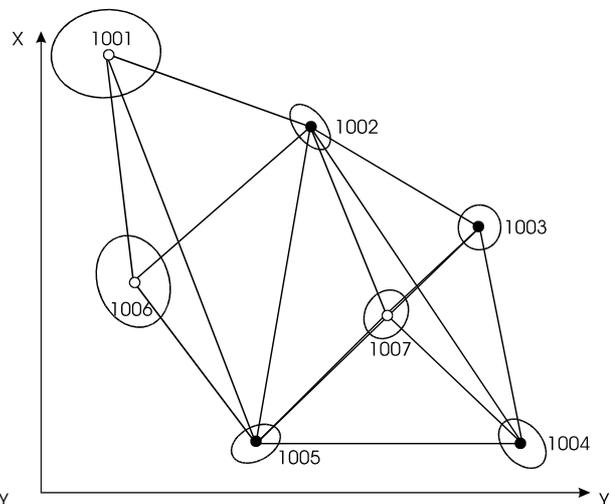
*Ausgleich unter Zwang:  
Festpunkte 1004, 1005, 1001  
1005*



*Zwangsfreie Ausgleichung:  
Datumspunkte und Festpunkte: 1004,  
1005*



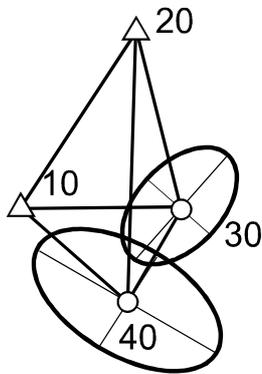
*Freie Ausgleichung  
mit Gesamtpurminimierung*



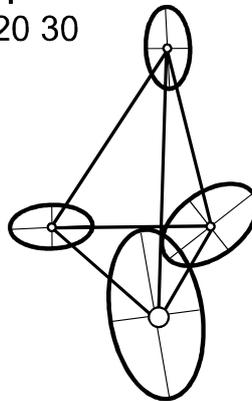
*Freie Ausgleichung mit  
Teilsurminimierung: Datumspunkte 1002-  
1005*

**Beispiel:** Die Lagerung unter verschiedenen Datums zeigt das richtungsbestimmte Viereck mit der Redundanz aus den Diagonalen.

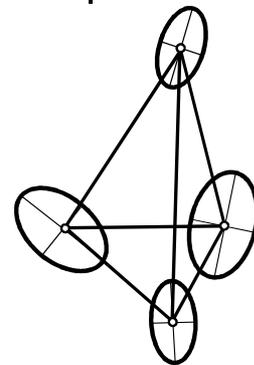
Fall 1  
10, 20 fest



Fall 2  
Teilspur  
10, 20 30



Fall 3  
Gesamtspur



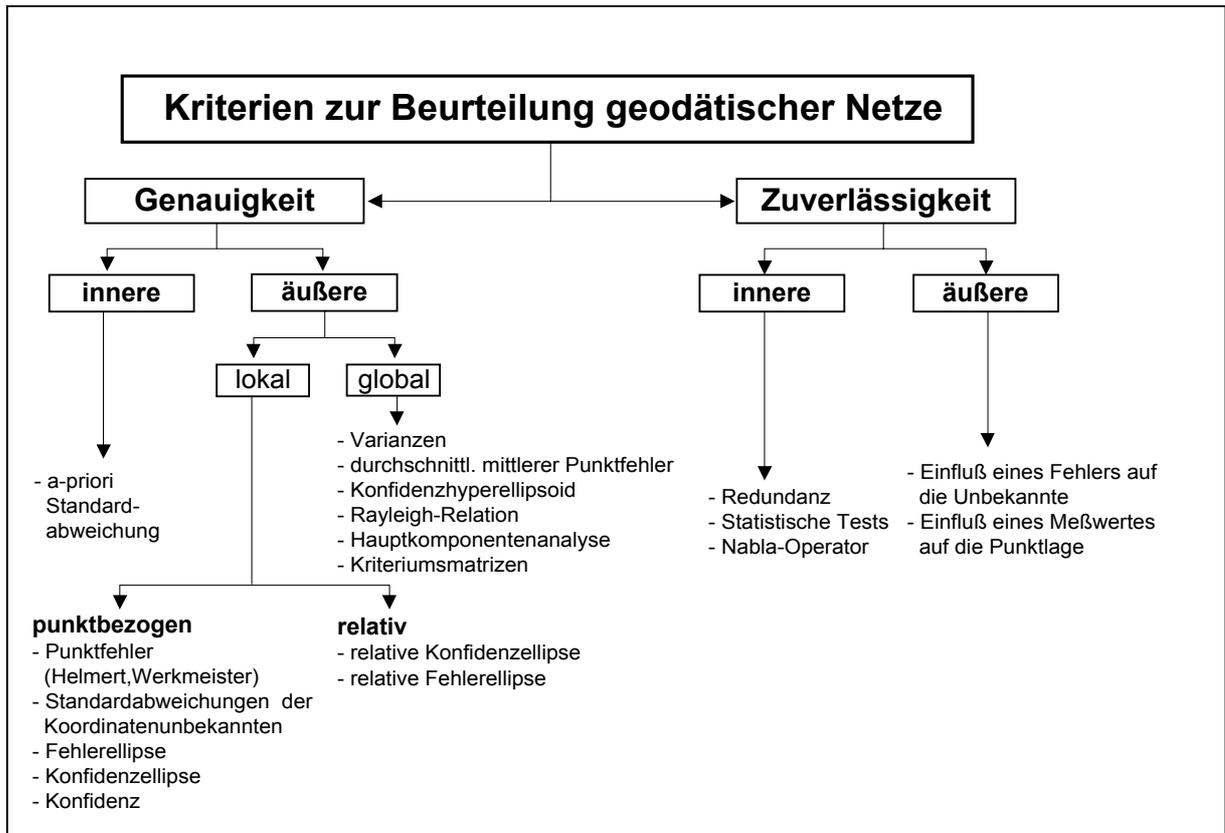
- △ Festpunkt
- Datumpunkt
- Neupunkt

*Abb. Datumsfestlegung*

In Fall 1 mit festem Datum wird die gesamte Messunsicherheit auf die beiden "freien Punkte" abgewälzt; im Fall 3 dagegen - unter Beachtung der Geometrie - optimal auf alle Datumpunkte verteilt. Im Fall 2 mit der Teilspur entstehen sehr ungleiche Verhältnisse, was sehr zu beachten ist, wenn ein ursprünglicher Stützpunkt wegfällt.

## 2.3 Bewertung der Zuverlässigkeit nach Baarda

### 2.3.1 Zuverlässigkeit und Grobfehlersuche



(Diplomarbeit WEIßENBERG; P., 2000)

- ✓ Genauigkeitsmaße nur korrekt, wenn Ausgleichungsmodell richtig
- ✓ Modellfehler: funktionale Beziehungen zw. Beobachtungen und Unbekannten, grobe Beobachtungsfehler und falsche Varianzen a priori und Gewichte
- ✓ Aufdeckung grober Fehler im Beobachtungsmaterial - Überbestimmung (Redundanz) erforderlich, um eine netzinterne gegenseitige Kontrolle vorzunehmen
- ✓ Kontrollierbarkeit der Messwerte auf grobe Fehler mit Hilfe von statistischen Testverfahren zur Fehlersuche
- ✓ Mit welcher Sicherheit wird ein grober Fehler entdeckt?
- ✓ Wie groß muss ein grober Fehler mindestens sein, damit er mit einer bestimmten Sicherheit aufgedeckt wird?
- ✓ Welchen Einfluss haben kleine grobe Fehler auf die Ausgleichung?
- ✓ Theorie der Hypothesentests

Geodätische Messungen gelten als zuverlässig, wenn

*Grobe Fehler (GF)* mit hoher Wahrscheinlichkeit aufdeckbar und nicht aufgedeckte *GF* ohne spürbaren Einfluss sind.

### 2.3.2 Redundanz

Der Redundanzanteil ist der Betrag des Anteils, den der zugehörige Messwert zur Gesamtredundanz (Zahl der Überbestimmungen in der Netzausgleichung = Netzgeometrie) beiträgt und wie stark sich ein Fehler im Messwert auf seine Verbesserung auswirkt.

$$r_i = 1 - \frac{s_i^2}{\sigma_i^2} = sp(Q_{vv} \cdot P_{ll}) = q_{v_i} \cdot p_i$$

$$r = n - u = sp(Q_{vv} P_{ll})$$

$s_i$  Standardabweichung des Messwertes nach der Ausgleichung

$\sigma_i$  Standardabweichung des Messwertes vor der Ausgleichung

$q_{ii}$  Gewichtsreziproke nach der Ausgleichung  $\Rightarrow \mathbf{Q}_{ll} = \mathbf{AQA}^T$

*Wieviel Prozent eines Fehlers in der Beobachtung sind in der zugehörigen Verbesserung?*

Betrachtet man statt der Gewichtsreziproken die Gewichte selbst, so lässt sich der Redundanzanteil einer Beobachtung abstrakt als Verhältnis der Gewichte "nach" : "vor" der Ausgleichung, als "Gewinn" interpretieren. Die  $\mathbf{A}$ - und die  $\mathbf{Q}$ -Matrix enthalten die zu bestimmenden Parameter.

Voraussetzung für eine wirksame Grobfehlersuche ist der Redundanzanteil  $r_i$  einer Messung. Eine Beobachtung ist genügend integriert und somit durch andere Messungen ausreichend kontrollierbar. Der Wert liegt zwischen 0 und 1 und wird in Prozent angegeben.

In einem Netz strebt man Messungen mit durchschnittlichen Redundanzanteilen (0,3 bis 0,7 bzw.  $r_i < 10\% \Rightarrow$  schwach,  $r_i < 1\% \Rightarrow$  sehr schwach kontrollierbar) an. Sehr hohe Redundanzanteile machen eine Messung überflüssig, sehr niedere dagegen unkontrollierbar.

**Beispiel:** Der Redundanzanteil bei der Messungswiederholung

Wir gehen vom einfachen Fall der Überbestimmung, der *Messungswiederholung*, statistisch einer Stichprobe, aus. Misst man eine Strecke oder einen Höhenunterschied  $n$  mal, so werden Redundanz  $r$  und Redundanzanteil  $r_i$  bei der Bestimmung einer Unbekannten:

$$r = n - u (=1) = n - 1 \quad \text{mit} \quad r_i = \frac{r}{n}.$$

**Fiktives Beispiel:** Eine Strecke wird 4mal gemessen:  $n = 4$  ergibt  $r = 4 - 1 = 3$ .

**Beispiel:** Die gegenseitige Kontrollierbarkeit und damit Zuverlässigkeit in einem geodätischen Netz zeigt sich insbesondere an den Redundanzanteilen benachbarter Messelemente.

#### 1) Bestimmung eines Neupunkts durch *Höhenmessung*

Der zwischen den 2 Festpunkten liegende Neupunkt ist durch 2 Messungen, also Redundanz 1 bestimmt. Diese verteilt sich umgekehrt proportional zum Gewicht, proportional zur Streckenlänge. Da ein kurzes Messelement (Höhenunterschied, Strecke, Richtung) i.d.R. genauer ist als eine langes, folgt aus dieser Betrachtung allgemein:

**Beachte:** *Ein langes Messelement lässt sich durch ein kurzes eher kontrollieren als umgekehrt, oder: Ungenaue bzw. "schwächere" Messelemente sind besser kontrollierbar als genaue!*

#### 2) *Lagepunktbestimmung* durch Strecken und Richtungen

Ausgehend von den 3 Festpunkten lassen sich die gemessenen Richtungen bzw. Strecken infolge ihrer - unvermeidbaren - Messabweichungen etwas dehnen oder stauchen und werden dadurch mit zunehmender Länge "beweglich" und zwar die Strecken in Visurrichtung, die Richtungen senkrecht dazu. Ein grober Fehler in Querrichtung würde in dieser Figur nur die entsprechende Koordinate verschieben!

**Beachte:** Gleiche Messelemente kontrollieren sich am besten in paralleler, ungleiche in senkrechter Lage!

In einem freien Netz hängt die Kontrollierbarkeit allein von der gegenseitigen Lage der Messungen - der "Geometrie" - ab. Je mehr Messelemente von einem Punkt ausgehen, desto besser ist die Kontrollierbarkeit der Beobachtungen (und selbstverständlich die Genauigkeit des Punktes). Schwierigkeiten gibt es daher i.d.R. bei Punkten, die von nur wenigen Messungen "berührt" werden.

**Beachte:** In einem IG-Lagenetz lassen sich mit einem Tachymeter eher Strecken durch Richtungen kontrollieren, als umgekehrt, da im Nahbereich die Richtungen im Verhältnis zu den Strecken genauer ausfallen.

**Beispiele:** Extremfälle

### 2.3.3 Grobfehlertest (Data-Snooping)

Wurde der Globaltest (zum Überprüfen des mathematischen Modells) abgelehnt geht es beim Grobfehlertest (auch Ausreißertest) darum, den  $GF$  auf einen Modellfehler zurückzuführen, der sich aus dem Unterschied zwischen einer Nullhypothese ( $H_0$ ) und einer Alternativhypothese ( $H_A$ ) ergibt. Erfolgt die Annahme von  $H_0$ , so entspricht die Testgröße einer standardisierten Normalverteilung. Wird  $H_0$  abgelehnt und stattdessen  $H_A$  angenommen, ist die Verteilung der Testgröße nichtzentral mit einem bestimmten Nichtzentralitätsparameter  $\lambda$ :

$$\lambda = f(\alpha, \beta, f_1, f_2).$$

Die Testgröße liegt dann im Verwerfungsbereich.

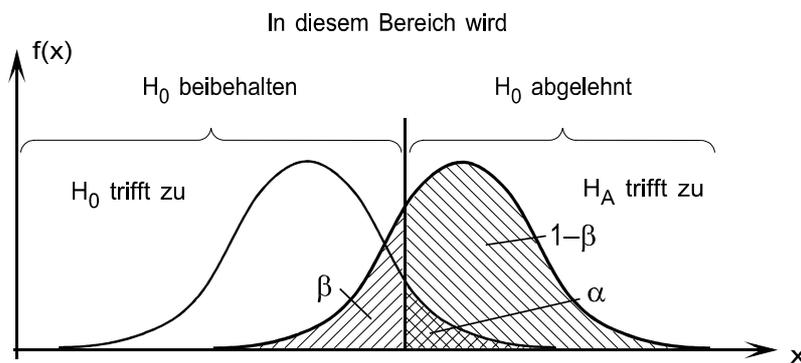


Abb. Annahme- und Verwerfungsbereich einer Teststatistik

**Fehler erster Art:** Nullhypothese  $H_0$  wird abgelehnt, obwohl sie Gültigkeit hat.  
**Fehler zweiter Art:** Nullhypothese  $H_0$  wird beibehalten, obwohl sie falsch ist. Es kommt zur Ablehnung der richtigen Alternativhypothese.

Die Wahrscheinlichkeit  $P = 1 - \beta$  wird mit Testgüte oder Teststärke bezeichnet. Sie beschreibt die Wahrscheinlichkeit eine richtige Alternativhypothese zu erkennen und die Nullhypothese abzulehnen. Mit der Wahrscheinlichkeit  $\beta$  fällt die Testgröße bei zutreffender Alternativhypothese in den Annahmehbereich der Nullhypothese (Fehler 2. Art). Die Größe von  $\beta$  hängt zum einen von  $\alpha$  ab, wird aber zusätzlich durch die Wahl des jeweiligen Tests beeinflusst.

Testentscheid	Unbekannter Prozess	
	$H_0$ ist wahr	$H_0$ ist falsch
$H_0$ wird angenommen	Richtige Entscheidung $P = 1 - \alpha$	Fehler 2. Art mit $P = \beta$ Deformationen bleiben unerkannt
$H_0$ wird abgelehnt	Fehler 1. Art mit $P = \alpha$ Fehldeutung der Beobachtungsdifferenzen als Deformationen	Richtige Entscheidung $P = 1 - \beta$

*Testrisiken 1. und 2. Art*

**Beachte:** Die Wahrscheinlichkeiten für einen Fehler 1. oder 2. Art lassen sich durch die Größe von  $\alpha$  beeinflussen. Verkleinert man  $\alpha$  und somit die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art, nimmt auch die Teststärke  $1 - \beta$  ab. Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art steigt

### Grobfehlertest/Test der normierten Verbesserung

Der eindimensionale Hypothesentest mit der Testgröße unter  $H_A$  ist die nichtzentrale  $F$ -Verteilung:

$$T = \frac{s_0^2}{\sigma^2} < F(f_1, f_2, 1 - \alpha)$$

$\sigma^2$  Varianz der Grundgesamtheit (Erfahrungswert)

$s_0^2$  Varianz der Gewichtseinheit (Stichprobe)

Die Varianz ergibt

$$s_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{r} = \sum_{i=1}^n \frac{v_i^2 p_i}{r_i}$$

und der Beitrag jeder einzelnen Messung zur Standardabweichung wird:

$$s_{0i} = \frac{v_i \sqrt{p_i}}{\sqrt{r_i}}$$

Der Redundanzanteil mündet in die Normierte Verbesserung ( $NV$ ). Sie und nicht die absolute Verbesserung ist maßgebend, um einen Groben Fehler ( $GF$ ) oder Ausreißer zu erkennen. Die relative oder *Normierte Verbesserung* ergibt sich aus:

$$NV_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} \quad \text{und} \quad NV_i = \frac{|v_i|}{\sigma} \frac{\sqrt{p_i}}{\sqrt{r_i}} \Rightarrow p_i = 1$$

Formt man die Standardabweichung der Verbesserung  $\sigma_{v_i}$  um, so findet man den Ausdruck, den der lineare Hypothesentest liefert:

$$NV = \frac{|v_i|}{s_{v_i}} = \frac{|v_i|}{s_{li} \sqrt{r_i}}$$

Beim Test der normierten Verbesserung wird die Testgröße mit dem  $(1 - \alpha)$ -Quantil der Standardnormalverteilung  $N(0,1)$  verglichen.

Die  $NV$  ist eine dimensionslose Größe und erlaubt den direkten Vergleich mit anderen Werten. Übersteigt der Betrag eine bestimmte Größe, so gilt die Messung als grobfehlerverdächtig.

Für den Data-Snooping-Test gilt für jede Messung:

$$2,5 < NV_i < 4,0 \quad \text{grober Fehler möglich !}$$

Die darin angenommene Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,1\%$  ist etwas umstritten. Sie sollte eigentlich der sonstigen Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% entsprechen und demzufolge von der Redundanz abhängen. Man hat jedoch in den letzten Jahren mit dem Data-Snooping-Test gute Erfahrungen gemacht, insbesondere bei Netzen, deren Redundanz 25-30% nicht wesentlich übersteigt.

Das Maß für  $GF$  lässt sich übertragen, "rückwärts" auf die Messungen sowie - im Ausgleichungsvorgang - "vorwärts" auf die Koordinaten bzw. Parameter. Dies führt zum einen auf die "innere" Zuverlässigkeit, d. h. einen Grenzwert für gerade noch erkennbare  $GF$  und zum andern auf die "äußere" Zuverlässigkeit, d.h. auf die Auswirkung eines  $GF$  insbesondere auf Koordinaten.

### Innere Zuverlässigkeit

Die *innere Zuverlässigkeit*  $\nabla l_i$  („Nabla-Operator“) ist eng mit dem Data-Snooping verbunden. Die Suche nach groben Fehlern ( $GF_i$ ) kann erleichtert werden, wenn der Fehler in einer Beobachtung  $\nabla l_i$  abgeschätzt wird, den die Verbesserung verursacht hat:

$$\nabla l_i = -\frac{v_i}{r_i}$$

Mit der Größe  $\nabla l_i$  wird angegeben, wie groß eine Messabweichung in einer Beobachtung sein muss, damit sie beim Ausreißertest erkannt wird. Der untere Grenzwert (GRZW) für eine erkennbare grobe Messabweichung

$$GRZW = \nabla_0 l_i = \frac{s_{li}}{\sqrt{r_i}} \cdot \lambda_0$$

Beim **Data-Snooping-Test** sind die Irrtumswahrscheinlichkeiten  $\alpha = 0,1\%$  und  $\beta = 80\%$  (Fehler 1. Art und 2. Art) festgelegt. Damit ergibt sich der Grenzwert für das Data-Snooping (GWDS):

$$\lambda_0 = f(\alpha = 0,1\%, \beta_0 = 80\%, f_1 = 1, f_2 = \infty) \Rightarrow \lambda_0 = 4,13.$$

$\alpha$	0,1%	1%	5%
$\beta$	$k_{\alpha\beta} = 3,29$	2,58	1,96
80%	4,13	3,42	2,8
90%	4,57	3,86	3,24
95%	4,94	4,23	3,61
Nichtzentralitätsparameter $\lambda_0$			

**Beispiel:** Lagenetze für  $\alpha = 5\%$  und  $\beta = 95\%$  wird  $\lambda_0 = 3,61$ .

$$\nabla_0 l_i = \frac{3,6 \cdot s_{li}}{\sqrt{r_i}}$$

In einem geodätischen Netz wird gefordert, dass möglichst kleine grobe Fehler erkennbar sind und die Grenzwerte im gesamten Netz auch für unterschiedliche Messwertgruppen möglichst gleiche Größenordnungen besitzen

$$\nabla_0 s_i \approx \nabla_0 r_i \cdot \frac{s_r}{\rho} \rightarrow 0$$

- Je unpräziser die Beobachtung  $s_{li}$  umso größer wird der Grenzwert  $\nabla_0 l_i$ .
- Je kleiner der Redundanzanteil  $r_i$  umso größer wird der Grenzwert, umso größer muss der grobe Fehler sein, um entdeckt zu werden.
- Grenzwerte für erkennbare grobe Fehler: 6 bis 8fache  $s_{li}$  der Beobachtung.

**Beispiel:** Eine Strecke zwischen zwei Festpunkten besitzt eine Redundanz (Maximalfall) von  $r_i = 1$ . Daraus ergibt sich  $\nabla l_i = 3,6 \cdot s_{li}$ . Ein grober Fehler ist ab dem 3,6fachen Wert erst aufdeckbar. Die  $3\sigma$ -Regel erweist sich also als zu optimistisch.

### Äußere Zuverlässigkeit

Entscheidend für die Qualität eines Netzes ist die Auswirkung nichterkannter grober Fehler, die kleiner als  $\nabla l_i$  sind, auf die ausgeglichenen Koordinaten und Höhen bzw. auf Funktionen der Unbekannten (Strecken zwischen benachbarten Netzpunkten  $\nabla s$ , Höhenunterschiede  $\nabla \Delta h$ ). Da die Punktkoordinaten datumsabhängig sind, wird der Einfluss eines Modellfehlers mit der datumsinvarianten normierten Netzverformung als Funktion des Redundanzanteils berechnet

$$\bar{\delta}_{0i} = \sqrt{\frac{1-r_i}{r_i}} \cdot \delta_0$$

Die Verfälschung der Koordinatenberechnung im Netz wird durch den Einfluss eines Messwertes  $l_i$  auf die Punktlage ( $EP$ ) mit

$$EP_i = -v_i \cdot \frac{1-r_i}{r_i}$$

angegeben. Es wird geprüft, wie sich die umliegenden unbekanntenen Koordinaten der Punkte ändern, wenn dieser Messwert nicht in die Ausgleichung einbezogen wird. Der  $EP_i$ -Wert sollte die geforderte Netzpunktgenauigkeit nicht überschreiten.

## 2.4 Ausgleichung mit Panda

### A-priori-Standardabweichungen

- Distanzmessung: streckenunabhängiger und –abhängiger Anteil
- Richtungsmessung: 0,5 mgon + 0,15 mgon\*km
  - streckenunabhängig entspricht Richtungsgenauigkeit der Totalstation
  - streckenabhängig im Nahbereich mit Zentrierfehler im Stand -und Zielpunkt

**Beispiel:** Baulagenetz TU Dresden; Studienarbeit *Hanusch, Palzer 2002*

	Leica TCRM 1102 [mgon]	Leica TC 2002 [mgon]	Zeiss Elta R55 [mgon]
HZ-Winkelmessung	0,6	≈ 0,21 (0,15)	1,5
V- Winkelmessung	0,6	≈ 0,21	1,5
Distanzmessung	2 mm + 2 ppm	1 mm + 1 ppm	5 mm + 3 ppm

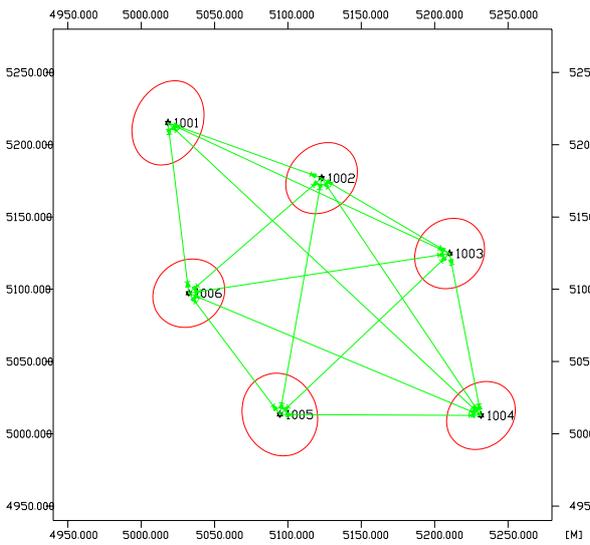
	Redundanzanteil			$\nabla l$ [mgon] bzw. [mm]		EP [mgon] bzw. [mm]		
	max	min		max	min	max	min	
Elta R55								
Richtung	0,79	0,64	0,73	5,74	5,16	0,81	0,01	0,34
Zenitwinkel	0,93	0,58	0,81	14,78	11,60	1,50	0,02	0,49
Strecke	0,79	0,64	0,73	5,77	5,27	0,76	0,02	0,28
Leica TC2002								
Richtung	0,93	0,67	0,76	3,75	2,05	0,28	0,00	0,09
Zenitwinkel	0,97	0,74	0,84	8,78	5,96	0,49	0,07	0,23
Strecke	0,81	0,69	0,74	2,11	2,00	0,25	0,00	0,11
Leica TCRM1102								
Richtung	0,79	0,68	0,76	2,76	2,56	0,38	0,00	0,13
Zenitwinkel	0,97	0,72	0,83	6,94	3,53	0,23	0,00	0,09
Strecke	0,88	0,68	0,72	2,63	2,47	0,40	0,00	0,13

Die Messungen mit TC2002 und TCRM1102 sind bzgl. Zuverlässigkeit gleich gut, wenn:

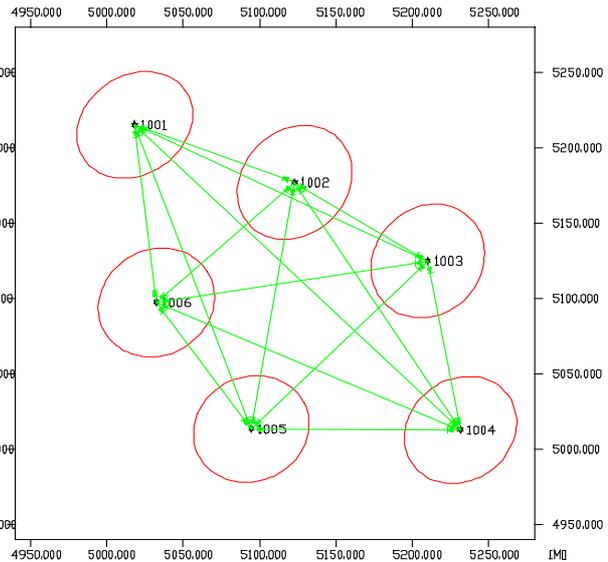
- die Messung in allen Kombinationen durchgeführt und
- ein kombiniertes Netz gemessen wird, dann
- kann der Messaufwand auf nur einen Satz/Standpunkt reduziert werden.

Beim R55 ist der kleinste erkennbare Fehler  $\nabla l$ , aufgrund der großen a priori-Standardabweichung, relativ groß. Somit ist auch der Einfluss eines solchen nicht erkannten Fehlers auf die Punktlage (EP) relativ groß.

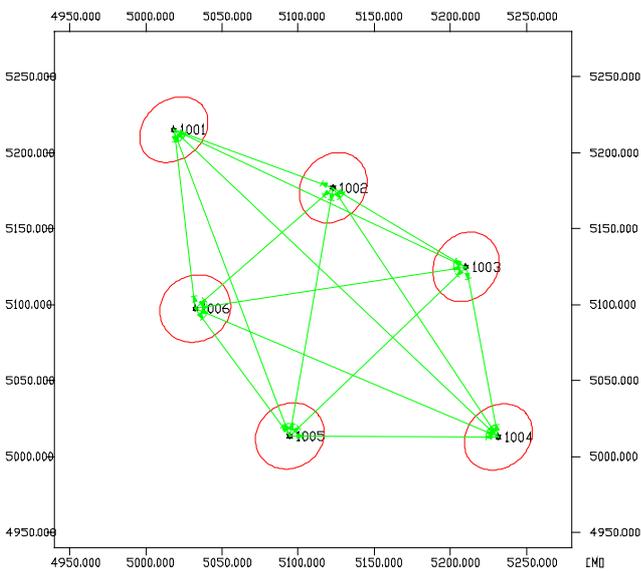
	a-posteriori			Standardabweichung der Koordinaten								
	$r_i$	$z_i$	$s_i$	$\sigma_y$ [mm]			$\sigma_x$ [mm]			$\sigma_z$ [mm]		
	[mgon]	[mm]	[mm]	max	min	&	max	min	&	max	min	&
R55	1,11	2,72	1,11	0,41	0,37	0,39	0,46	0,37	0,41	2,07	1,54	1,79
TC2002	0,44	1,40	0,43	0,15	0,15	0,15	0,15	0,14	0,14	0,98	0,75	0,86
TCRM1102	0,55	0,83	0,51	0,19	0,17	0,18	0,18	0,17	0,18	0,58	0,45	0,52



Elta R55



TC 2002



TCRM 1102

Mit dem R55 ist eine Lagegenauigkeit < 1,5mm erreichbar. Mit dem TCRM 1102 und TC2002 ist eine Lagegenauigkeit von weit unter 1mm erreichbar. Die z-Richtung (Höhe, stat. Sicherheit von 95%) von unter 1mm ist kaum bzw. nicht möglich. Der TC 2002 (3D) weist eine Genauigkeit in Lotrichtung von 2,4mm, der TCRM1102 von 1,4mm und das R55 von 5,1mm auf. Somit ist die Anwendung der 3D-Punktbestimmung mittels Tachymetrie auf Bereiche begrenzt, in denen die Höhenkomponente nur auf 1-2mm genau bekannt sein muss.

**Zusammenfassung:** Für Ingenieurnetze; Baulage- und Überwachungsnetze ist eine freie Netzausgleichung zur Aufdeckung grober Beobachtungsfehler und zur Beurteilung der inneren Netzgeometrie erforderlich. Das Netz wird auf den Näherungskoodinaten aller (Gesamtspurminimierung) oder ausgewählter Punkte (Teilspurminimierung) im Messgebiet gelagert. Dadurch erhält man als Ergebnis ein Punktnetz, das allein ein Abbild der Beobachtungen ist.

Kleine grobe Fehler in den Beobachtungen werden durch a-priori bezogene Normierte Verbesserungen und durch den a-posteriori bezogenen t-Test aufgedeckt. Sind die a-priori Genauigkeiten sehr gut bestimmt, erweist sich die NV als das sensiblere Verfahren zum Aufdecken kleiner grober Fehler; sind sie schlecht bestimmbar oder gibt es eine hohe Redundanz ( $r > 0,3$ ), kommt der t-Test zur Anwendung. Die Beobachtung mit dem größten vermuteten groben Fehler sollte als erstes gestrichen werden. Danach wird erneut ausgeglichen und gegebenenfalls wiederum die Beobachtung mit dem größten Testwert gestrichen. Wegen „Verschmierungseffekten“ sollten niemals mehrere Beobachtungen gleichzeitig ausgeschlossen werden.

## 3 Strenge Deformationsanalyse

### 3.1 Netzausgleichung

Die Gesamtausgleichung beider Epochen zerfällt in zwei unabhängige Einzelausgleichungen, die für die eigentliche Analyse wieder zu einem Gesamtsystem zusammengefügt werden.

Die Einzelausgleichungen müssen die folgenden Bedingungen erfüllen:

1. Die Koordinaten beider Epochen müssen in einem kartesischen Koordinatensystem vorliegen, da die S-Transformation nur in diesem System definiert ist.
2. Jede Epoche muss als freies Netz ausgeglichen werden, da die Annahme einer Festpunkthypothese bei der Analyse nicht sinnvoll ist.
3. Beide Epochen müssen einen identischen Datumsdefekt aufweisen, da nur so eine S-Transformation der Klaffungen erlaubt ist.
4. Die Näherungskordinaten müssen identisch sein, denn bei einer freien Netzausgleichung wird die innere Geometrie des Netzes durch deren Beobachtungen bestimmt, während das Datum des Netzes durch die Näherungskordinaten festgelegt wird.
5. Die Standardabweichung der Gewichtseinheit muss für jede Epoche den gleichen theoretischen Wert besitzen. In der Praxis werden die Beobachtungsgenauigkeiten der Epochen oftmals verschieden sein.

Aufgrund von Vorinformationen über die Genauigkeit des jeweiligen Messprozesses wird zunächst die **Kovarianzmatrix** für beide Epochen aufgestellt.

Bestätigt sich nach der Einzelausgleichung dieser Gewichtsansatz nicht, kann innerhalb der Epochen mit Hilfe einer **Varianzkomponentenschätzung** die Gewichtung der Beobachtungsgruppen korrigiert werden.

### 3.2 Strategie der Analyse

Ein geodätisches Netz ist zu zwei Zeitpunkten gemessen und ausgeglichen worden. Bedingt durch die Zufälligkeit der Beobachtungen werden sich die ausgeglichenen Koordinatenzuschläge  $x_i$  und  $x_j$  im Rahmen der erreichten Genauigkeit unterscheiden, auch wenn keine Punktverschiebungen vorliegen.

- Auf die Existenz von Lageänderungen kann geschlossen werden, wenn die Koordinatendifferenzen im Vergleich zu den Punktgenauigkeiten relativ groß ausfallen.
- Es wird geprüft, ob beide Netze kongruent sind, wobei stochastische Informationen bezüglich der Punktgenauigkeit berücksichtigt werden. Es können demnach nur signifikant verschobene Einzelpunkte erkannt werden.

#### Globaler Kongruenztest

- Alle Punkte oder ein Teilnetz werden auf signifikante Verschiebungen getestet
- Die zu prüfenden Punkte werden als Stützpunkte definiert, während das Restnetz aus Objektpunkten besteht. Die Koordinatendifferenzen sind datumsabhängig.

#### Rückwärtsstrategie

Sind im Bereich der Stützpunkte signifikante Verschiebungen nachweisbar, wird mit dem Verfahren der maximalen Klaffungsanteile der verschobene Punkt lokalisiert und aus der Menge der Stützpunkte entfernt. Das reduzierte Restnetz wird erneut getestet bis keine signifikanten Klaffungen mehr nachweisbar sind.

#### Vorwärtsstrategie

Im Anschluss daran erfolgt eine Lokalisierung im Objektpunktbereich. Dabei wird jeweils der Objektpunkt mit der geringsten relativen Klaffung als stabil betrachtet und der Menge der Stützpunkte hinzugefügt. Das erweiterte Stützpunktnetz wird auf Kongruenz untersucht. Es wird solange ein Objektpunkt zu den Stützpunkten hinzugenommen, bis der Kongruenztest signifikante Klaffungen anzeigt.

#### Einstufige Analyse

Die Verschiebungen der Objektpunkte relativ zu den stabilen Stützpunkten werden berechnet und sind signifikant.

#### Zweistufige Analyse

Es wird nur ein Teil der identischen Punkte als Stützpunkte definiert. In dem Bereich der Stützpunkte wird durch Anwenden einer Rückwärts- und Vorwärtsstrategie ein stabiles Teilnetz gesucht. Anschliessend wird das gesamte Netz auf die stabilen Stützpunkte transformiert und die Klaffungen der Objektpunkte und der verschobenen Stützpunkte auf Signifikanz getestet.

### 3.3 Die Zwei-Epochen-Analyse

#### a) Freie Ausgleichung der Epochen einzeln

Grobe Fehler ( $GF$ ) zeigt der Vergleich der  $NV$  mit den Grenzwerten. Der *Basis-Test* vergleicht die Standardabweichungen der beiden Epochen. Falls diese nicht im Rahmen der durch den  $F$ -Test gezogenen Grenzen zusammenpassen, kann man versuchen, in den einzelnen Epochen die Gewichtung der Beobachtungen zu verändern. Passen die Standardabweichungen zusammen, was bei Deformationsmessungen eigentlich vorausgesetzt werden sollte, so bildet man im Hinblick auf den nächsten Schritt das gewogene Mittel der beiden Varianzen  $s_0^2$ .

#### Basishypothese

$$\frac{s_{0Ep1}^2}{s_{0Ep2}^2} < F_{f_1, f_2; 1-\alpha}$$

$f_1, f_2$  Freiheitsgrade = Redundanz der beiden Varianzen.

Dabei muss der größere Wert der beiden Varianzen im Zähler stehen. Beim Test prüft man ob  $F_{f_1, f_2} \leq F_{1-\alpha, f_1, f_2}$  mit  $\alpha = 5\%$ .

#### b) Kongruenz-Test

Durch Transformation von Epoche 2 nach Epoche 1 ergeben sich für die identischen Stützpunkte die Klaffungen  $d = \text{Lage}_{Ep2} - \text{Lage}_{Ep1}$ . Darüber hinaus kennt man aus der freien Netzausgleichung die vollbesetzte Gewichtsmatrix dieser Punkte  $\mathbf{P}_{dd}$ .

In zweiten Schritt des Epochenvergleichs benutzt man den  $F$ -Test, um zu prüfen, ob die Klaffungen der beiden Epochen auf echte Punktveränderungen oder nur auf Messabweichungen zurückzuführen sind. Aus der Zusammenfassung der gewichteten Klaffungen aller Stützpunkte folgt der mittlere Klaffungsvektor  $\theta^2$ :

$$\Theta^2 = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{P}_{dd} \mathbf{d}}{r}$$

und stellt diesen der *mittleren Varianz* aus beiden Vergleichsepochen gegenüber:

$$s_0^2 = \frac{(s_{01}^2 + s_{02}^2)}{r}$$

Freiheitsgrad  $r = r_1 + r_2$ .

#### Kongruenztest:

$$H_0 : F = \frac{\theta^2}{s_0^2} \geq F_{1-\alpha; f_1; f_2}$$

$f_1 = n - 1$  ;  $f_2 = r$  mit  $n$ : Anzahl der Stützpunkte

Entscheidung:

- Falls das Fraktile der  $F$ -Verteilung überschritten wird, geht man davon aus, dass die Nullhypothese: "**beide Werte sind statistisch gleich**" nicht zutrifft und dies von dem Punkt mit dem größten Anteil am mittleren Klaffungsvektor verursacht wird. Dieser Punkt wird dann als deformiert betrachtet und der Test ohne ihn wiederholt usw.

**Anmerkung:** Die Klaffungen  $d$  entsprechen den "Restklaffen", die sich bei einer ebenen Transformation ergeben,  $\mathbf{P}_{dd}$  ist deren vollbesetzte Gewichtsmatrix. Es zeigt sich wie die beiden frei ausgeglichenen Epochennetze zusammenpassen.

Im Gegensatz zu einer mit  $\mathbf{P} = \mathbf{E}$  (gleich genaue Punkte ohne Korrelation) angesetzten ebenen Transformation, spiegelt die vollbesetzte Gewichtsmatrix die geometrische Situation der für das Datum herangezogenen Punkte wider. Diese hängt ab vom Abstand der Datums- punkte von deren Schwerpunkt und von der Schnittfigur eines Punktes. Falls beide Epochen mit denselben Messelementen beobachtet sind, gilt:

$$\mathbf{P}_{dd} = \frac{1}{2}(\overline{\mathbf{Q}}_{xx})^{-1}$$

$\overline{\mathbf{Q}}_{xx}$  Gewichtsreziprokenmatrix der frei ausgeglichenen Datumpunkte

Der mittlere Klaffungsvektor  $\mathbf{d}^T \mathbf{P}_{dd} \mathbf{d}$  ist ähnlich wie  $\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}$  aufgebaut, aus der die Varianz folgt. Damit ist die Voraussetzung für den  $F$ -Test erfüllt.

### c) Strategie und Lokalisierung

In einem *einstufigen Netz*, in dem alle Punkte gleichwertig sind, beginnt der Kongruenztest mit allen Punkten. Im *zweistufigen Netz* mit Stütz- und Objektpunkten dagegen nur mit den Stützpunkten. Wird der Kongruenztest abgelehnt, so geht man davon aus, dass mindestens 1 Punkt deformiert ist und zwar derjenige mit dem Klaffungsbeitrag  $\theta_{\max}^2$ . Er wird durch Rückwärtsstrategie ermittelt und zum Objektpunkt erklärt. Dieser Prozess wird so lange wiederholt bis nur noch unveränderte Stütz- und veränderte Objektpunkte vorliegen. Umgekehrt wendet man die Vorwärtsstrategie an, um mit dem Klaffungsbeitrag  $\theta_{\min}^2$  nach stabilen Objektpunkten zu "fahnden". Diese werden dann zu Stützpunkten.

### Signifikanzprüfung deformierter Punkte

Test mit  $t$ -Verteilung:

$$d = \text{Lage}_{Ep2} - \text{Lage}_{Ep1} > s_d \cdot t_{f;1-\alpha/2}$$

$s_d$  Standardabweichung von  $d$

$t_{f;1-\alpha/2}$  Fraktile der  $t$ -Verteilung

$f$  Freiheitsgrad des gemeinsamen Netzes

Die Standardabweichung  $s_d$  wird aus den Kofaktoren der Inversen des Gesamtsystems gebildet. Falls sich für einen der Punkte die Deformation nicht als signifikant erweist, kann die Ursache darin liegen, dass der bei der Strategie zuletzt ermittelte Zustand (Punkt stabil oder nicht), zu einem früheren Stadium der Analyse noch anders zu sein schien. In diesem Fall empfiehlt es sich, den Kongruenztest nach dem jetzigen Stabilitätsbefund nochmals zu wiederholen.

### 3.4 Sensitivität

Die *Sensitivität* ist ein Qualitätsmerkmal für Überwachungsnetze. Es gibt an, inwieweit das Netz in der Lage ist, die Bewegung eines Punktes mit einer gewissen statistischen Sicherheit aufzudecken.

Ausgangspunkt einer Sensitivitätsanalyse ist die Testgröße des globalen Kongruenztests.

$$T_{Fisher} = \frac{s_d^2}{s_0^2} = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_{dd} \mathbf{d}}{h \cdot s_0^2}$$

Werden im Gegensatz zur Nullhypothese Punktbewegungen erwartet und soll untersucht werden, ob die Sensitivität des Netzes ausreicht sie aufzudecken, so ist die Alternativhypothese aufzustellen

$$H_A : E\{\mathbf{d}\} = \mathbf{d}' \neq \mathbf{0}$$

Es folgt die analoge Testgröße

$$T_{F,\lambda} = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_{dd} \mathbf{d}}{h \cdot s_0^2}$$

der nichtzentralen *Fisher*-Verteilung mit dem Nichtzentralitätsparameter

$$\lambda = \frac{\mathbf{d}'^T \mathbf{Q}_{dd} \mathbf{d}'}{s_0^2}$$

er muss hinreichend groß sein, damit die Alternativhypothese aufgedeckt werden kann.

Der Grenzwert  $\lambda_0$ , bei dessen Überschreiten die Alternativhypothese mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit angenommen werden kann, entscheidet über die Sensitivität des Überwachungsnetzes. Je kleiner  $\lambda_0$  ist, desto größer ist die Sensitivität.

Die Wahrscheinlichkeit, die Alternativhypothese anzunehmen, ist die *Teststärke*  $\beta$  (Güte oder Macht des Tests). Je größer die *Testgüte* ist, desto *trennschärfer* kann die Null- von der Alternativhypothese unterschieden werden. Je trennschärfer aber ein Test sein soll, desto größer muss die Nichtzentralität  $\lambda$  sein. Die Schwierigkeit – für die Sensitivität ein kleiner, für die Trennschärfe ein großer Wert für  $\lambda$  – wird gelöst, indem die *Teststärke*  $\beta = 80\%$  gesetzt wird. Der Grenzwert kann nach kap. 2.3.3 berechnet werden.

Zusammenhang zwischen der *Irrtumswahrscheinlichkeit*

$\alpha$  Produzentenrisiko = „Talsperrenüberwachender“ Geodät gibt Fehlalarm

und der *Sensitivität* einer Deformationsteststatistik  $\beta$  bzgl. eines Deformationswertes

$\beta$  Aufdeckwahrscheinlichkeit;  $(1 - \beta)$  = Konsumentenrisiko des „Talsperrenbetreibers“, dass eine kritische Deformation unentdeckt bleibt

Geodäten müssen  $\alpha$  größer wählen, d.h. „schärfer“ testen, um bei vorgegebenen kritischen Deformationswerten des Betreibers, das Risiko des Talsperrenbetreibers, Konsumentenrisiko  $(1 - \beta)$ , des Unentdeckbleibens des kritischen Wertes geringer zu halten, bzw. die Aufdeckwahrscheinlichkeit  $\beta$  zugunsten des Deformationswertes bzw. des Betreibers und der Sicherheit groß zu halten.

## 4 Kinematische und dynamische Deformationsmodelle

Ein Untersuchungsobjekt wird durch eine Anzahl von Objektpunkten diskretisiert, deren Bewegungen gegeneinander und gegenüber der Umgebung zu bestimmen sind. Die zwischen zwei Epochen auftretenden Koordinatenänderungen werden als Verschiebungsvektoren der Objektpunkte aufgefasst.

### 4.1 Quasi-statische Deformationsmodell

Das Untersuchungsobjekt befindet sich im Augenblick der Messung in Ruhe und nur zwischen zwei Messepochen ergeben sich Veränderungen

- das Objekt wird epochenweise vermessen
- die Punktverschiebungen werden auf statistische Signifikanz untersucht
- der Zeitbezug bleibt unberücksichtigt
- die deformierenden Kräfte bleiben unberücksichtigt

Dieses Modell, das am häufigsten angewendet wird, benötigt einerseits nur ein Minimum an Eingangsinformation, die *Koordinaten der Objektpunkte in zwei Epochen*.

Es liefert andererseits aber auch nur minimale Ausgangsinformation, nämlich die Verschiebungen der einzelnen Objektpunkte nebst einer Aussage über die Signifikanz dieser Verschiebungen.

- Deformationsuntersuchungen an Objekten unter wenigen, wohldefinierten Lastzuständen: Staumauer vor und nach dem Anstau.
- Langfristige Überwachung von Objekten in größeren Zeitabständen, wobei allenfalls geringe Objektbewegungen erwartet werden: jährliche Überwachungsmessung einer Staumauer.
- Langfristige Erfassung sehr langsamer Bewegungsvorgänge: geodynamische Effekte.

In allen diesen Fällen wird die Differenz zwischen zwei Koordinatenvektoren  $X_i$  und  $X_k$  aus zwei Messepochen zu den Zeitpunkten  $t_i$  und  $t_k$  gebildet.

In einem 3D-Koordinatensystem ergibt der Koordinatenvektor

$$X_i^T = [x_1 y_1 z_1 \dots x_p y_p z_p]$$

$p$  Anzahl der Objektpunkte

und eine Kovarianzmatrix  $\sum x_i x_i$ . Entsprechendes gilt für  $X_k$  mit  $\sum x_k x_k$ .

Analysiert und interpretiert wird der Differenzvektor

$$d = X_k - X_i$$

mit der Kovarianzmatrix  $\sum dd = \sum x_i x_i + \sum x_k x_k$

## 4.2 Kinematische Modellbildung

Diese vereinfachte Modellvorstellung trifft natürlich nur in den seltensten Fällen zu. In Wirklichkeit befindet sich das Untersuchungsobjekt gewöhnlich mehr oder weniger ständig in Bewegung

Die Erfassung des Bewegungszustandes vermag das Verhalten des Objekts zutreffend zu beschreiben. Dabei bleiben die verursachenden Kräfte unbekannt oder unberücksichtigt.

- das Objekt wird epochenweise oder kontinuierlich vermessen,
- es erfolgt eine Beschreibung des Bewegungszustandes und eine Analyse im Hinblick auf signifikante Veränderungen dieses Zustandes,
- die deformierenden Kräfte bleiben unberücksichtigt.

Ein typisches Anwendungsgebiet ist die geodätische Überwachung von Hangrutschungen, die in weiten Gebieten der Erde ein großes Gefährdungspotential bilden; Hangrutschungen stehen nach Erdbeben und Überschwemmungen bezüglich der Schadenshöhe an dritter Stelle der Naturkatastrophen. Bei einem Rutschungsprozess befindet sich die Rutschmasse meist in einer ständigen, langsamen Bewegung. Diese Bewegung gilt es zu kontrollieren und Besonderheiten, z. B. eine plötzliche Beschleunigung, zu erkennen.

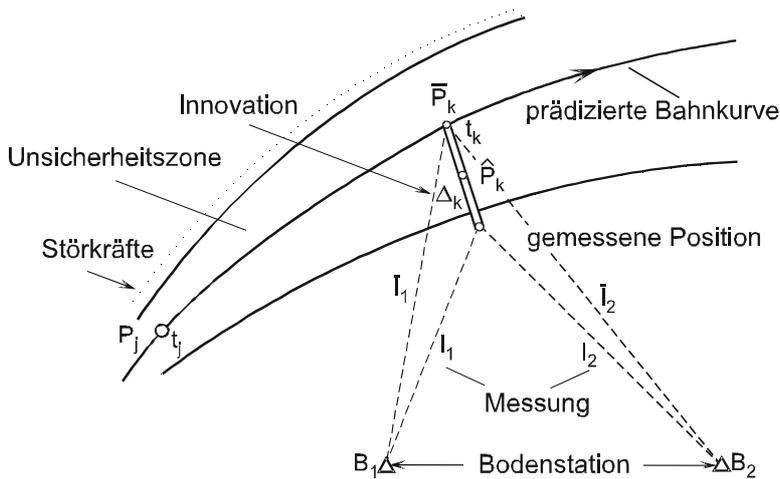
Unter den vielen denkbaren und auch angewendeten Modellen hat sich in den letzten Jahren das **KALMAN-Filter** als besonders brauchbar erwiesen. Eines der Hauptanwendungsgebiete ist die **Navigation**: Für ein Flugzeug möge der Pilot zu einem Zeitpunkt  $t_j$  die Position, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung kennen; diese Information kann er zu einem **Zustandsvektor**  $y_j$  zusammenfassen,

$$y_j = \begin{pmatrix} x_j \\ \dot{x}_j \\ \ddot{x}_j \end{pmatrix} \quad \text{Position; Geschwindigkeit, Beschleunigung}$$

wobei die Subvektoren  $x_j$  jeweils dreidimensionale Raumkoordinaten sind.

Selbstverständlich weiß der Pilot, dass dieser Zustandsvektor als gemessene Größe mit einer gewissen Unsicherheit behaftet ist, und er kalkuliert deshalb ein, dass sich sein wahrer Kurs in einer gewissen Unsicherheitszone befindet.

Ein Geodät würde diese Unsicherheit durch die Kovarianzmatrix des Zustandsvektors  $\sum_{yy,i}$  beschreiben,



Der Pilot steht nun vor der Aufgabe, für einen künftigen Zeitpunkt  $t_k$  den Zustand seines Flugzeuges vorherzusagen, wobei die Zeitdifferenz

$$\Delta t = t_k - t_j$$

sicherlich nicht allzu groß werden darf. Nach den Regeln der Mechanik (Kinematik) gelten für eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, die man häufig unterstellt, die folgenden Gleichungen,

: Position

: Geschwindigkeit

: Beschleunigung

die man zu einer Matrixgleichung zusammenfassen kann: Transitionsgleichung

mit der Transitionsmatrix  $\mathbf{T}$ .

Die Unsicherheit des prädizierten Zustandsvektors  $\bar{y}_k$ , der durch den Punkt  $\bar{P}_k$  auf der prädizierten Bahnkurve repräsentiert wird, lässt sich aus der Unsicherheit des Zustandsvektors  $y_j$  nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnen:

Diese Aufweitung wird noch erheblich größer, wenn zusätzlich die Wirkung äußerer Störkräfte (z. B. Wind) einkalkuliert werden muss.

Das Filtermodell von KALMAN erlaubt die Einbeziehung eines derartigen **Systemrauschens**, das letztlich zu einer Vergrößerung der Kovarianzmatrix  $\sum \bar{y}y, k$  führt, und hier liegt auch eine der wesentlichen Stärken dieses Modells.

Zu dem Zeitpunkt  $t_k$  möge der Pilot nun die Möglichkeit haben, seine vorausberechnete Position durch Messungen zu Bodenstationen zu kontrollieren. Er tut dies in der Weise, dass er zunächst die Raumstrecken von seiner prädizierten Position zu den Bodenstationen  $B_1, B_2$  usw. berechnet.

Anschließend vergleicht er die gemessenen Distanzen  $l_1, l_2$  usw. mit diesen prädizierten Werten, d. h. er bildet den Differenzvektor, wobei  $\Delta_k$  als **Innovation** bezeichnet wird:

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} l_1 \\ l_2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \bar{l}_1 \\ \bar{l}_2 \end{vmatrix}$$

Eine Analyse der Innovation führt zu den zwei folgenden Ergebnissen:

1. In dem einen Fall stellt der Pilot fest, dass sich seine vorausberechnete Position im Rahmen der vorgegebenen Unsicherheit mit den Werten der Bodenkontrolle verträgt: er kann beruhigt weiterfliegen.
2. In dem anderen Fall muss der Pilot konstatieren, dass seine vorausberechnete Position auch bei Berücksichtigung von Prädiktions- und Messunsicherheiten nicht mit den aktuellen Werten der Bodenkontrolle verträglich ist. Dies wird ihn veranlassen, schnellstens nach den Ursachen der aufgetretenen Diskrepanz zu forschen.

**Frage:** Wo liegt nun die Verbindung von diesem Navigationsproblem zu Überwachungsmessungen, z. B. bei der Beobachtung eines Rutschhanges?

Die Objektpunkte auf dem Untersuchungsobjekt (z. B. einem Rutschhang) können aufgefasst werden als Punkte, deren Bewegungszustand (Position, Geschwindigkeit, Beschleunigung) zu einem Zeitpunkt  $t_j$  mehr oder weniger gut bekannt ist, so dass man mit gewissen Einschränkungen Zukunftsprognosen hinsichtlich des Bewegungsablaufes erstellen kann; wobei offensichtlich zwei gravierende Unterschiede bestehen:

- Bei ingenieurgeodätischen Fragestellungen hat man es in der Regel nicht mit einem einzigen, sondern mit sehr vielen Punkten zu tun, deren Bewegungen zu kontrollieren sind. Das anzuwendende Formelsystem bleibt dabei ähnlich, nur die Vektoren und Matrizen werden umfänglicher und numerisch schwieriger zu handhaben.
- Die Bewegungsgeschwindigkeit geodätischer Objektpunkte ist um viele Zehnerpotenzen geringer als die eines Flugzeuges, so dass die Mess- und Auswertprozesse aufwendiger gestaltet werden können und müssen.

In beiden Fällen (Flugzeug oder Rutschhang) besteht jedoch übereinstimmend die Forderung, Abweichungen von einem "normalen" Bewegungszustand so früh wie möglich zu erkennen, um daraus Folgerungen ziehen zu können. Den beiden Fällen ist auch gemeinsam, dass zu spät erkannte anomale Bewegungszustände katastrophale Auswirkungen haben können.

### 4.3 Dynamische Modellbildung

Die auf das Objekt wirkenden Kräfte sind gleichfalls in ihrem zeitlichen Ablauf zu erfassen und mit den gemessenen Deformationen in Beziehung zu setzen.

- das Objekt wird epochenweise oder kontinuierlich vermessen,
- die möglichen Einflussfaktoren (deformierende Kräfte, Temperaturen.) werden gleichzeitig erfasst,
- Deformationen werden als Folge der wirkenden Einflussfaktoren analysiert,
- irreguläre Bewegungen, die nicht durch die Einflussfaktoren hervorgerufen werden

Das dynamische Deformationsmodell beschreibt den **mutmaßlichen zeitlichen Ablauf eines Deformationavorganges** unter dem Einfluss wirkender Kräfte. Es sollte bereits in der Planungsphase für eine Deformationsuntersuchung bekannt sein (Zeitabstand der Messungen).

Grundlage ist die mathematische Approximation von Ursache – Übertragung - Wirkung unter Berücksichtigung der physikalischen Gesetzmäßigkeiten im Sinne der Systemtheorie.

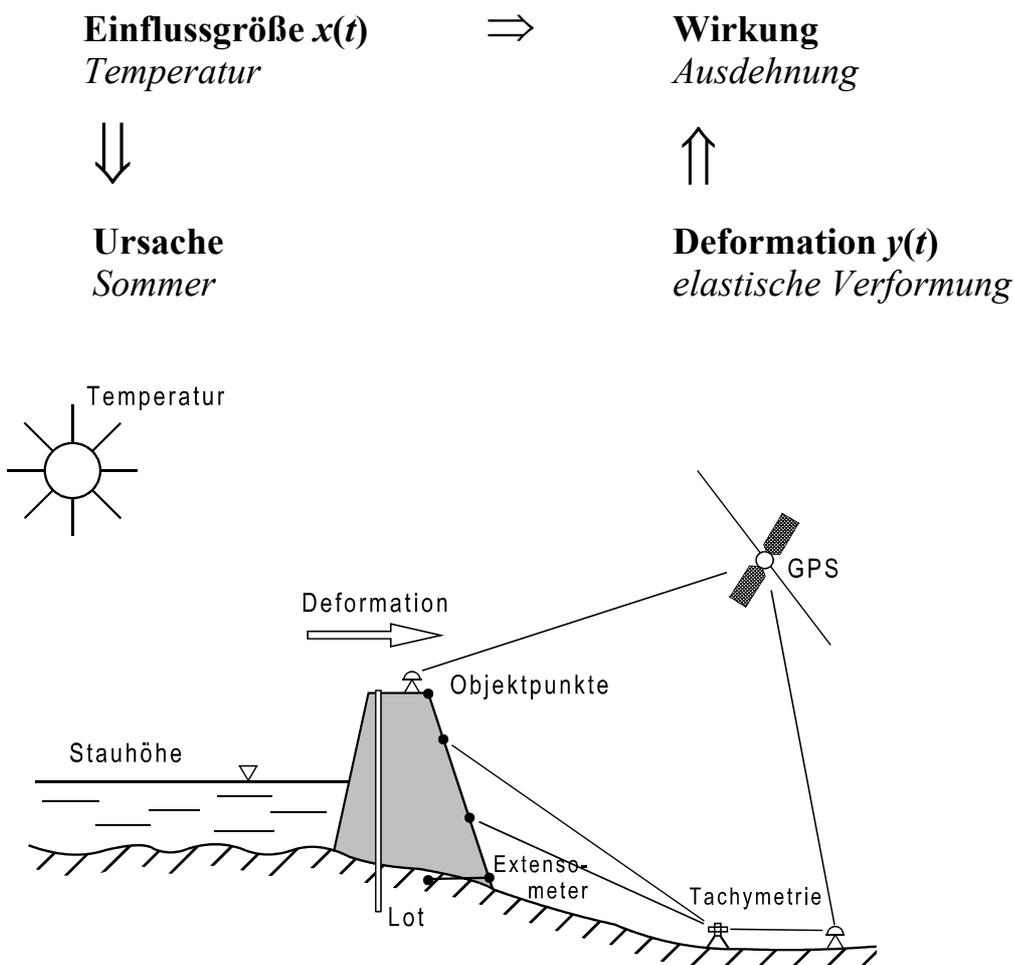


Abb. Dynamisches System einer Staumauer

## Zeitliches Verhalten von Deformationsursachen

Ursache der zu erwartenden Deformationen

- auf das Objekt einwirkenden Kräften oder
- sonstigen Einflussgrößen.

Diese sind dann durch geeignete Parameter zu beschreiben, deren zeitliche Variation entweder in groben Zügen bekannt ist oder abgeschätzt werden muss.

- **Sprunghafte Änderungen**, im Vergleich mit der möglichen Reaktionsgeschwindigkeit des Objekts ändert sich die Einflussgröße sehr schnell: statische Belastung eines Bauwerkes
- **(annähernd) Lineare Änderungen**, wobei die Änderungsgeschwindigkeit und die Reaktionsgeschwindigkeit des Objekts in vergleichbarer Größenordnung liegen: Grundwasserabsenkung, Baugrubenaushub, Gewinnung von Bodenschätzen
- **Periodische Änderungen**, die Periodendauer entspricht dabei häufig einer natürlichen Zeiteinheit (1 Tag, 1 Jahr): Turmverbiegung wegen Sonneneinstrahlung, Staumauer - Stauhöhe

## Feder-Dämpfungs-Modell

Der Zusammenhang zwischen einer Einflussgröße  $x(t)$ , z. B. Belastungen, Temperaturen, Niederschläge, und einer resultierenden Deformation  $y(t)$  ist deshalb nicht ganz einfach, weil sich Variationen der Einflussgröße häufig erst mit einer gewissen Zeitverzögerung als Deformation  $y(t)$  bemerkbar machen.

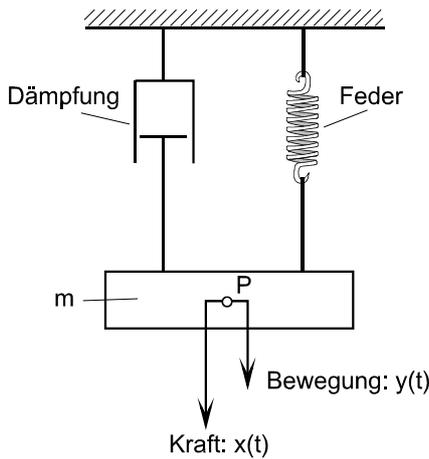
Mathematisch lässt sich dieser Sachverhalt durch ein Faltungsintegral ausdrücken,

$$y(t) = \int_0^{\infty} g(\tau)x(t - \tau)d\tau$$

Eine zum Zeitpunkt  $t$  registrierte Deformation  $y(t)$  ist nicht allein das Resultat eines momentanen Wertes  $x(t)$  der Einflussgröße, sondern resultiert auch aus früheren Werten dieser Einflussgröße. Dieser Zusammenhang wird durch die **Gewichtsfunktion**  $g(\tau)$  vollständig beschrieben:

- *Deterministische* Modelle, bei denen die Gewichtsfunktion  $g(\tau)$  als bekannt vorausgesetzt und die Parameter dieser Funktion bestimmt werden müssen
- *Blackbox*-Modelle, bei denen Informationen über die Gewichtsfunktion  $g(\tau)$  fehlen

Deterministisches Modell: **Feder-Dämpfungs-Modell**



An einem Punkt P mit der Masse  $m$  greift eine zeitvariable Kraft  $x(t)$  an, die gegen eine Feder wirkt und den Punkt P zu Bewegungen veranlasst, die durch eine Zeitfunktion  $y(t)$  dargestellt werden können.

Die Bewegungen verlaufen wegen eines eingebauten Dämpfungsgliedes zeitverzögert und zugleich gedämpft. Zur Beschreibung des Bewegungsverhaltens kann eine Differentialgleichung dienen, die auch in der Geodäsie bekannt ist

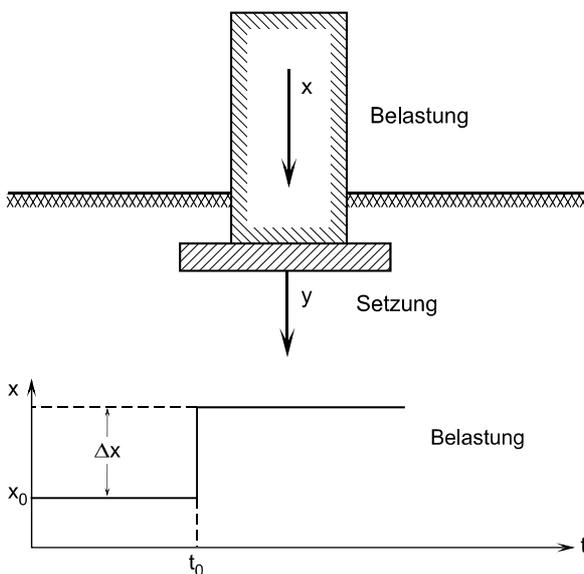
$$x(t) = k \cdot y(t) + c \cdot \dot{y}(t) + m \cdot \ddot{y}(t)$$

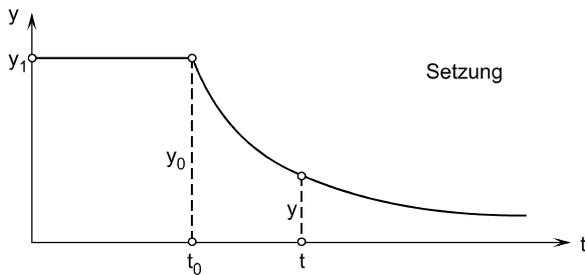
- $k$  Federkonstante
- $c$  Dämpfungskonstante
- $\dot{y}(t)$  Geschwindigkeit des Punktes P
- $\ddot{y}(t)$  Beschleunigung von P

In der Regel hält man bei ingenieurgeodätischen Problemen die Beschleunigungskomponente für vernachlässigbar, so dass sich die Differentialgleichung verkürzt

$$x(t) = k \cdot y(t) + c \cdot \dot{y}(t)$$

Diese Gleichung beschreibt eines der häufigsten dynamischen Modelle - die Baugrundsetzung.





Zu einem Zeitpunkt  $t_0$  werde der Baugrund sprunghaft mit einer Kraft  $\Delta x$  belastet. Das Resultat ist eine Setzungskurve, die sich durch Integration der Gleichung ermitteln lässt und die in vielen Fällen recht gut der Realität entspricht:

$$\Delta y(t) = H_\infty \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t-t_0}{T}\right) \right\} \Delta x(t_0)$$

$H_\infty$  und  $T$  sind Konstanten, die im Einzelfall ermittelt werden können.

In einem Black-Box-Modell besteht die Aufgabe, die Gewichtsfunktion  $g(\tau)$  in der Integralgleichung zu bestimmen, ohne nähere Information über die Struktur dieser Funktion.

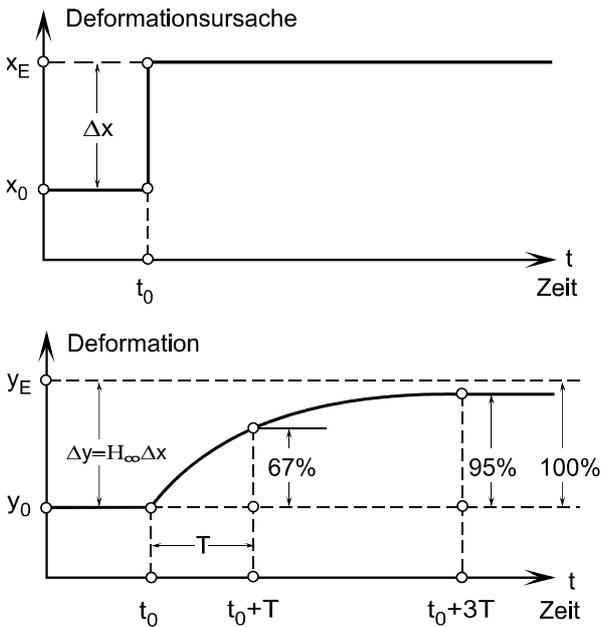
Die Lösung dieser Aufgabe setzt in der Regel voraus, dass sowohl die Einflussgrößen als auch die Deformationen (Punktverschiebungen) über längere Zeit gemessen worden sind. Wenn dies der Fall ist, können Regressionsmodelle brauchbare Approximationen für die Gewichtsfunktion liefern. Da der Rechenaufwand beträchtlich wird, kann eine **Transformation in den Frequenzbereich** nützlich sein. Es genügt eine Transformation der Deformationsfunktion  $y(t)$ , um die Einflussgrößen sicher zu identifizieren.

### Objektreaktionen bei typischen Variationen einer Einflussgröße

Wenn sich das Zeitverhalten einer Deformationsursache genähert auf einen der drei Grundtypen zurückführen lässt, genügt die sinngemäße Übertragung der nachstehenden, aus dem Feder-Dämpfungs-Modell resultierenden Deformationsabläufe. Das Objekt kann auf diese Änderung nicht mit einer ebenso sprunghaften Deformation reagieren. Der Deformationsvorgang setzt zwar unmittelbar zum Zeitpunkt  $t$  ein, doch wird eine gewisse Zeit bis zum Erreichen des endgültigen Deformationszustandes benötigt. In dieser Zeit verlangsamt sich der Deformationsvorgang ständig und klingt schließlich aus.

Die Reaktionsgeschwindigkeit wird durch die Zeitkonstante  $T$  in der Gewichtsfunktion beschrieben.

Nach einer Faustformel ist zum Zeitpunkt  $t_0+T$  die Deformation zu 67%, zum Zeitpunkt  $t_0+3T$  zu 95% vollzogen.

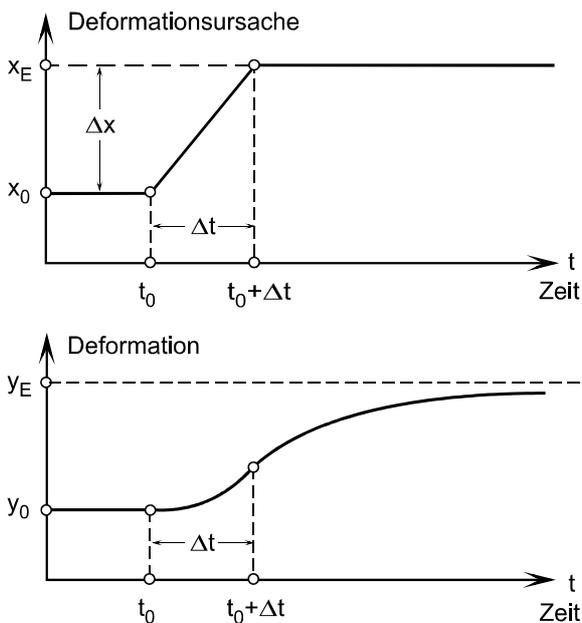


Der Endzustand  $y_E$ , ist erreicht

$$y_E = y_0 + H_\infty (x_E - x_0)$$

Sprunghafte oder auch nur annähernd sprunghafte Änderungen einer Einflussgröße treten praktisch nur selten auf. Häufiger vollzieht sich die Änderung einer solchen Größe annähernd **linear mit der Zeit**.

In einem solchen Fall setzt die Deformation zum Zeitpunkt  $t_0$  zunächst nur zögernd ein, beschleunigt sich dann und erreicht ihre Maximalgeschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t_0 + \Delta t$ , wenn die Änderung der Einflussgröße gerade abgeschlossen ist; danach klingt die Deformation langsam ab.



Periodische Variationen sind sehr häufig, wobei insbesondere **Tages-** oder **Jahresperioden** auftreten. Sie verlaufen zwar selten streng sinusförmig, doch ist dies im vorliegenden Zusammenhang ohne Belang. Das Objekt reagiert auf die periodische Variation mit einer ebenfalls periodischen Deformation gleicher Frequenz.

Das **Amplitudenverhältnis** zwischen Einflussgröße und Deformation hängt von den Materialeigenschaften und von der **Frequenz** bzw. der **Periodendauer**  $T_P$  der Variation ab: mit zunehmender Frequenz wird die Deformation immer stärker gedämpft. Darüber hinaus ist die Deformation gegenüber der Variation der Einflussgröße phasenverschoben; die **Verzögerungszeit**  $T_v$  wächst mit steigender Frequenz.

### Aperiodische Deformationen

Die anzustrebende Messgenauigkeit orientiert sich an der zu erwartenden Deformation:

$$\Delta y = y_E - y_A$$

Die Messunsicherheit sollte mindestens eine Größenordnung darunter liegen:

$$\sigma_y \leq \frac{\Delta y}{50}.$$

$\sigma_y$  Standardabweichung bei der Erfassung des Objektzustandes, systematische Fehler sind durch das Messverfahren auszuschließen

$\Delta y$  mutmaßliche Maximaldeformation

Nicht selten allerdings interessiert weniger die mutmaßliche Maximaldeformation  $\Delta y$ , sondern viel eher ein **Minimalinkrement**  $\delta y$ .

Dies ist die Minimaldifferenz zwischen zwei Deformationszuständen, die noch hinreichend sicher (z. B. mit der Wahrscheinlichkeit  $P = 95\%$ ) voneinander unterschieden werden sollen;  $\delta y$  ist ein Maß für die erforderliche Trennschärfe des Messverfahrens, wenn die Bedingung eingehalten wird:

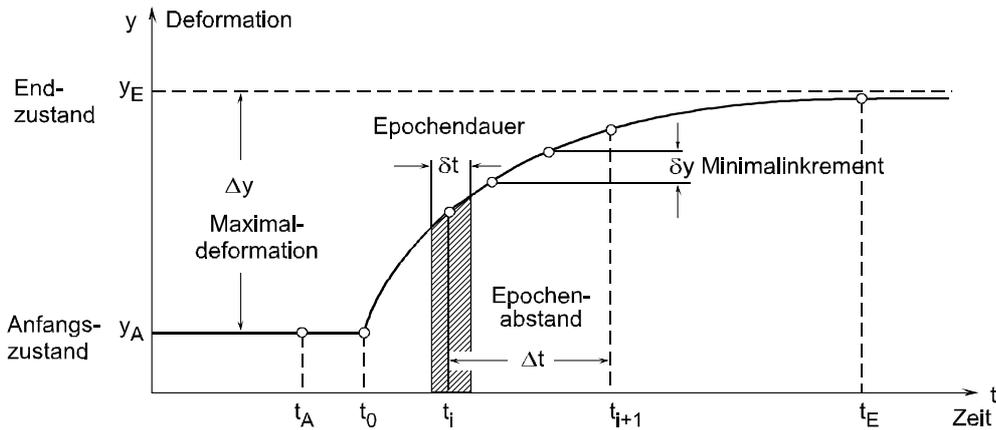
$$\sigma_y \leq \frac{\delta y}{5}.$$

Im einfachsten Fall interessiert nur die durch ein bestimmtes Ereignis (z. B. eine Laständerung) eingetretene Gesamtdeformation, die durch den Vergleich des Anfangszustandes des Objekts mit einem Endzustand ermittelt werden kann.

Der Anfangszustand ist zu einem Zeitpunkt  $t_A$  zu erfassen, der kurz vor  $t_0$ , dem Beginn der Laständerung, liegt. Für die Erfassung des Endzustandes zum Zeitpunkt  $t_E$  muss sichergestellt sein, dass der Deformationsvorgang hinreichend abgeklungen ist, was z. B. im Falle einer sprunghaften Laständerung für

$$t_E > t_0 + 3T$$

unterstellt werden kann. Für die objektspezifische Zeitkonstante  $T$  liegen oftmals hinreichend gute Erfahrungswerte aus vergleichbar gelagerten Fällen vor.

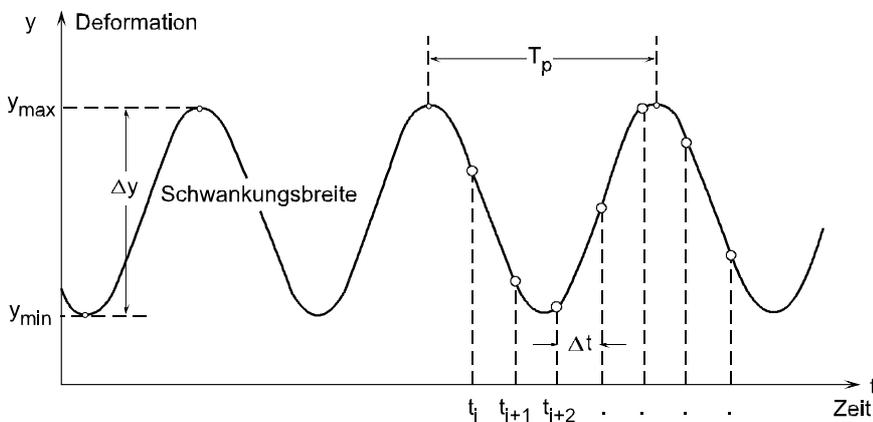


Häufig möchte man jedoch auch den zeitlichen Ablauf einer Deformation unter Kontrolle halten. In solchen Fällen wird das Objekt nach der Erfassung seines Anfangszustandes in mehreren Beobachtungsepochen  $t_i, t_{i+1}, \dots$  vermessen ("abgetastet"), bis schließlich ein Endzustand erreicht ist und die Deformationen abgeklungen sind.

**Periodische Deformationen**

Derartige Deformationen treten als Folge periodisch variierender Einflussgrößen (Belastungsänderungen, Temperaturänderungen) auf. Die Messgenauigkeit orientiert sich an der mutmaßlichen Schwankungsbreite  $\Delta y$  der Deformation,

$$\Delta y = y_{\max} - y_{\min} \cdot$$



Die **Beobachtungsfolge für periodische Deformationen** unterscheidet sich von derjenigen für aperiodische Erscheinungen, da weder ein Anfangs- noch ein Endzustand existiert. Es ist deshalb zweckmäßig, der Beobachtungsfolge einen konstanten Epochenabstand  $\Delta t$  zugrunde zu legen, dessen Größe sich an der **Periodendauer**  $T_P$  des Deformationsvorganges orientiert:

$$\Delta t = \frac{T_P}{m} \cdot$$

Dabei ist  $m$  die Anzahl der Beobachtungen innerhalb einer Deformationsperiode, sie sollte gewöhnlich innerhalb der folgenden Grenzen liegen:  $2 \leq m \leq 20$ .

Der untere Grenzwert  $m = 2$  kommt in Betracht, wenn lediglich die **Extremwerte**  $y_{min}$  und  $y_{max}$  des Deformationsvorganges interessieren und deren Lage auf der Zeitskala recht sicher bekannt ist.

Das kann z. B. für eine Staumauer zutreffen, die bei Vollstau im Frühjahr und bei niedrigen Füllstand im Herbst beobachtet wird.

Der obere Grenzwert  $m = 20$  hingegen resultiert aus der Forderung, dass die *mutmaßliche* Deformation zwischen zwei Beobachtungsepochen im Abstand  $\Delta t$  nicht kleiner als die **Trennschärfe**  $\delta y$  des Messverfahrens sein sollte; dieser Grenzwert gilt unter folgenden Voraussetzungen:

- Einhaltung der Genauigkeitsforderung,
- Genähert sinusförmiger Deformationsverlauf, dessen mittlere Geschwindigkeit aus der mutmaßlichen Schwankungsbreite  $\Delta y$  und der Periodendauer  $T_P$  abgeleitet werden kann.

Grenzwert für die **zulässige Epochendauer**  $\delta t$ : 
$$\delta t \leq \frac{T_P}{150}$$

## Zusammenfassung

Sämtliche Messungen einer Beobachtungsepoche sollten innerhalb der zulässigen Epochendauer  $\delta t$  abgeschlossen werden können, weil sonst die Koordinaten der Objektpunkte durch **zwischenzeitliche Objektdeformationen** verfälscht werden könnten. Die zulässige Epochendauer ist zu ermitteln, sie hängt von der Deformationsgeschwindigkeit und von der Messgenauigkeit auf.

Bei sehr langsamen Deformationsvorgängen (so z. B. auch bei Deformationen mit Jahresperiode) kann die zulässige Epochendauer einige Tage oder gar Wochen betragen.

Bei schnelleren Deformationsvorgängen hingegen liegt die zulässige Epochendauer in der Größenordnung von Minuten oder Stunden, bei Deformationen mit Tagesperiode z. B. bei etwa 10 Minuten; sie kann sich bei sehr schnellen Deformationsvorgängen bis in den Sekundenbereich verkürzen.

Mit abnehmender zulässiger Epochendauer wird es schwieriger, die Objektpunktbewegungen visuell, also mit geodätischen Instrumenten zu verfolgen. Man muss sich dann auf die Beobachtung nur weniger Objektpunkte beschränken oder zu **automatisierten Messverfahren** oder photogrammetrisches Verfahren übergehen.

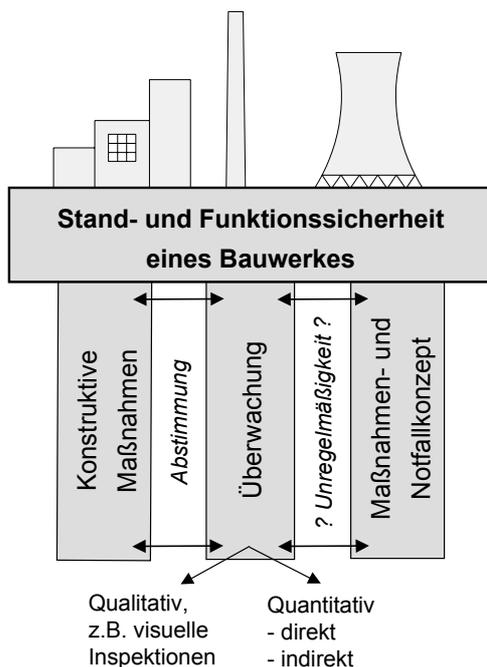
## 5 Bauwerksüberwachung und Kalman-Filter

### 5.1 Zustandsbeschreibung

(Aus: HEUNECKE (2000): Ingenieurgeodätische Beiträge zur Überwachung von Bauwerken)

Bauwerke können im Sinne dynamischer bzw. technischer Systeme mit stochastischen Eigenschaften betrachtet werden. Auf sie wirken innere und äußere zeitveränderliche Beanspruchungen, und sie reagieren durch ihr unter Umständen zeitvariantes Bewegungs- und Verformungsverhalten.

Vor dem Hintergrund einer zunehmend alternden Infrastruktur (mit Effekten wie Verschleiß, Ermüdung, Korrosion), veränderten Nutzungs- und Umgebungsbedingungen (mit Effekten wie erhöhten Dauer- und Spitzenbelastungen) sowie auch bautechnisch immer gewagter werdenden Großkonstruktionen gewinnen detaillierte Kenntnisse über die zu Bewegungen und Verformungen führenden Kausalketten innerhalb solcher Systeme und deren Interpretation erheblich an Bedeutung. Schlagworte hierzu sind „**Beurteilung der Restnutzungsdauer**“, „**Revitalisierung**“ und allgemein die Gewährleistung der **Stand- und Funktionssicherheit** eines Bauwerkes.



#### Sicherheitskonzept für Bauwerke

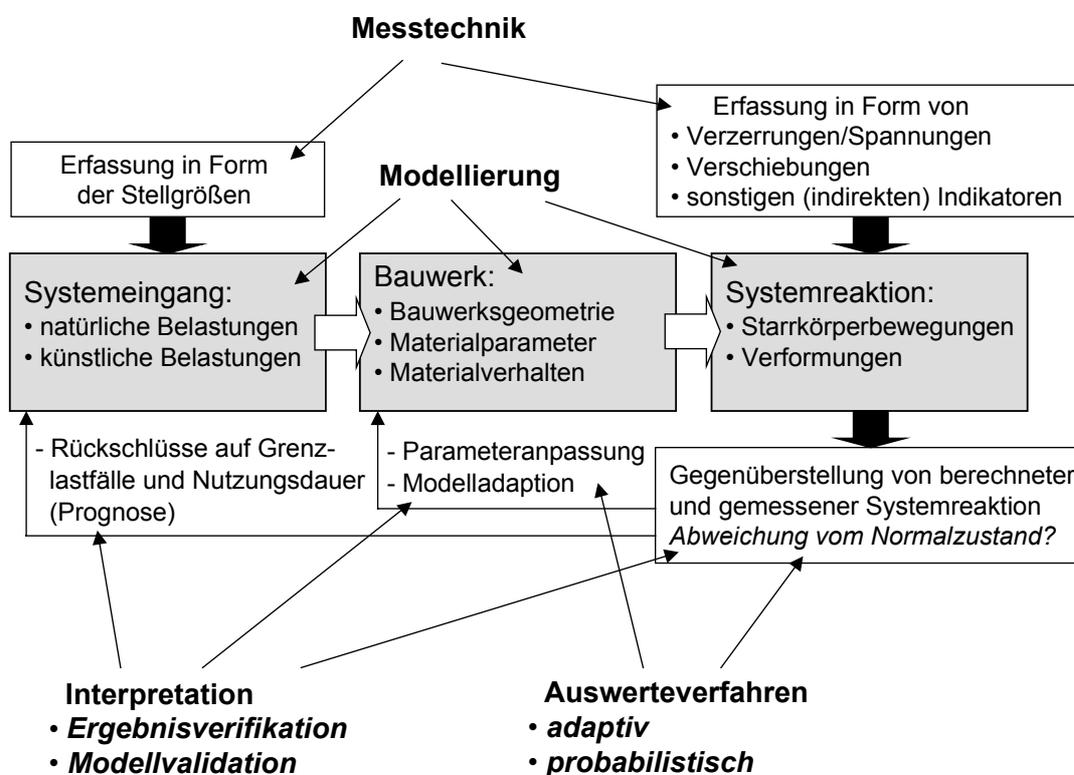
Restriktionen bei der Anwendung geodätischer Methoden ergeben sich zumeist allein aus Kostengründen. Die Kosten einer Überwachung sind jedoch stets in Relation zu dem Anlagevermögen, einer möglichen Reduzierung von Schadenspotenzialen und unter dem Sicherheitsaspekt zu sehen.

Zielvorgabe einer jeden Überwachung ist, dass frühestmöglich ein Schaden, ein konstruktiver Mangel oder eine Beeinträchtigung der Sicherheit erkannt werden kann, damit zeit- und sachgerecht zu handeln ist. Neben relevanten Funktionsproben ist zwischen einer qualitativen und einer quantitativen Vorgehensweise zu unterscheiden. Der geodätische Beitrag zur Überwachung von Bauwerken liegt zunächst in der Bestimmung des Bewegungs- und Verformungsverhaltens unter dem Einfluss von Belastungen.

## Zustandserfassung, Zustandsanalyse

Das Messobjekt ist durch eine adäquate Anzahl von Messpunkten zu repräsentieren (je nach Aufgabenstellung sehr unterschiedlich von ca. 10 bis u. U. mehr als 1000 Punkte), die zu wiederkehrenden Zeitpunkten vermessen werden (die Abtastintervalle variieren zwischen Minutenabständen bis zu Tagesintervallen, bei der diskontinuierlichen Überwachung findet man oft 1 oder 2 Messepochen pro Jahr).

	Reales Objekt/ Messobjekt	Ingenieurgeodätische Modellbildung
Geometriebereich	Das Messobjekt stellt ein Kontinuum dar	Abstrahierung des Messobjektes durch ausgewählte Messpunkte
Zeitbereich	Das Messobjekt befindet sich in ständiger Veränderung	Überwachungsmessungen in festzulegenden Zeitabständen



Das technische System Bauwerk wird durch natürliche und bei Belastungsversuchen künstliche Belastungen beansprucht und reagiert darauf mit Deformationen.

Beides, sowohl der **Systemeingang** als auch der **Systemausgang**, sind über gemessene Größen zu beschreiben. Voraussetzung zur Untersuchung der Kausalkette mit ihren wesentlichen Wechselwirkungen ist somit, dass die wirkenden *Stellgrößen* (z. B. Verkehrslasten, Wind, Stauhöhe) überhaupt quantifizierbar und einer Messung zugänglich sind.

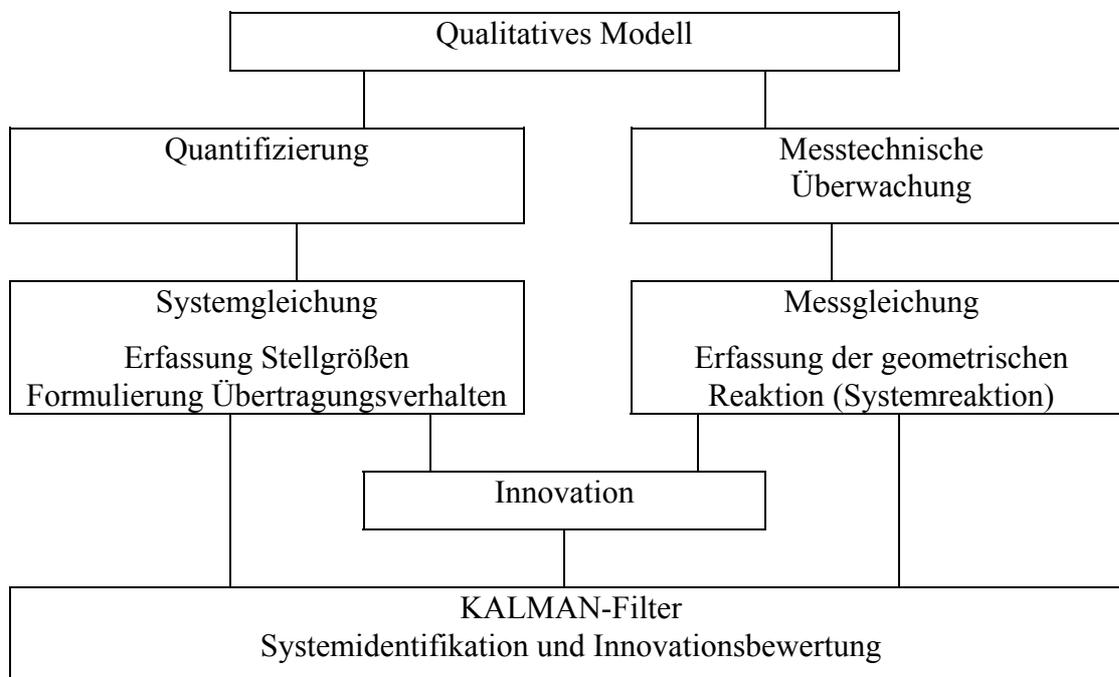
## 5.2 Kalman-Filterung

Für jedes zu überwachende Objekt liegen gewisse Vorstellungen über die Kausalbeziehungen von Ursache und Wirkung vor (qualitatives Modell).

Schwieriger ist es, die Vorstellungen über die Wirkungsbeziehungen mathematisch zu formulieren. Die mathematische Formulierung mittels Differentialgleichungen führt zur **Systemgleichung** (quantitatives Modell), die das System theoretisch beschreibt.

Die konkrete messtechnische Überwachung eines Objekts führt zur **Messgleichung**, die einen Ausdruck der realen Welt darstellt und das System empirisch beschreibt. Der Abstrahierungsgrad, nicht erfassbare oder nicht erfasste physikalische Effekte führen zu Unverträglichkeiten zwischen Theorie und Empirie und damit zur **Innovation**.

Es gilt, das abgeleitete und in der Systemgleichung formulierte Übertragungsverhalten mit Hilfe der Messgleichung zu kontrollieren. Der allgemeine Ansatz für den KALMAN-Filter lautet:



(nach HEUNECKE, 1997)

Systemgleichung  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t+1)\mathbf{x}(t+1) + \mathbf{s}(t+1)$

$\mathbf{A}$  Systemmatrix  
 $\mathbf{x}$  Zustandsvektor  
 $\mathbf{s}$  Systemrauschen

Beobachtungsgleichung  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{n}(t)$

$\mathbf{y}$  Beobachtung  
 $\mathbf{C}$  Beobachtungsmatrix  
 $\mathbf{n}$  Messrauschen

**Beispiel:** Das System Bauwerk wird durch natürliche und bei Belastungsversuchen künstliche Belastungen beansprucht und reagiert darauf mit Deformationen. Beides, sowohl der Systemeingang als auch der Systemausgang, sind über gemessene Größen zu beschreiben. Voraussetzung zur Un-

tersuchung der Kausalkette mit ihren Wechselwirkungen ist somit, dass die wirkenden Stellgrößen (z. B. Verkehrslasten, Wind, Stauhöhe) überhaupt quantifizierbar und einer Messung zugänglich sind. Ist dies nicht oder nur mit verhältnismäßig großem Aufwand möglich, verbleibt die Systemreaktion als Modellierung oder Beobachtungsmethode. Zur Modellierung der Systemreaktion sind Kenntnisse zur Bauwerksgeometrie, zu den Materialparametern und zum Werkstoffverhalten erforderlich. Aus einer Gegenüberstellung von erwarteter und gemessener Systemreaktion sind Rückschlüsse zu ziehen, was zur Interpretation („Zustandsanalyse“) führt.

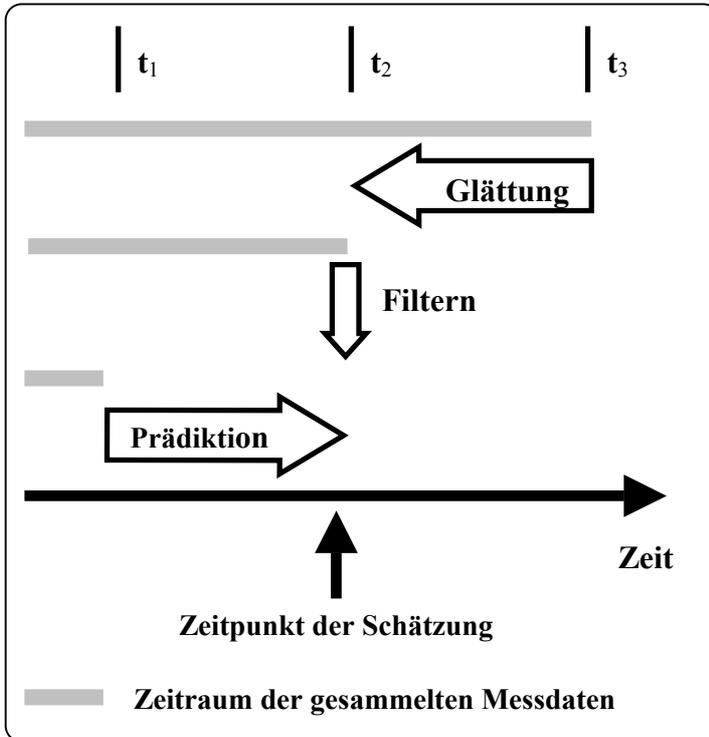


Abb. Algorithmus zur KALMAN-Filterung

**Einfaches Beispiel:**

## Algorithmus

Die ursprünglichen Differentialgleichungen, die die Übertragungseigenschaften des Systems beschreiben, werden - dem in der Systemtheorie gebräuchlichen Lösungsweg folgend - in ein Vektordifferentialgleichungssystem 1. Ordnung umgewandelt. Die in diesem System auftretenden Unbekannten werden Zustandsparameter oder -variable  $\mathbf{x}(t)$  genannt. Sie sind Größen, die - je nach der Art der ursprünglichen Differentialgleichungen - das System unmittelbar oder mittelbar physikalisch definieren oder lediglich einen nicht interpretierbaren Zusammenhang zwischen den Eingangs- und Ausgangsgrößen herstellen. Ihr Wert zu einem bestimmten Zeitpunkt spezifiziert den Zustand des Systems zu eben diesem Zeitpunkt. Aus geodätischer Sicht sind die Zustandsparameter zunächst Koordinaten, Geschwindigkeiten etc., kurz (geodätisch) beobachtbare Größen. Das neue Gleichungssystem lautet in allgemeiner Darstellung

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{T} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t).$$

In Form einer Differenzgleichung wird der Zustand beim Übergang vom Zeitpunkt  $t_k$  zum Zeitpunkt  $t_{k+1}$  in der diskreten Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{T}_{k+1,k} \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_{k+1,k} \mathbf{u}_k$$

beschrieben. Die Matrix  $\mathbf{T}$  wird als Transitions- und die Matrix  $\mathbf{B}$  als Stellgrößenmatrix bezeichnet.

Es ist anzumerken, daß die hier beschriebenen Systeme die Eigenschaften der Linearität und der Zeitinvarianz besitzen. Die Linearität wird ggf. durch Linearisierung erreicht. Die Zeitinvarianz zeigt sich darin, daß die Matrizen  $\mathbf{T}$  und  $\mathbf{B}$  nicht von der Zeit abhängig sind. Der erste Term der Gleichungen kann als die autonome Bewegung (Gedächtnis), der zweite als die durch die Stellgrößen erzwungene Bewegung des Systems interpretiert werden.

Die Systemgleichung ist durch die Meßgleichung zu ergänzen. Mit ihr wird die direkte oder indirekte Beobachtung der Zustandsparameter mit dem System verknüpft:

$$\mathbf{l}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t)$$

bzw. im diskreten Falle

$$\mathbf{l}_{k+1} = \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1}.$$

Angesichts der realen Welt muß die bisher verwendete deterministische Darstellung als unvollständig betrachtet und durch ein stochastisches Modell erweitert werden. Zum einen ist das System- oder Störuschen  $\mathbf{w}(t)$  mit  $E\{\mathbf{w}(t)\} = 0$ , das das deterministische Systemmodell additiv mit  $\mathbf{C} \mathbf{w}(t)$  ( $\mathbf{C}$  Störgrößenmatrix) überlagert, zu berücksichtigen, zum anderen unterliegen die Stellgrößen, die Zustandsparameter und die Meßgrößen gewissen Rauschprozessen, die i.a. als untereinander unkorreliert angesehen werden.

Das vollständige (lineare, zeitinvariante) diskrete Modell lautet demnach:

\* Systemgleichung:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{T}_{k+1,k} \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_{k+1,k} \mathbf{u}_k + \mathbf{C}_{k+1,k} \mathbf{w}_k$$

mit der Kofaktormatrix

$$\mathbf{Q}_{xx,k+1} = \mathbf{S} \mathbf{Q}_{xx,k} \mathbf{S}^T,$$

wobei

$$\mathbf{S} = \begin{vmatrix} \mathbf{T}_{k+1,k} & \mathbf{B}_{k+1,k} & \mathbf{C}_{k+1,k} \end{vmatrix}$$

und

$$\mathbf{Q}_{xx,k} := \begin{vmatrix} \mathbf{Q}_{xx,k} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{Q}_{uu,k} & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{Q}_{ww,k} \end{vmatrix}$$

\* Meßgleichung:

$$\mathbf{l}_{k+1} = \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1}, \quad \mathbf{Q}_{ll,k+1}$$

mit  $f_{k+1}$  Freiheitsgraden.

Das vereinigte Modell stellt den KALMAN-Filteransatz dar.

Die Innovation ist der Unterschied zwischen den durch die Systemgleichung fortgeschriebenen und den beobachteten geometrischen Verhältnissen:

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{l}_{k+1} - \mathbf{A}_{k+1} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}$$

mit der Kofaktormatrix

$$\mathbf{D}_{k+1} = \mathbf{Q}_{ll,k+1} + \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{Q}_{xx,k+1} \mathbf{A}_{k+1}^T.$$

Mit der Verstärkungsmatrix

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{Q}_{xx,k+1} \mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{D}_{k+1}^{-1}$$

erfolgt schließlich die Aufdatierung des Zustandsvektors, der die neuen Verhältnisse beschreibt:

$$\mathbf{x}_{k+1} := \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{d}_{k+1}$$

$$\mathbf{Q}_{xx,k+1} := \mathbf{Q}_{xx,k+1} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{D}_{k+1} \mathbf{K}_{k+1}^T.$$

Die Varianz der Gewichtseinheit ergibt sich zu

$$s_0^2 = \frac{\mathbf{d}_{k+1}^T \mathbf{D}_{k+1}^{-1} \mathbf{d}_{k+1}}{f_{k+1}}.$$

## 6 Robottachymeter

### 6.1 Zielerfassung und Zielverfolgung

Zielverfolgende Tachymeter werden für die Positions- und Orientierungsbestimmung eines Objektes im bewegten Zustand eingesetzt und sind Grundlage für kinematische Messtechniken, z. B. für die Steuerung von Tunnelvortriebsmaschinen, die Baumaschinenführung und die Bahnbestimmung von Robotern.

#### Einteilung der Tachymeter

- 1) Manuelle Tachymeter mit Motorik
  - 2) Servotheodolite mit Videokamera und Distanzmesser
  - 3) Motorisierte automatisierte Tachymeter mit Zielsuche und Zielerfassung
- a) Motorik – Bedienung am Instrument
  - b) Grob- und Feinzielsuche – Bedienung am Instrument
  - c) Drahtlose Fernbedienung – Messung vom Reflektor 1-Mann-Station

#### Arbeitsweisen mit Motorisierung

- **Statischer** Messmodus: Messung zu unbeweglichen Zielen
- **Kinematische** Verfahren: Zielerkennung + Zielverfolgung eines bewegten Zieles

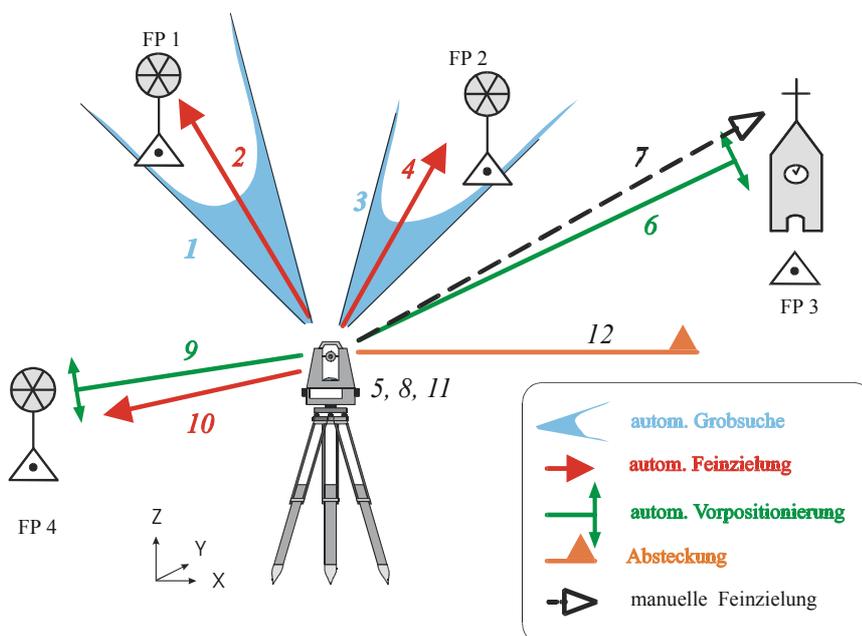


Abbildung: Statischer Modus, z.B. Absteckung (STAIGER 2001)

#### Zielerfassung

- Spezielle Sensoren zur Grobsuche: Zeiss, Topcon, Spectra Precision  
Lokalisierung des Zielpunktes im Objektraum
- Grobzielung am Reflektor: Spectra Precision  
Einschränkung des Suchbereichs durch vertikale Ausrichtung des Reflektors
- Grobzielung am Instrument: Leica, Zeiss  
Zielpunkt befindet sich im Gesichtsfeld des Fernrohrs

### Grob- und Feinsuche

#### 1) Prinzip Autolock™ von Geotronics (Spectra Precision)

Die Prismenstation (RPU) ist über Funk mit der Station verbunden. Die Grobdetektion erfolgt an der RPU mit einem vertikal schwenkbarem Fernrohr. Mit dem patentierten Autolock-Verfahren und der aktiven Zielmarke – Reflektor mit IR-Diode – sucht das Instrument den Reflektor.

#### 2) Prinzip ATR (engl.: Automatic Target Recognition) von Leica (z.B. TCA 1101, TCRM 1102)

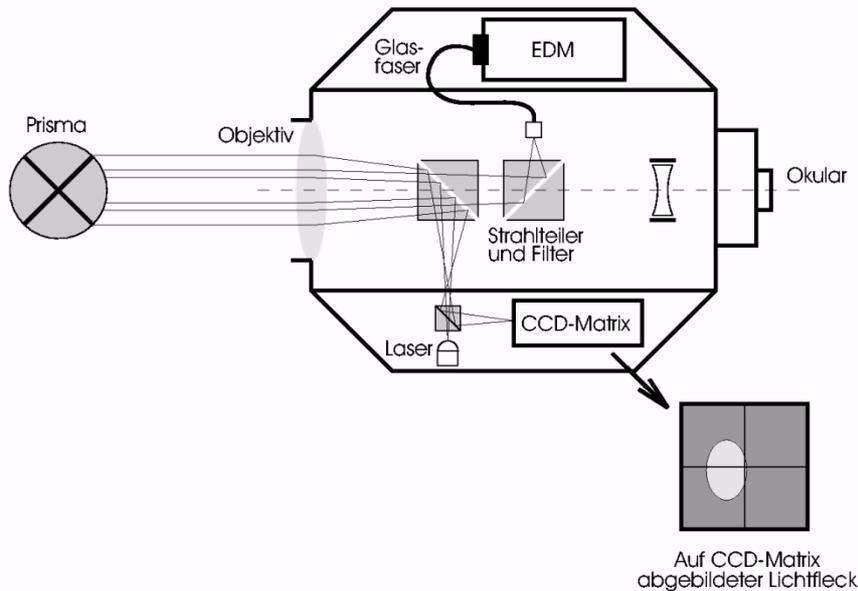


Abb. Strahlenverlauf im TCA 2003

Nach der Grobzielung befindet sich das Prisma im Fernrohrsichtfeld. Das ausgesandte Laserlicht der ATR wird auf einer CCD-Kamera empfangen. Die Lage des vom Prisma reflektierten Lichtbündels auf der CCD-Kamera wird ausgewertet und die Ablage vom Zentrum in horizontaler und vertikaler Richtung ermittelt. Die Ablagewerte sind ein Maß für die Steuerbefehle an die Motoren. Der aktive Bereich der ATR ist das zentrale Drittel des Fernrohrsichtfeldes. Der Bereich des Fernrohrsichtfeldes wird spiralförmig abgesucht (2 bis 4 Sekunden).

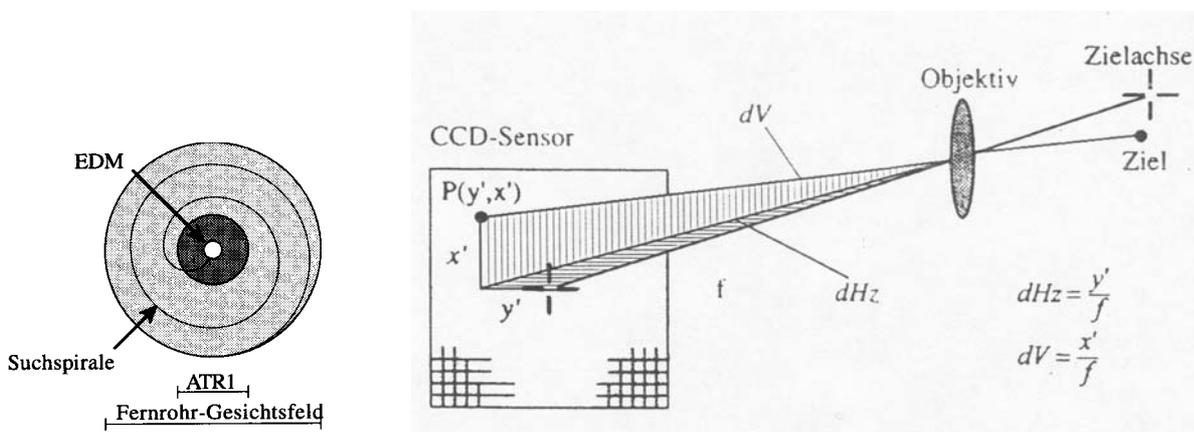
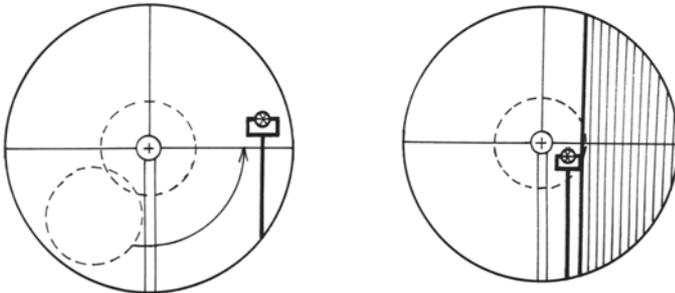


Abb. Automatische Zielerfassung



### 3) Prinzip Quicklock und Finelock mit Elta S10/20

Für die Grobzielung wird mit dem Quicklock-Sender vom Instrument eine vertikale Laser-ebene erzeugt und das Elta dreht sich mit max.  $90^\circ/\text{s}$ . Hat die Empfängereinheit im Ziel ein Signal registriert wird dies über Funk dem Instrument mitgeteilt. Mit dem Finelock-Sender und –Empfänger wird mit einem ausgesandten Laserstrahl auf einer CCD-Kamera das Intensitätsmaximum gesucht und ausgewertet.

#### Zielverfolgung

- das STOP and GO-Verfahren: Punktbestimmung nur im statischen Modus,
- eine Verfolgung des Objektpunktes zur kinematischen Bestimmung der Bahnkurve; während der Nachführung müssen die Daten ausgelesen werden.

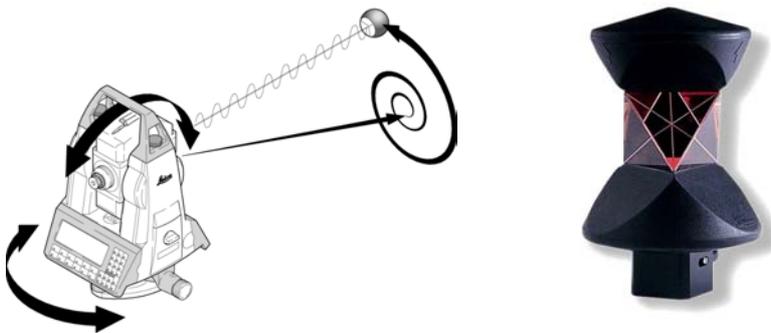


Abb. Zielverfolgung

Der aktive Bereich der ATR ist das zentrale Drittel des Fernrohrsichtfeldes. Innerhalb dieses Bereiches erkennt die ATR das Prisma sofort. Andernfalls wird der Bereich des Fernrohrsichtfeldes spiralförmig abgesucht. Die erforderliche Zeit für das spiralförmige Absuchen des Fernrohrsichtfeldes mit der Prismenerkennung beträgt etwa 2 bis 4 Sekunden.

Bei kurzen Unterbrechungen (vorbeifahrende Autos, kurzzeitige Abdeckungen durch Bäume, Masten) wird der Reflektor automatisch wieder gefunden (Memory Tracking). Bei größeren Hindernissen, bei längeren Unterbrechungen, muss das Instrument wieder auf die neue Reflektorposition eingestellt werden.

## 6.2 Automatische Zielerfassung

Die automatische Zielerfassung (ATR) ist wie der elektronische Distanzmesser im Fernrohr integriert. Ein Laserstrahl (Infrarot) wird über eine Optik koaxial in die Fernrohrachse eingespiegelt und durch das Hauptobjektiv ausgesendet. Ein Strahlteiler trennt die reflektierte Strahlung der ATR von der Strahlung des EDM und dem visuellen Licht und führt sie dem Video-Sensor zu.

Eine spezielle Hardware summiert die Intensitäten der Elemente des Video-Sensors zeilen- und spaltenweise auf. Dadurch werden zwei „Projektionen“ erhalten, von denen ein Prozessor die Schwerpunkte bestimmt. Diese werden in einen horizontalen und einen vertikalen Ablagewinkel mit Bezug zur visuellen Zielachse transformiert. Mit diesen Ablagewinkeln werden die von den Winkelabgriffen gemessenen Werte, die sich auf die visuelle Zielachse beziehen, korrigiert.

### Feinzielung

Die Feinzielung ist gekennzeichnet durch 3 sequentiell ablaufende Prozesse: Suchprozess, Anzielprozess und Messprozess.

Nach einer groben, manuellen Anzielung eines Prismas erfolgt die Feinzielung mit Hilfe der ATR vollständig automatisch. Zunächst überprüft die ATR, ob sich das grob angezielte Prisma im Fernrohrgesichtsfeld befindet. Kann die ATR kein Prisma detektieren, startet sie einen Suchprozess. Während einer spiralförmigen Bewegung des Fernrohrs versucht die ATR kontinuierlich das Prisma zu detektieren. Die Bewegungsgeschwindigkeit ist so ausgelegt, dass die einzelnen Bilder die überstrichene Fläche vollständig abdecken. Sobald das Prisma detektiert wird, wird die Bewegung des Fernrohrs beendet.

Obwohl mit der ATR-Messtechnik eine zentrische Anzielung des Prismas zur Bestimmung von Horizontalrichtung und Vertikalwinkel nicht notwendig wäre, werden beim anschließenden Anzielprozess die Ablagewerte in Hz und V bestimmt und das Fernrohr motorisch auf die Prismenmitte positioniert bis die vorgegebene Positioniertoleranz erreicht ist.

Einerseits soll sich dadurch der Benutzer auch visuell von der korrekten automatischen Anzielung überzeugen können, andererseits soll gleichzeitig auch eine Distanzmessung möglich sein. Da die ATR ein Prisma als Zielidentifikation verlangt, wurde zur Vereinfachung der Bedienung die ATR-Winkelmessung mit der Auslösung einer Distanzmessung gekoppelt.

Beim Messprozess werden die Ablagewinkel neu bestimmt, Horizontalrichtung und Vertikalwinkel entsprechend korrigiert und die Distanz gemessen, bzw. daraus die Zielpunktkoordinaten berechnet.

Die ATR-Messgenauigkeit entspricht in ihrer Standardeinstellung der jeweiligen Winkelmessgenauigkeit des entsprechenden Instrumentenmodells. Wird jedoch ein anderer Distanzmessmodus als der Standardmodus gewählt, so passt sich die Genauigkeit der ATR-Messung der Genauigkeitsklasse dieses Messmodus an. Dies bewirkt z.B. im Distanzmessmodus „Schnell“ nicht nur eine Verkürzung der Messzeit, sondern ermöglicht auch ein problemloses Messen auf freihandgeführte (verwackelte) Reflektoren im Nahbereich.

Da beim Messen mit der automatischen Zielerfassung das Fokussieren des Fernrohrs und die Feinanzielung des Messpunktes entfallen, erhöht sich die Messgeschwindigkeit enorm, bei konstanter Präzision, unabhängig vom Beobachter.

### Zielverfolgung

Die Zielverfolgung stellt nichts anderes als einen Regelkreis dar. Der Theodolitantrieb, die Regelstrecke, besteht aus 2 Achsen mit je einem Servo-Motor, einem Getriebe und einem Winkelabgriff. Die ATR ist das Messsystem, das nicht nur die Ist-Werte, sondern gleich die Abweichungen zwischen Soll- und Ist-Werten, die horizontale und vertikale Ablage von der elektronischen bzw. opti-

schen Zielachse liefert. Das Ziel des Regelkreises ist, die Ablagen zu minimieren, unabhängig davon, mit welcher Geschwindigkeit und Beschleunigung sich das Ziel bewegt. Aus den Ablagen, die im Videotakt ausgelesen werden, bestimmt die Regelung die Motorströme, die notwendig sind, das formulierte Ziel zu erreichen.

Dieser Prozess läuft während der Phase der Zielverfolgung kontinuierlich ab. Tritt ein Zielverlust auf, z.B. wenn ein Reflektorträger hinter einem Hindernis vorbeiläuft, wird der Zielverfolgungsprozess abgebrochen. An die Stelle der gemessenen Ablagewerte treten Werte, die auf einem Bewegungsmodell basieren. Das Modell geht von einer konstanten horizontalen wie vertikalen Geschwindigkeit des Reflektorträgers aus. Die Geschwindigkeiten sind aus der gefilterten Bewegung vor dem Zielverlust abgeleitet. Die Filterung dient der Elimination von überlagerten Frequenzen wie z.B. der Vertikalkomponente beim Gehen. Da das Modell nur eine Approximation der Bewegung ist, wird es nur für ein paar Sekunden eingesetzt.

### **Fernsteuerung**

Die Fernsteuerung RCS 1100 ist eine Zusatzoption für alle Leica Geosystems Tachymeter. Sie ist besonders effizient einsetzbar zusammen mit Instrumenten mit automatischer Zielerfassung. Beim RCS 1100 bilden Controller, Batterie, Funkgerät und Antenne eine kompakte Einheit, die leicht an einem Reflektorstock befestigt werden kann. Anzeige und Tastatur des Controllers sind identisch mit denen des Tachymeters. Damit lassen sich alle Instrumentenfunktionen einschließlich der Applikationsprogramme vom Reflektorstandpunkt aus aufrufen.

Die Fernsteuerung erleichtert vor allem das Erfassen von wichtigen Zusatzinformationen am Messpunkt und bietet große Vorteile beim Abstecken. Nach einer Messung wird die Wegdifferenz vom Reflektorstandpunkt zum abzusteckenden Punkt gerechnet und am Controller angezeigt, was den Absteckvorgang erleichtert und beschleunigt. Außerdem kann damit die Genauigkeit der Absteckung direkt am Zielpunkt kontrolliert werden. Eine weitere Unterstützung beim Abstecken bietet die Zieleinweishilfe EGL, ein Blinklicht, das in jedes Fernrohrgehäuse eingebaut werden kann. Mit dessen Hilfe kann sich der Reflektorträger selbst in die Zielrichtung des Instruments einweisen.

### 6.3 Kinematik

Zielverfolgende Tachymeter werden für die Positions- und Orientierungsbestimmung eines bewegten Objektes in Abhängigkeit von der Zeit benötigt und bilden eine Grundlage für **kinematische Messtechniken** ( $Hz, V, s$ ):

Bei den kinematischen Messmethoden erfolgt die kinematische Zielverfolgung ( $Hz, V, D$ ) mit Beobachtungen (15gon/s bzw. 1 m/s) zu bewegten Punkten in Abhängigkeit von der Zeit.

$$r(t) = \{x(t), y(t), z(t)\}$$

Durch die geodätischen Beobachtungen soll die Bewegung insgesamt und für jeden Zeitpunkt innerhalb des Intervalls hinreichend genau beschrieben werden. Kinematische Beobachtungen sind somit Zeitreihen, die nach bestimmten Algorithmen ausgewertet werden. Da die Messelemente nicht zum selben Punkt gehören

$$t_d \neq t_V \neq t_{Hz} \neq t_{Transfer}$$

handelt sich nur um quasi-Echtzeit-Abläufe, die durch entsprechende Auswertalgorithmen zu optimieren sind. Kann der Bewegungsablauf mathematisch beschrieben werden, so sind daraus die Geschwindigkeit und die Beschleunigung ableitbar

Werden parallel zum Zielverfolgungsprozess Messungen ausgelöst, kann die Bahn des bewegten Ziels bestimmt werden. In dieser Anwendung spielt die zeitliche Synchronisation der einzelnen Sensoren des Tachymeters eine große Rolle. Dazu ist es notwendig, den eigentlichen Messzeitpunkt der unterschiedlich lang integrierenden Messsysteme zu bestimmen und auf einen gemeinsamen Zeitpunkt zu inter- bzw. extrapolieren.

**Anwendungen:** Maschinensteuerungen, Tunnelvortrieb, Bahnbestimmung von Robotern, Monitoring

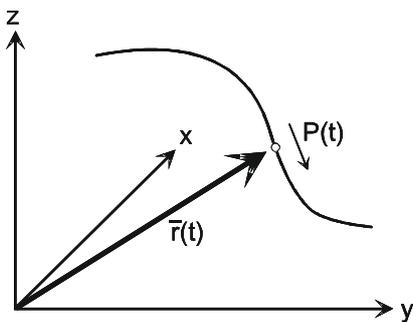
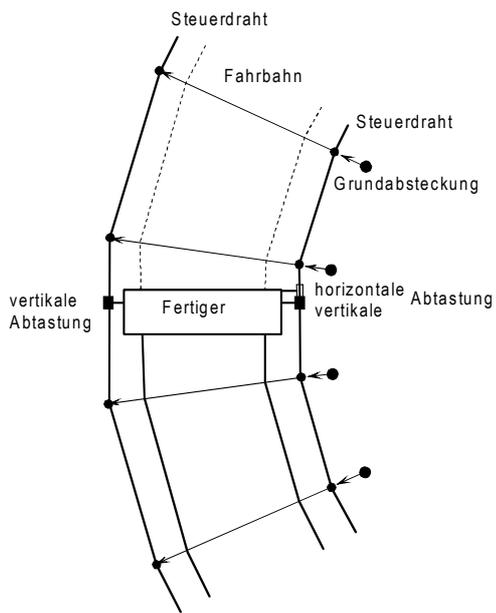


Abb. Kinematik

- Synchronisation
- Stabil im Maßstab und Offset (keine Redundanz)
- Hohe Messfrequenz
- Interne Auswertesoftware: **Kalman-Filter**

### Baumaschinensteuerung



## 6.4 Kalibrierung automatisierter Tachymeter

### Systemprüfung

- Ermittlung der 3D – Positionsgenauigkeit: Räumliche Lagegenauigkeit

### Komponentenprüfung

- Bestimmung von Einzelkorrekturen – Kalibrierfunktion
- Richtung, EDM, Kompensator
- Auflösung des ATR und Kalibrierung Nullpunkt und 360° - Reflektor
- Kreisbahn – Test
- Vertikale Ebene: 3 Punkte; Ebenengleichung
- Vergleich: Soll-Ist-Distanzen

