Nr.043

Von der Standardabweichung zur Messunsicherheit

Neue Qualitätsmasse in der Geomatik

Man misst eigentlich immer falsch. Man muss nur wissen wieviel.

Dave Packard

Man kann heute sehr präzise sehr falsch messen

W. Schwarz

Warum beschäftigen wir uns damit ?

Die Präzision und Auflösung der Instrumente bzw. der Messverfahren wird immer höher.

Dadurch treten andere ,meist systematische, Effekte immer mehr in den Vordergrund

Das Wissen über diese Effekte und Besonderheiten eines Messinstruments oder Messverfahrens findet man oftmals nur bei Experten

Inhalt der Vorlesung

- ***Qualitätsmasse in der Vermessung und den benachbarten Gebieten***
- ***Der fehlerhafte Begriff "Fehler"***
- ***Klassische Auswertung von Messungen***

- ***Einführung in die Messunsicherheit***
  - ***Begriffe***
  - ***Wo spielt Messunsicherheit für Geomatik ein Rolle?***
  - ***Struktur***
  - ***Beispiel***

- ***Toleranz und Messunsicherheit***

Qualitätsmasse in der Geomatik *(Messtechnik, Parameterschätzung, GIS)*

- Auflösung
- Genauigkeit/Präzision
- Richtigkeit
- Vollständigkeit
- Zeitliche Genauigkeit
- Logische Konsistenz
- Aktualität
- ……………………….

Qualitätsmasse “Genauigkeitsmasse” in benachbarten Diziplinen

Gütemaß	Formel
Mittlerer Fehler	$ME = \frac{1}{M}\sum(P_t - O_t)$
Mittlerer absoluter prozentualer Fehler	$MAPE = \frac{1}{M}\sum\left\lvert\frac{(P_t - O_t)}{O_t}\right\rvert \cdot 100\%$
Wurzel des mittleren quadr. Fehlers	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M}\sum(P_t - O_t)^2} = \sqrt{MSE}$

Precision

Exactitude

Maximum Permissable Error (MPE) (Industrielle Messtechnik)

Standardabweichung (Mittlerer Fehler), RMS Error

Konfidenzellipse/Fehlerellipse

Root Mean Square Error (RMSE)

Root Mean Square (RMS)

Root mean square deviation (RMSD)

Qualitätsangabe eines Lasertrackers in der Industrievermessung

Längenmessungen *

XtremeADM Interferometer
Auflösung: 0.5µm Bereichsauflösung: 0.158µm
Abtastgeschw.: bis zu 10.000 Pkte/s Genauigkeit: 2µm + 0.4µm/m
Genauigkeit: 10µm + 0.4µm/m Max. Rad. Geschw. 4m/sec
R0 Parameter: 10µm R0 Parameter: 10µm

Winkelgenauigkeiten *

Winkelgenauigkeit: 18µm + 3µm/m
Maximale Winkelbeschleunigung: 180°/sec
Genauigkeit der Nivellierfunktion: ±2 Winkelsekunden

** Die angegebene Genauigkeit ist der halbe maximal erlaubte Fehler (Maximum Permissible Error - MPE). Temperaturveränderung sind nicht berücksichtigt. MPE und alle Genauigkeitsspezifikationen sind nach dem ASME B89.4.19 Standard angegeben.*

123,456[m] $\pm$ 5 [mm]

1. **Mittlerer Fehler**
2. **Zwei Sigma Wert**
3. **Toleranzangabe**
4. **Erweiterte Messunsicherheit**

Der fehlerhafte Fehlerbegriff

Der "Fehler" als fehlerhafte Übersetzung

"Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae"

Gauss

Lat. Error: Das Umherirren, Umherschweifen,Verirrung

Die Übersetzung von Helmert - Error = Fehler - ist daher nicht sachgerecht

Noch schlimmer!

Dt. "Fehler" ethymologisch verwandt mit lat. falsum, fallere = täuschen, betrügen

Der „Fehler“ aus LEO

itelbare Treffer

blemish	der **Fehler**
boob *(Brit.)* [*sl.*]	der **Fehler**
bug [comp.]	der **Fehler** - *in einem Software-Programm*
defect	der **Fehler** - *Defekt*
demerit	der **Fehler**
error *also* [math.] [tech.]	der **Fehler**
exception [comp.]	der **Fehler**
failing	der **Fehler**
failure [tech.]	der **Fehler** - *Versagen*
failures *pl.*	die **Fehler** *Pl.*
fault [elec.] [tech.] [textil.]	der **Fehler**
flaw	der **Fehler**
lapse	der **Fehler**
malfunction [tech.]	der **Fehler**
miscue [*coll.*]	der **Fehler**
mistake	der **Fehler**
nonconformity	der **Fehler**
shortcoming	der **Fehler**
slip	der **Fehler**
slipup	der **Fehler**
stumble	der **Fehler**
trip	der **Fehler**
trouble	der **Fehler**
goof-up [*sl.*]	der **Fehler**
human error [tech.]	der **Fehler**
non-conformity [tech.]	der **Fehler** - *Qualitätssicherung*
nonconformance *also:* non-conformance	der **Fehler**
slip-up	der **Fehler**
technical failure [tech.]	der **Fehler**
aliasing [telecom.]	der Aliasing-**Fehler**
fold-over distortion [telecom.]	der Aliasing-**Fehler**

Der “Fehler” Begriff im Qualitätsmanagement und bei Juristen

- ***Nach DIN EN ISO 8402, 1995-08 , Ziffer 2.10 ist ein Fehler gleichzusetzen mit der »Nichterfüllung einer festgelegten Forderung«.***

- ***Aus Sicht des Qualitätsmanagements stellt ein Fehler eine "Nichtkonformität" (nonconfomity) dar, die unverzüglich behoben werden muss und deren Ursache abzustellen ist.***

- ***Diese Definition umfasst sowohl die Nichterfüllung einer festgelegten Forderung bei einem oder mehreren Qualitätsmerkmalen, eingeschlossene Zuverlässigkeitsmerkmale, durch Elemente eines QM-Systems wie auch deren Nichtvorhandensein.***

- ***Sachmangel - Subjektiver Fehlerbegriff***

  Eine Sache ist fehlerhaft, wenn sie wegen einer ungünstigen Eigenschaft zum gewöhnlichen, vertraglich vorgesehenen Gebrauch nicht vollkommen tauglich ist. Die Sache muss, wenn nicht etwas anderes im Einzelfall vereinbart ist, für eine wirtschaftlich sinnvolle Nutzung gebrauchstauglich sein. Der Verkäufer muss nur für Mängel einstehen, die den Wert oder die Gebrauchstauglichkeit der Sache aufheben oder erheblich mindern.

- „Fehler“ ist nur dann die richtige Bezeichnung, wenn die Abweichungen vorgegebene Grenzen überschreiten (im Sinne von Nichterfüllung einer festgelegten Forderung).

Die “klassische” Auswertung einer Messreihe

Klassische Auswertung einer normalverteilten Messreihe

Messgrösse	Messprozess	Beobachtungen	Auswertung	Ergebnis

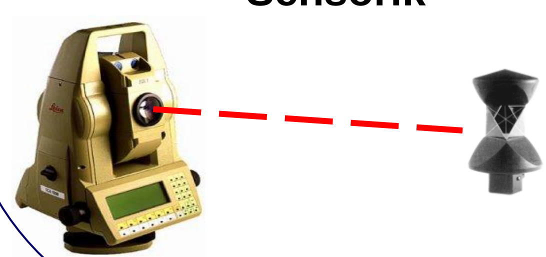
Distanz

Wiederholte Messungen

unter Wiederholbarkeitsbedingungen

Instrumentarium

Sensorik



Messwerte [m]
12.3876
12.3863
12.3866
12.3875
12.3869
12.3868
12.3872
12.3871

Für voneinander unabhängigeMes-sungen

Mit Mitteln der Klassischen Stichproben-analyse

Mittelwert

Varianz

Empirische Standard-abweichung

Empirische Varianz und Standardabweichung X_w unbekannt

Messwerte [m]	x_i-x [mm]	v=x-x_i Geodäsie [mm]	v^2 $[mm]^2$
12.3876	-0.60	0.60	0.36
12.3863	0.70	-0.70	0.49
12.3866	0.40	-0.40	0.16
12.3875	-0.50	0.50	0.25
12.3869	0.10	-0.10	0.01
12.3868	0.20	-0.20	0.04
12.3872	-0.20	0.20	0.04
12.3871	-0.10	0.10	0.01
12.3870	0.00	0.00	1.36

Mittelwert

Normalverteilung

n = 8 Messungen

u = 1 Unbekannte

$$s^2 = \frac{\sum v^2}{n-u} = \frac{1.36}{7} = 0.19\ [mm^2]$$

➢ ***s = 0.44 [mm]***

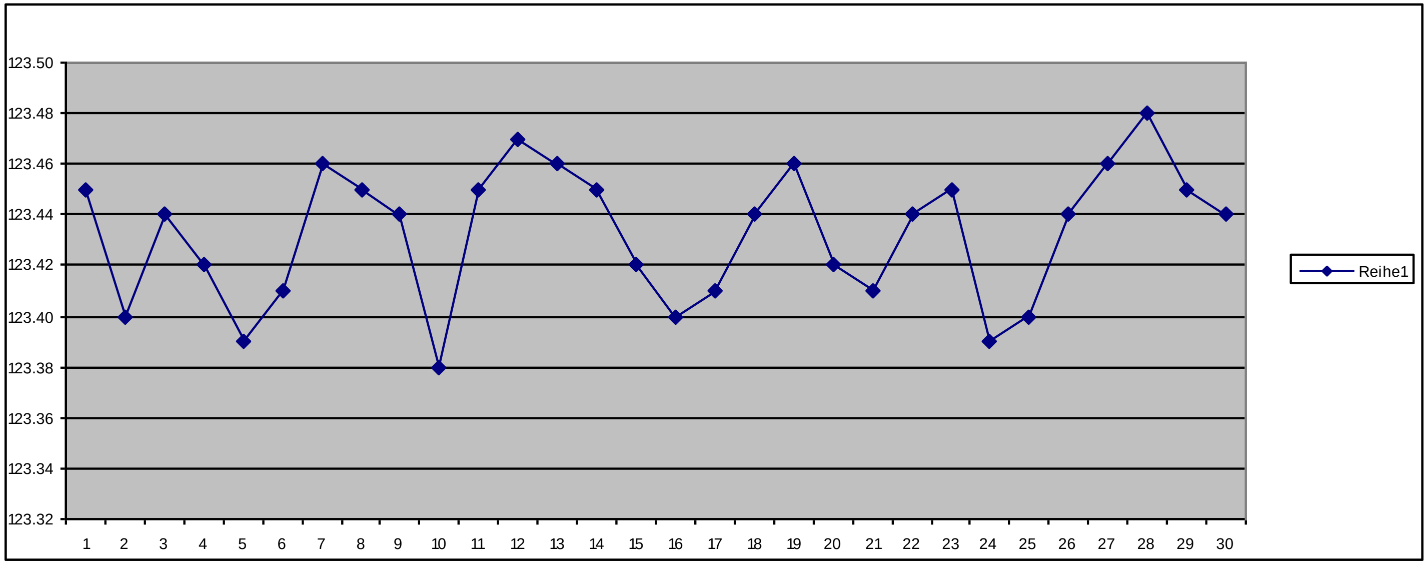
Voraussetzung:

Messungen sind unbiased.

Das Lässt sich aber nicht aus den Daten selbst ersehen.

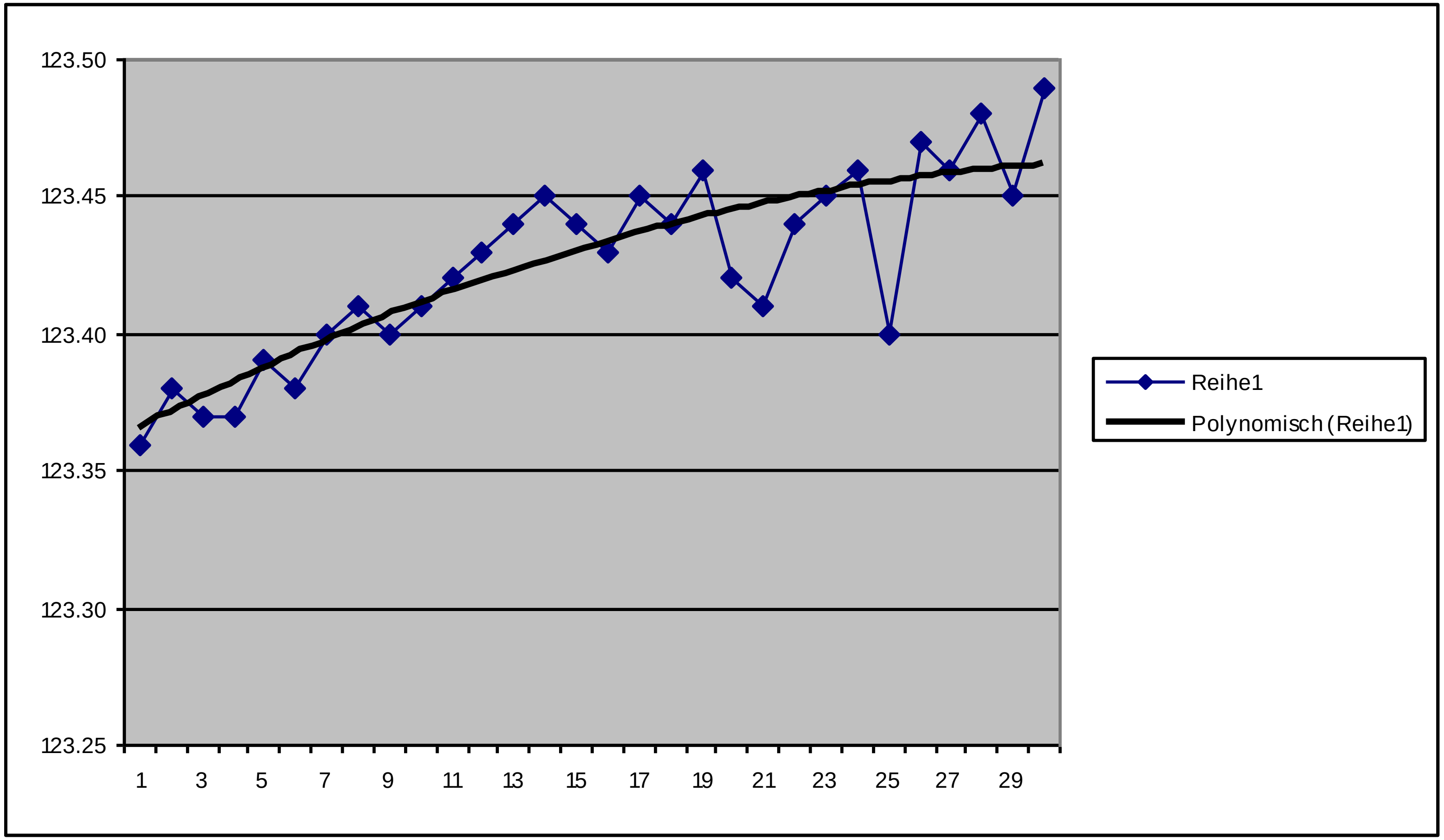
Messreihen

123.45
123.40
123.44
123.42
123.39
123.41
123.46
123.45
123.44
123.38
123.45
123.47
123.46
123.45
123.42
123.40
123.41
123.44
123.46
123.42
123.41
123.44
123.45
123.39
123.40
123.44
123.46
123.48
123.45
123.44
123.43 Mttelw
0.03 STDV



Messreihen

123.36
123.38
123.37
123.37
123.39
123.38
123.40
123.41
123.40
123.41
123.42
123.43
123.44
123.45
123.44
123.43
123.45
123.44
123.46
123.42
123.41
123.44
123.45
123.46
123.40
123.47
123.46
123.48
123.45
123.49
123.43 ← **Mittelwert**
0.03 ← **STDV**



Ansätze zum Einbezug von Erfahrungen (Expertenwissen) in der Geomatik

Entfernungsabhängige Genauigkeitsangaben in der Geomatik

- ***Angaben bei EDM und GPS-Baselines z.B. (2 + 2ppm)***

- ***Nivellement mm/ Km Doppelnivellement (0,4mm/Km Doppelnivellment)***

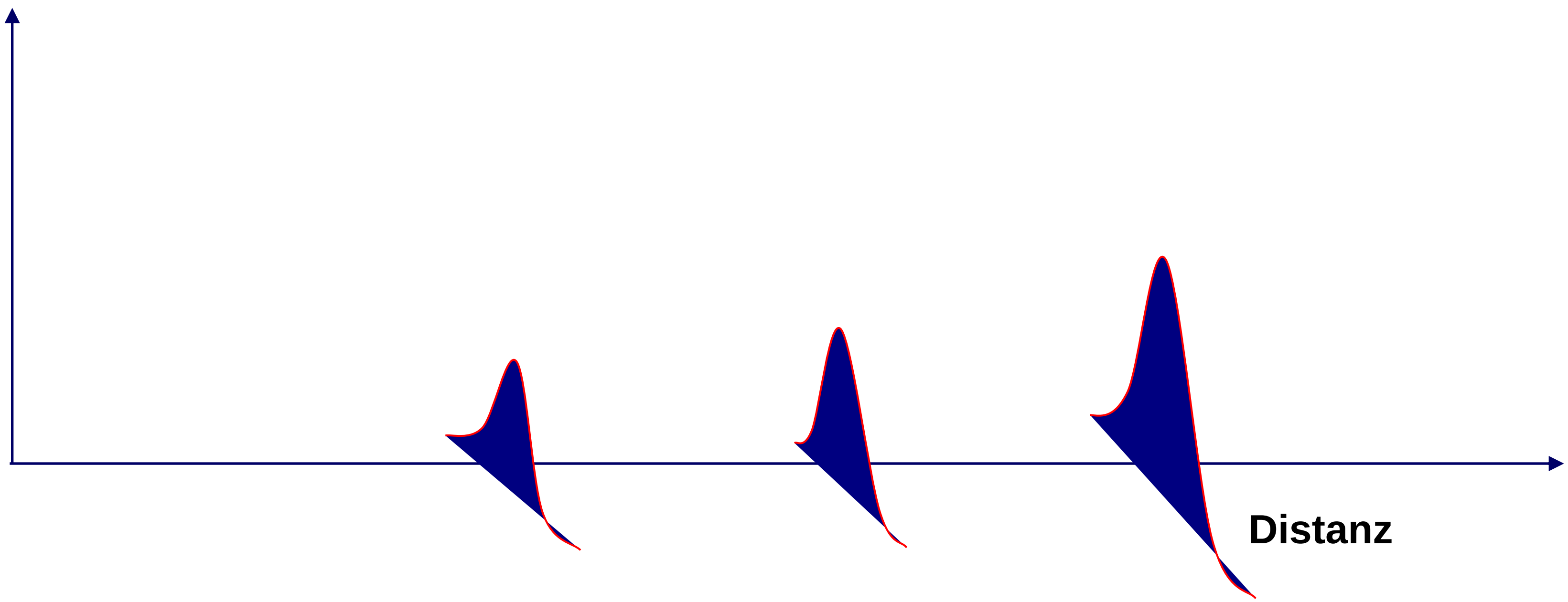
- ***Entfernungsabhängige Angabe beim Polygonzug*** $\sigma_q = \frac{\sigma_\alpha}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{L^3}{S}}$

- ***Enfernungsabhängige Genauigkeit der Richtungsmessung 0,3 + 0,1xD [mgon]***

  (In der Ausgleichsrechnung wird immer noch die Genauigkeit des Winkelabgriffs als a priori Wert eingesetzt)

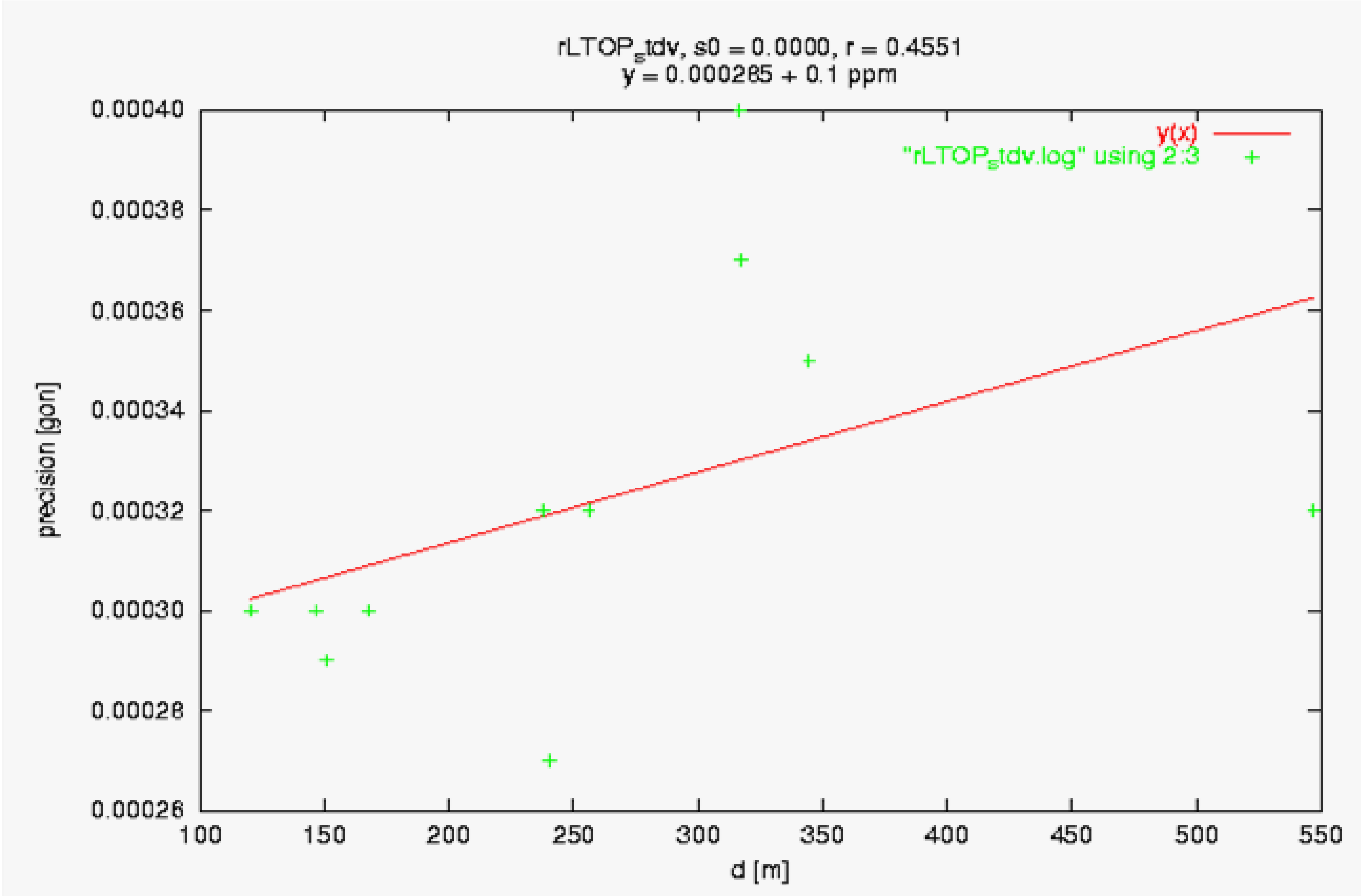
Beispiel: Elektronische Richtungsmessung

s=f(D)



Genauigkeit nimmt mit wachsender Distanz ab

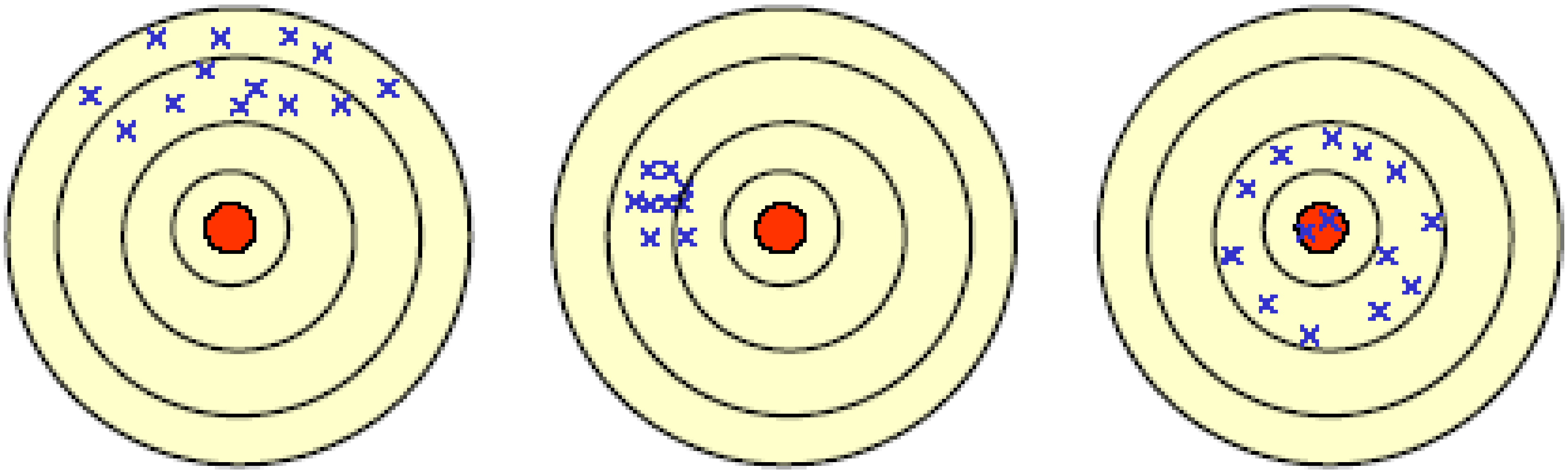
Genauigkeit der Richtungsmessung als Funktion der Distanz



Genauigkeit, Präzision, Auflösung (Kap. 6.5)

Systematische Abweichungen

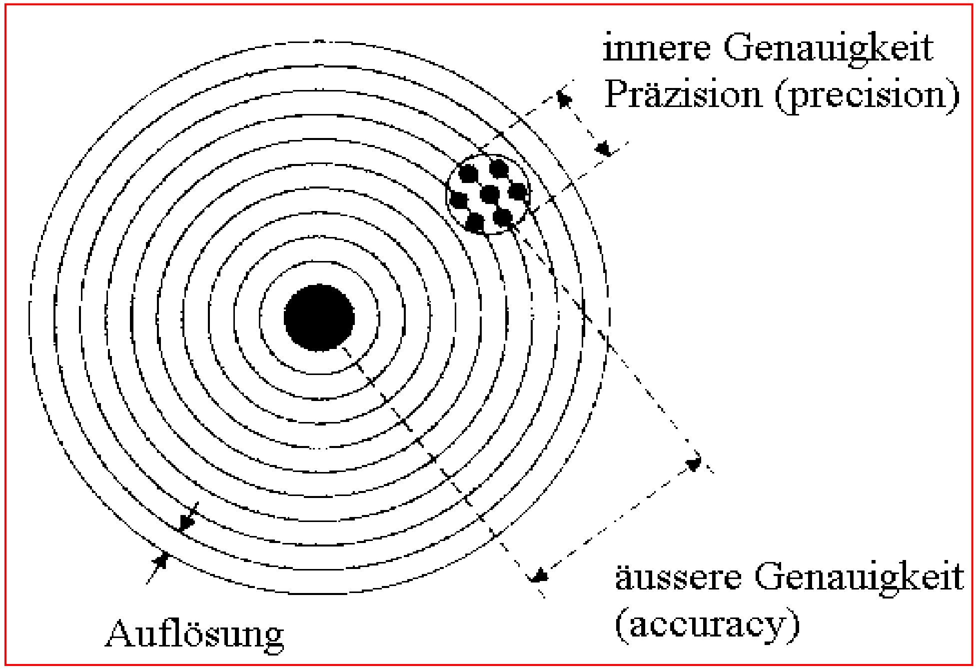
Welche Messung ist am besten?



Wahrer Wert

Justen, 2006

Genauigkeit , Präzision, Auflösung



Genauigkeit/Exactitude/Accuracy

ist immer im Zusammenhang mit der Abweichung vom "wahren Wert" zu sehen

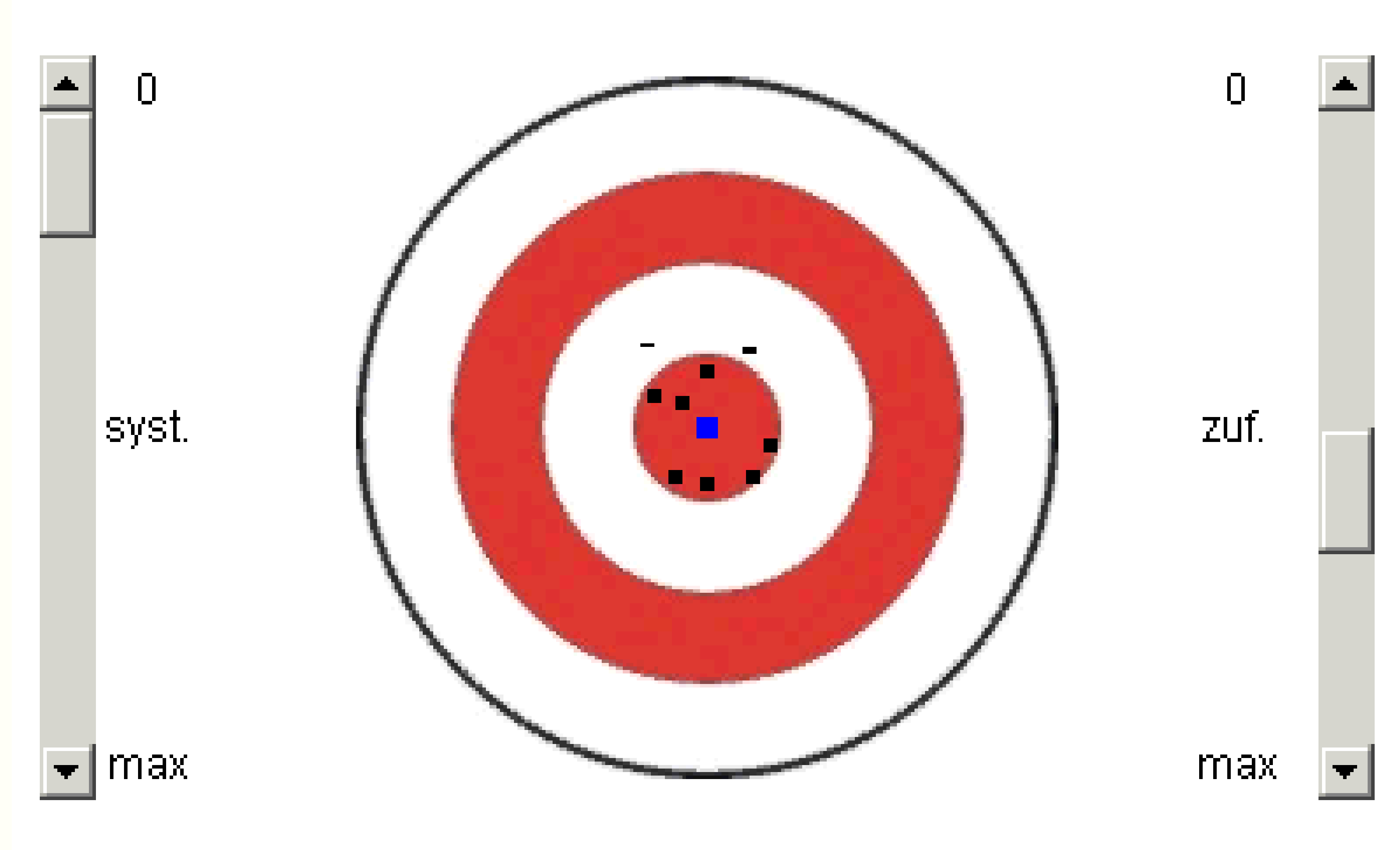
Präzision/Precision/Precision

ermittelt statistischen Aussage hinsichtlich des aus den Messwerten abgeleiteten wahrscheinlichen Wertes

Auflösung (Quantisierung) oder Ansprechschwelle Resolution/Resolution

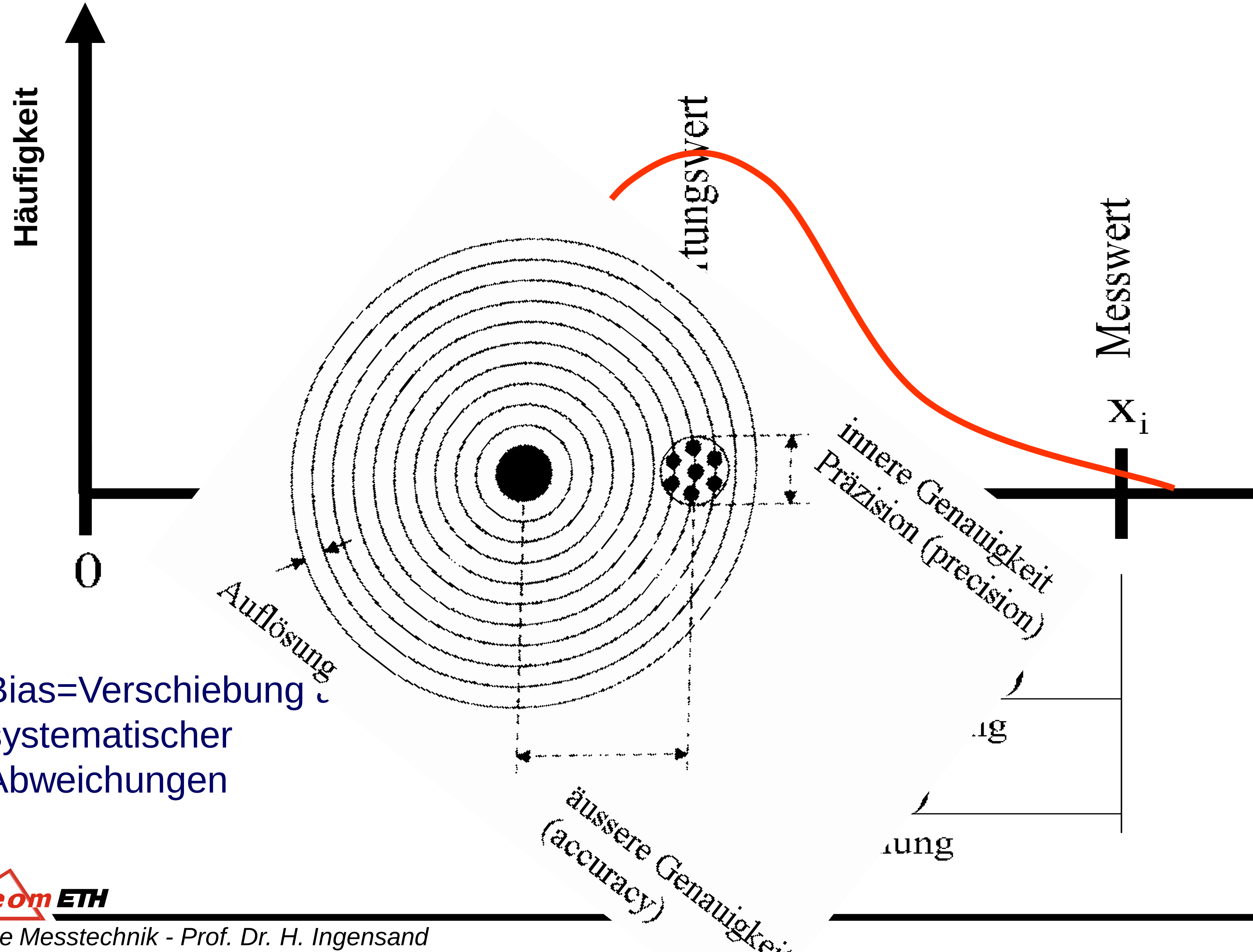
Kleinster angezeigter Wert

Zufällige und systematische Abweichungen



http://www.chemgapedia.de/vsengine/vlu/vsc/de/ch/13/vlu/daten/statistik/fehler.vlu/Page/vsc/de/ch/13/anc/daten/statistik/fehler/fehlertypen.vscml.html

Zufällige und systematische Abweichungen



Bias=Verschiebung d
systematischer
Abweichungen

Systematische- (Bias/Offset) und zufällige Abweichung

- ***In der klassischen Auswertung wird die wahre Abweichung ε_w als Addition der zufälligen Abweichung und der systematischen Abweichungen δ_{gesamt} aufgefasst***

- ***Moderne Ansätze teilen die systematische Abweichung δ_{gesamt} in einen Unbekannten- δ_u und einen bekannten (deterministischen) Anteil δ_b auf.***

$$\delta_{gesamt} = \delta_u + \delta_b$$

Additionskonstante, Antennenoffset, Verzeichnung eines Digitalkamera Objektivs als Beispiele einer systematischen <u>bekannten</u> Abweichung

Ungelöstes Problem! : Die unbekannte systematische Abweichung

Die Mängel bzw. die Grenzen der klassischen “Fehler”analyse

Die Quantifizierung der Messabweichung erfordert letztendlich die Kenntnis eine “wahren Wertes”

Keine standardisierte Erfassung, Beschreibung und Behandlung unbekannter Messabweichungen

Überbetonung statistisch ermittelter Abweichungen

Inkonsistente Behandlung von systematischen und zufälligen Messabweichungen

Es gibt weder vollständig bekannte systematische Mess-abweichungen noch gänzlich unbekannte

Es gab bisher keine klare Unsicherheitsdefinition

Inkonsistenz

Sommer, 2006

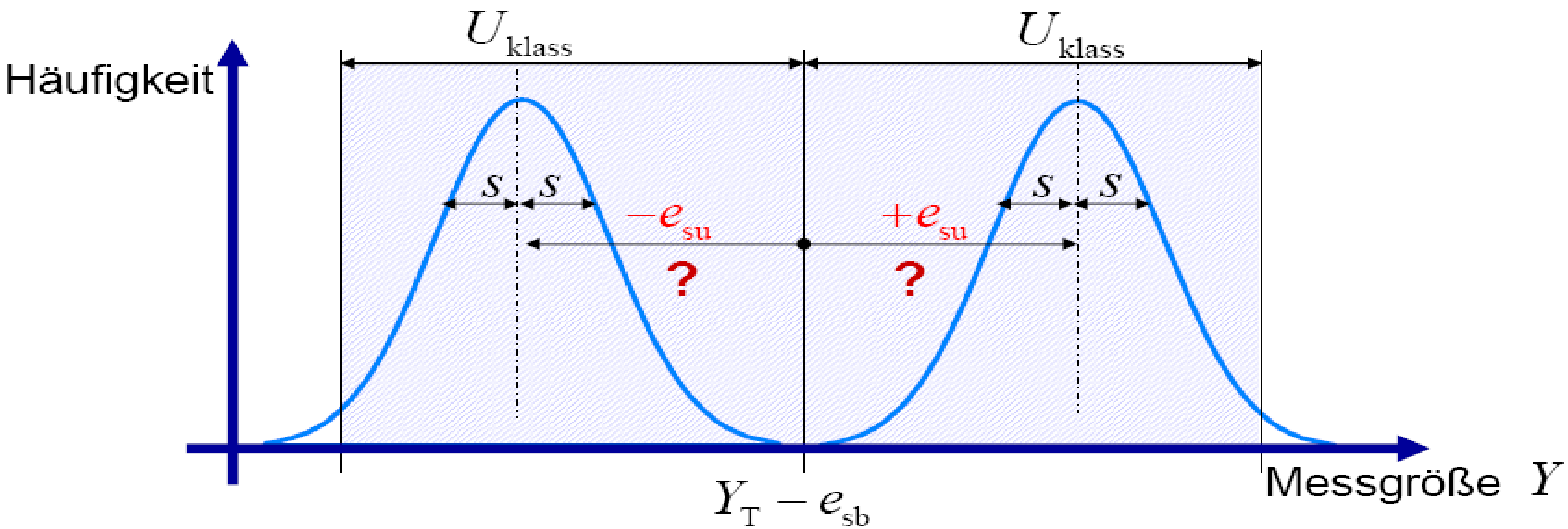
Was sollte unser Ziel sein?

- ***Angaben zur Richtigkeit des Messergebnisses***

- ***Interessanterweise bestätigt ein Geometer die Richtigkeit eines Planes, aber nicht die Richtigkeit eines Messergebnisses oder einer abgeleiteten Grösse (z.B. Koordinaten)***

- ***Die Vermutung der Richtigkeit wird bis heute meist durch die Standardabweichung und auch durch statistische Test (Zuverlässigkeit) ausgedrückt.***

Die "Unsicherheit" U in der klassischen Statistik



U_{klass} war verstanden worden als **Halbweite eines Abweichungsintervalls**, dessen Grenzen (nahezu) niemals überschritten werden

...für die Berücksichtigung der zufälligen Messabweichungen wurde eine *Student-t*-Verteilung angenommen:

mit $\pm \dfrac{s \cdot t}{\sqrt{n}}$ - als Vertrauensbereich

$$U_{\mathrm{klass}} = \frac{s \cdot t_{95}}{\sqrt{n}} + \overset{?}{\left| e_{su} \right|}$$

Problem

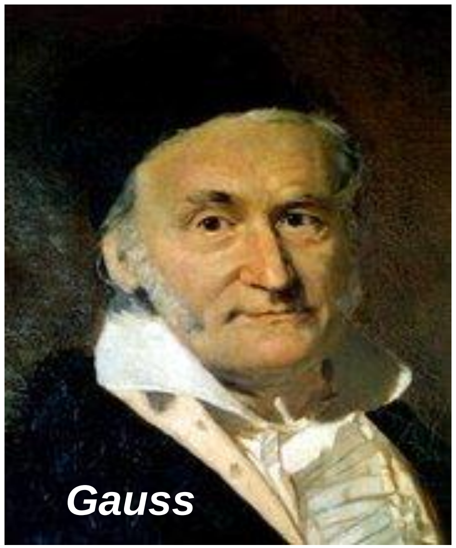
ETH_ZUERICH2006
So ETH-F7

Gauss und Legendre als Begründer der MdkQ

- ***Anfang des 19. Jahrhunderts wurde von C. F. Gauss und A. M. Legendre die Schätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate (MdkQ) entworfen, die sich seither zum Standardverfahren für die Ausgleichung geodätischer Beobachtungen entwickelt hat. Der Erfolg dieses Schätzverfahrens liegt hauptsächlich in seiner einfachen, übersichtlichen und rechnerisch beherrschbaren Art begründet, obwohl die dem Verfahren zugrundeliegende Modellannahme, die Normalverteilung der Mess"fehler", in der Praxis <u>nicht zwingend</u> erfüllt werden***

→ heute Ergänzung durch robuste Schätzverfahren (Aussreisser Ellimination etc.).

- ***Die „klassische" Gauss'sche Fehlerrechnung verarbeitet allein "zufällige Messfehler", die nach Ellimination von "systematischen Fehlern" bleiben***



1777-1855

1752 - 1833

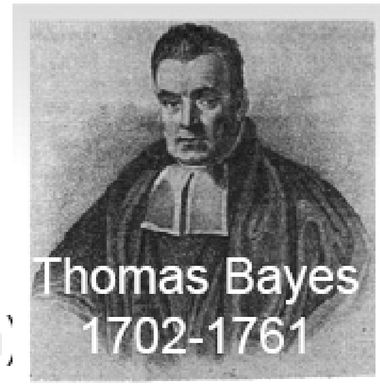
- ***Indessen hat schon Carl Friedrich Gauß auf die Existenz und Relevanz sogenannter "unbekannter systematischer Messfehler " hingewiesen, ohne sie allerdings in seine Formalismen einzubeziehen.***

Messung als Lernprozess

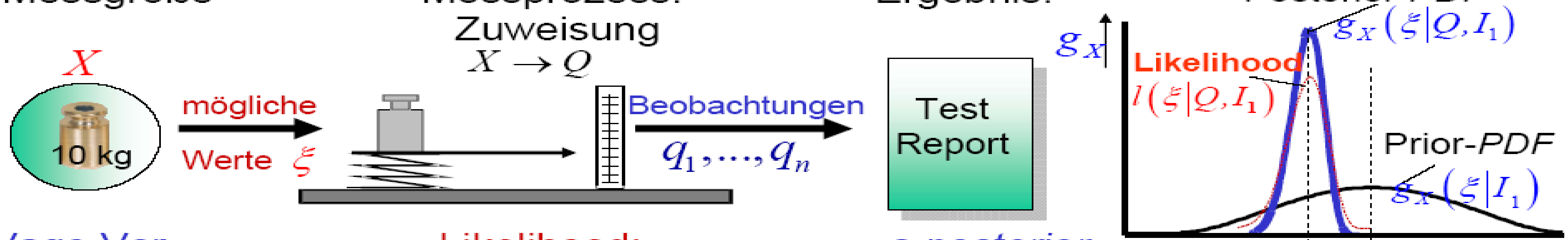
Bayes -Theorem

$$\underbrace{g_X\left(\xi\middle|Q,I_1\right)d\xi}_{\text{Posterior-PDF}} = C\cdot \underbrace{l\left(\xi\middle|Q,I_1\right)}_{\text{Likelihood}}\cdot \underbrace{g_X\left(\xi\middle|I_1\right)d\xi}_{\text{Prior-PDF}}$$

I_1 – *a priori*-Kenntnisse, Q – neue, zusätzliche Kenntnisse (Daten)



Messgröße | Messprozess: Zuweisung $X \to Q$ | Ergebnis: | Posterior-*PDF*



Vage Vor-kenntnisse

PDF: $g_X\left(\xi\middle|I_1\right)$

Likelihood:

$l\left(\xi\middle|Q,I_1\right)$

a posterior-Kenntnisse

PDF: $g_X\left(\xi\middle|Q,I_1\right)$

$l\left(\xi\middle|Q,I_1\right) = h\left(Q\middle|\xi,I_1\right)$
(Häufigkeitsverteilung für die Größe Q)

ETH_ZUERICH2006
So ETH-F25

Berücksichtigung zusätzlicher Erkenntnisse

Messgrösse | **Messprozess** | **Beobachtungen** | **Zwischenergebnis** | **Endergebnis**

Distanz

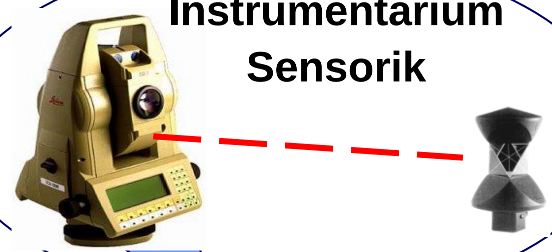
Wiederholte Messungen

unter Wiederholbarkeitsbedingungen

Messwerte [m]
12.3876
12.3863
12.3866
12.3875
12.3869
12.3868
12.3872
12.3871

Klassische Statistik

Instrumentarium Sensorik



Einflüsse/ Parameter

+

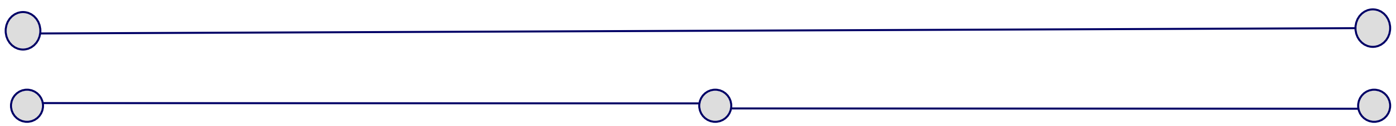
Messergebnis

Zusätzliche Erkenntnisse z.B. durch Kalibrierung/Expertenwissen

- **Meteoeinflüsse**
- **Auflösung**
- **Systematiken des eingesetzen Messverfahrens**
- **Driften des Messinstrumentes**

Beispiel: Bestimmung der Additionskonstanten

- ***Wie wirkt Additionskonstante in der Messung: Systematische Abweichung unabhängig von der Messdistanz***
- ***Besonderheit: Additionskonstante kann nicht aus einer Messreihe als unbekannter Parameter abgeleitet werden***
- ***Kalibrierprozess: z.B. Linearkombination von 3 Strecken***



S=L1+ c

S=L2+c+L3+c

- ***Auch dieser Kalibrierprozess hat eine Genauigkeit → Varianzfortpflanzung***
- **Experten wissen zudem, dass die Additionskonstante, insbesondere im Nahbereich, nicht wirklich konstant ist**

Einführung in die Messunsicherheit

**Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)
Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen)**

Internationaler Standard, der auch für die Nationalen Institutionen wie METAS (Früher Eidgenössisches Amt für Messwesen) bindend ist.

Wo ist die Geomatik von der "Messunsicherheit" betroffen?

- *Die Qualität der Schwerewerte muss als amtliche Messgrösse in der Schweiz ab sofort in der Form der Messunsicherheit angegeben werden.*
- *Kalibrierung von Messinstrumenten durch akkreditierte Labors*
- *Hersteller werden in Zukunft die "Genauigkeit" eines Messinstrumentes in der Form der Messunsicherheit gemäss ISO Normen angeben*

  ISO/TC 172/SC 6/Geodetic and Surveying Instruments

  Optics and optical instruments --- Field procedures for testing geodetic and surveying instruments ---

  Existing standards: Theory, Levels, Theodolites, EDM, Rotating Lasers

  Electronic tacheometers, Optical plumbing instruments

  GNSS field measurements systems in real-time kinematic mode

- *Büros , die nach ISO 9000 zertifiziert sind*
- *Einhaltung von Toleranzen*
- *Interdisziplinäre Projekte (CERN verlangt Messunsicherheit)*
- *Die Präzision und Auflösung der Instrumente bzw. Messverfahren wird immer höher, dadurch treten andere systematische Effekte immer mehr in den Vordergrund*

Wie setzt sich die Messunsicherheit zusammen?

Früher wurde zwischen systematischen und zufälligen Messabweichungen unterschieden.

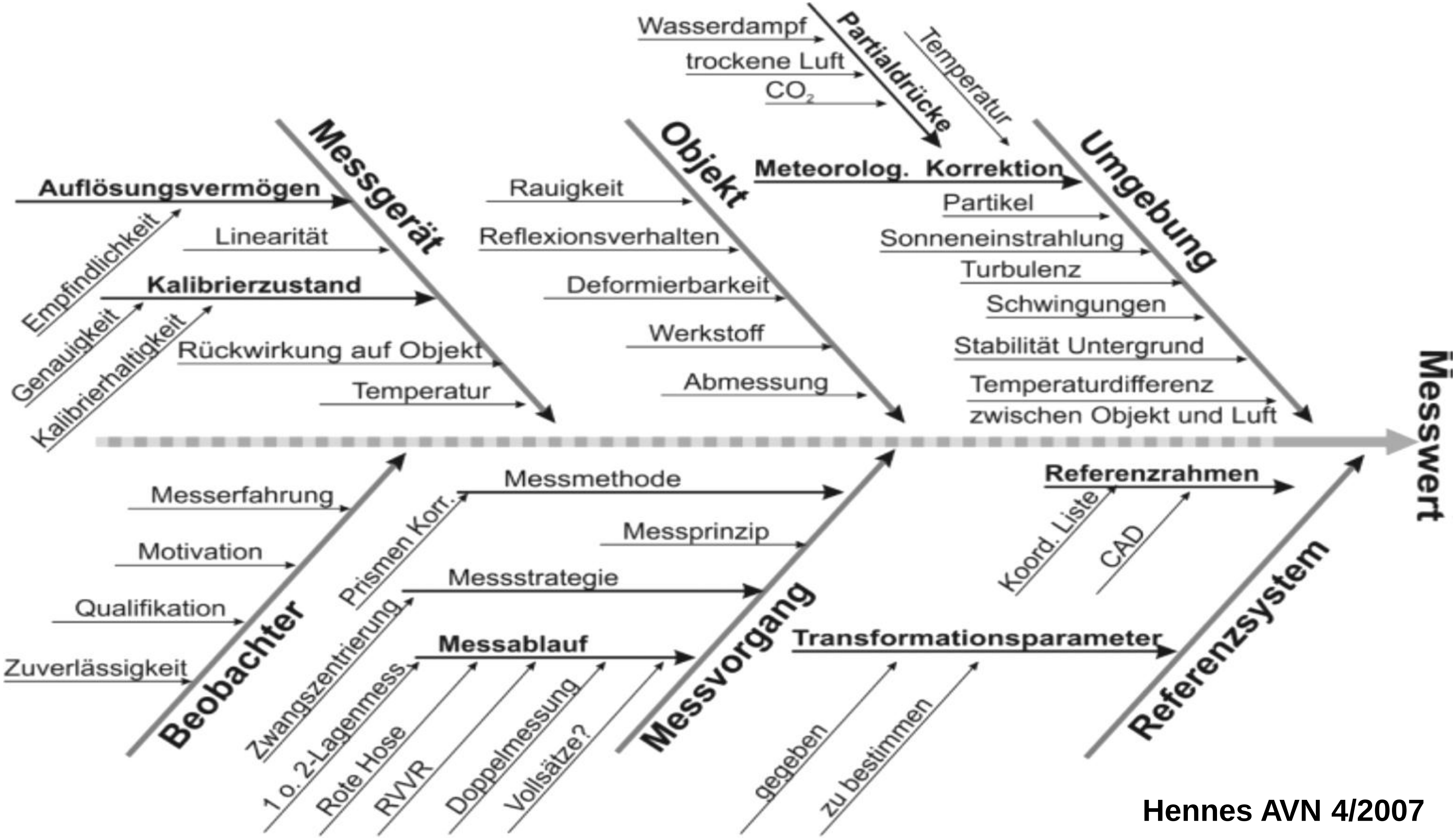
Da sich diese aber nicht streng von einander trennen lassen, wird in der international gültigen GUM von dieser Unterscheidung Abstand genommen.

Vielmehr werden Quellen der Messunsicherheit angegeben, wie:

- ***Unvollständige Definition der Messgrösse (vrgl. Meterdefinition)***
- ***Ungenaue Werte von Normalen und Referenzmaterialien (z.B. Laserinterferometer)***
- ***Unbekannte Funktion des Messgerätes/Verfahrens (Black Box)***
- ***Endliche Auflösung oder Ansprechschwelle des Messgeräts***
- ***Unzureichende Kenntnisse der Einflüsse von Umweltbedingungen auf die Messung,***

  (Refraktion, Temperaturverhalten des Instruments,…..) oder unvollkommene Messung der Umweltbedingungen (z.B. :Messung der Temperatur ist nicht repräsentativ für die Messtrecke)

Die Einflussparameter oder wie entsteht ein Messwert?



Hennes AVN 4/2007

Neue Definitionen im Sinne der Messunsicherheit

Das** Ergebnis einer Messung **wird dargestellt durch den Schätzer des wahren Wertes und dessen Messunsicherheit.

Die Messunsicherheit kennzeichnet die** Genauigkeit des Messverfahrens, **je kleiner die Messunsicherheit, desto höher die Genauigkeit.

Messunsicherheit als ein „dem Messergebnis zugeordneter Parameter" definiert, „der die Streuung der Werte kennzeichnet, die vernünftigerweise der Messgrösse zugeordnet werden könnte" (GUM)

Die Messunsicherheit u bzw. kombinierte Messunsicherheit u_c wird dabei als Mass einer Streuung immer als positiver Wert (ohne Vorzeichen) zusammen mit dem Messergebnis angegeben.

Wie wird die Messunsicherheit bestimmt?

Die quantitative Ermittlung der Messunsicherheit setzt sich grundsätzlich aus mehreren Komponenten zusammen.

GUM unterscheidet zwei Kategorien:

Typus A: Komponenten, die mit statistischen Methoden berechnet werden. √

Typus B: Komponenten, die auf andere Weise ermittelt werden (Verfahren der Wahrscheinlichkeitstheorie z.b. nach Bayes) und nicht unmittelbar aus der Messreihe ermittelt werden **?**

Kombination von Statistischen- und nichtstatistischen Auswertungen

Kenntnisse über die Parameter und Einflussgrössen

A

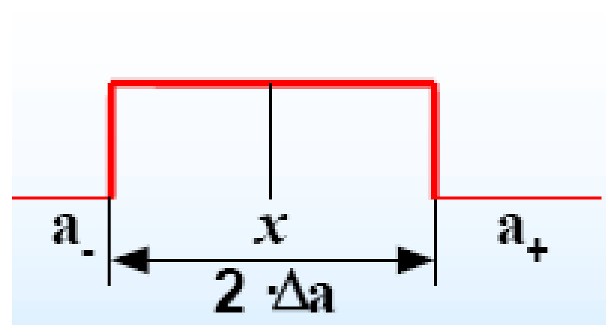
Messdaten: Z.B. Beobachtungsreihe

Statistische Auswertung

B

Festlegung von unteren und oberen Grenzen

Abschätzung der Wahrscheinlichkeit, wie systematische Effekte Einfluss auf die Messungen haben



Die Komponenten der Kategorie A (wie bisher)

werden durch die empirische Standardabweichung s_i sowie ihren Freiheitsgrad n_i angegeben. (vrgl. f=n-u)

Berechnungsmethoden: Varianzfortpflanzungsgesetz

Methode der kleinsten Quadrate unter

Berücksichtigung von Korrelationen

Die auf dieser Basis ermittelte Unsicherheit $u_{Ai} = s_i$ wird von GUM als

Standardunsicherheit bezeichnet

Standardabweichung → Standardunsicherheit

Kategorie B

Die <u>Komponenten der Kategorie B</u> werden als Näherungen der entsprechenden Standardunsicherheiten betrachtet. Sie sind durch Grössen u_{Bi} zu charakterisieren.

Dieses Vorgehen ist bisher bei geodätischen Messverfahren kaum angewendet worden.
Hier besteht aber erstmals die Möglichkeit, eine Messunsicherheit abzuschätzen.
Dabei sollen alle verfügbaren Informationen – also auch die in langjähriger Messerfahrung erworbenen - über die Streuung einfliessen.

Unsicherheitenfortpflanzungsgesetz

Kombinierte Messunsicherheit $u_{combined}$

$$u_c = \sqrt{u_{A1}^2 + u_{A2}^2 + \ldots + u_{An}^2 + u_{B1}^2 + u_{B2}^2 + \ldots + u_{Bm}^2}$$

Vrgl. Varianzfortpflanzungsgesetz

Messgrössen, abgeleitete Grössen

- ***Beim Messen mit geodätischen Instrumenten werden vorrangig die Messgrössen (Y) wie Distanzen, Richtungen, Winkel, GPS Phasenmessungen ermittelt.***

- ***Diese können heute nicht mehr als Rohmesswerte betrachtet werden, da die Hersteller durch Kalibrierungen die ausgegebenen Messwerte bereits korrigiert haben. Diese Korrekturfunktionen sind unbekannt.***

- ***Auch Koordinaten können als „nicht direkt“ beobachtete Messgrössen betrachtet werden.***

- ***Sie sind dabei aus einer endlichen Menge an Eingangsgrössen X_i, unter Anwendung eines funktionalen Modells als abgeleitete Grössen zu bestimmen***

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N)$$

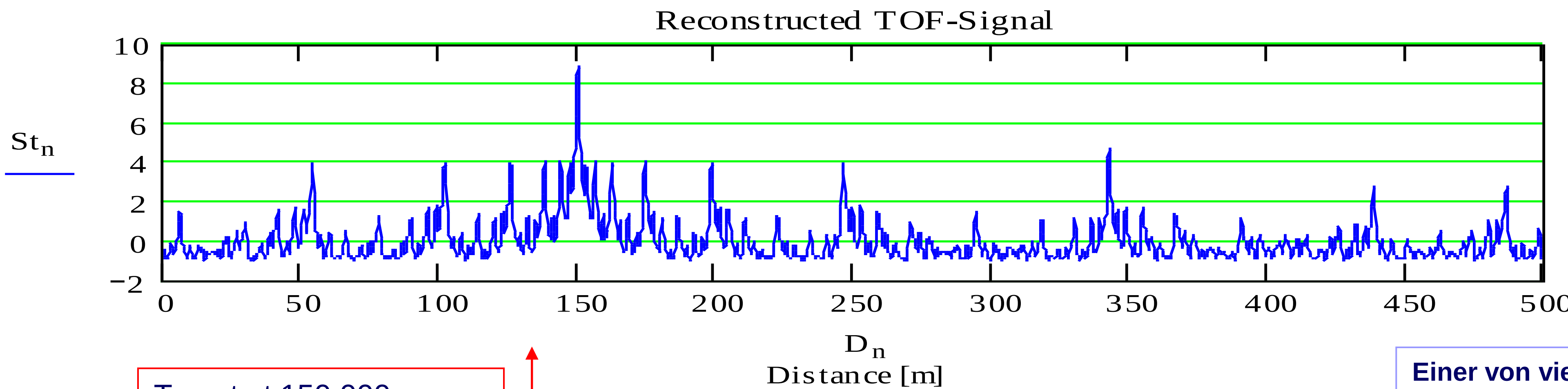
Ermittlung der Messunsicherheit Typ B

Die Beschreibung aller Einflussgrössen erfordert umfassende Kenntnisse über den Messprozess im Instrument, die Konzeption des Messverfahrens einschliesslich die Auswirkungen des Messumfeldes.

Hier ist neben dem normalen Fachwissen auch Expertenwissen notwendig!

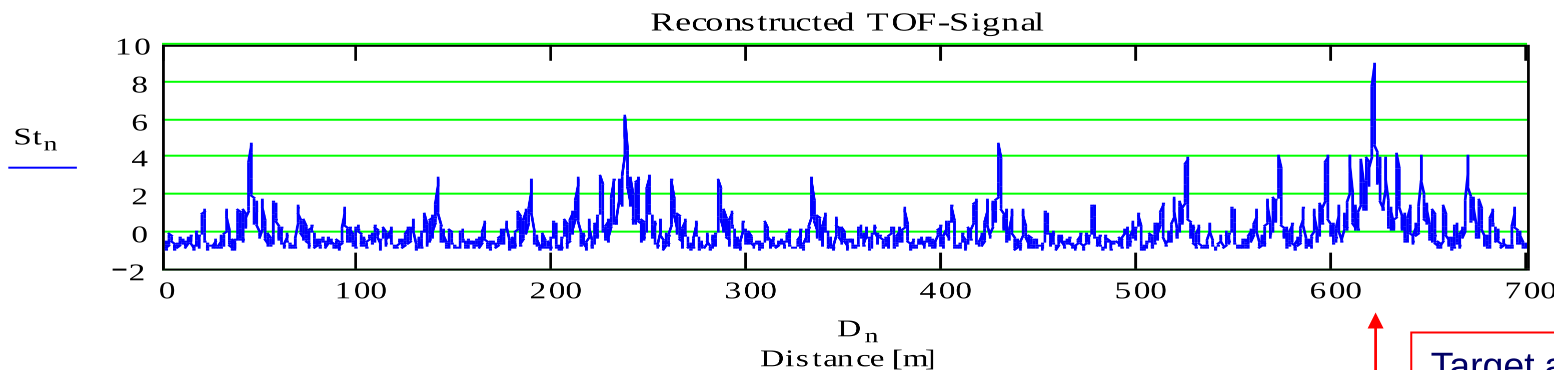
Beispiel EDM: Vom Phasenmesser -> zum System Analyzer

An illustration of the „pulsed time-of-flight signal“ for the case of a single target:



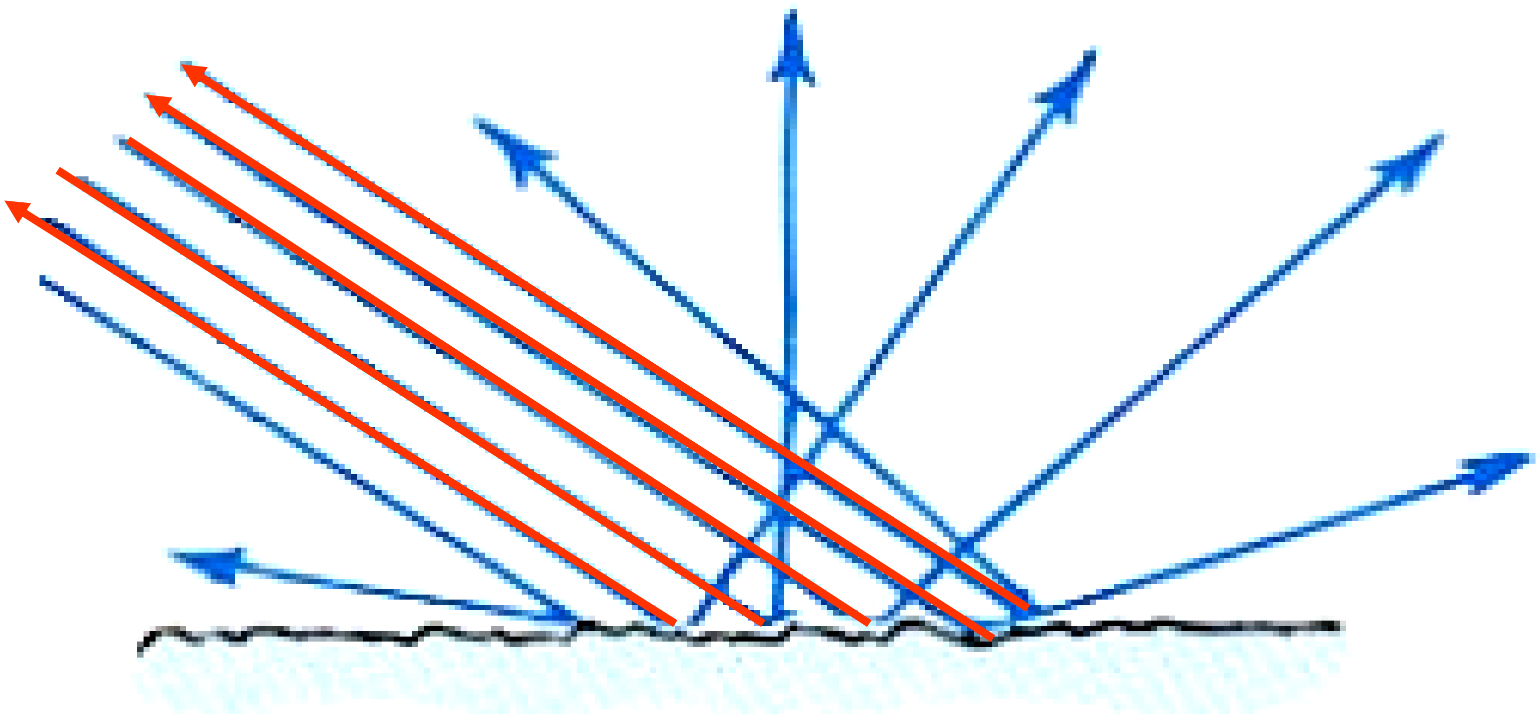
Target at 150.000m

Einer von vielen Vorteilen:
Kein zyklischer Phasenfehler.

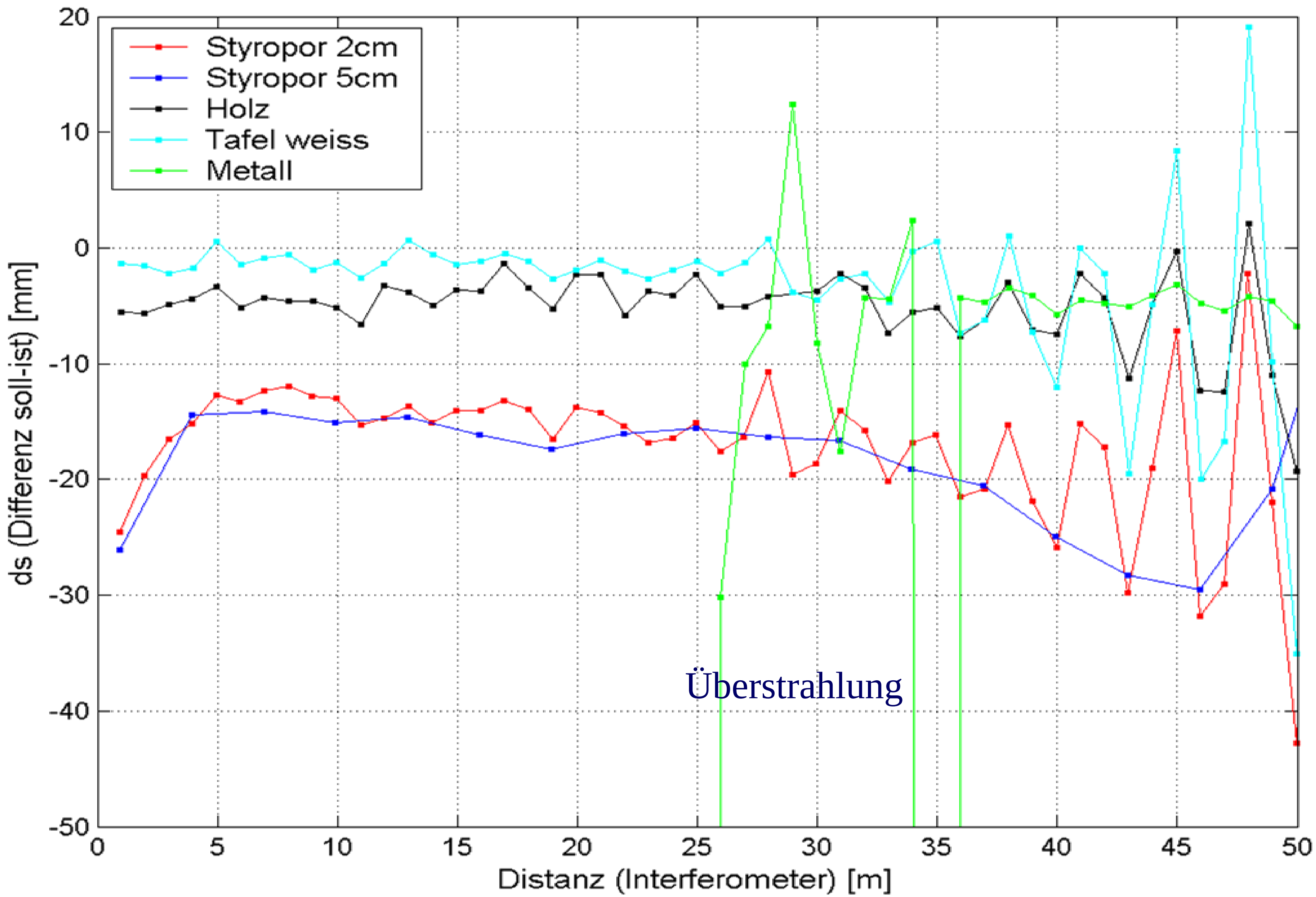


Target at 620.000m

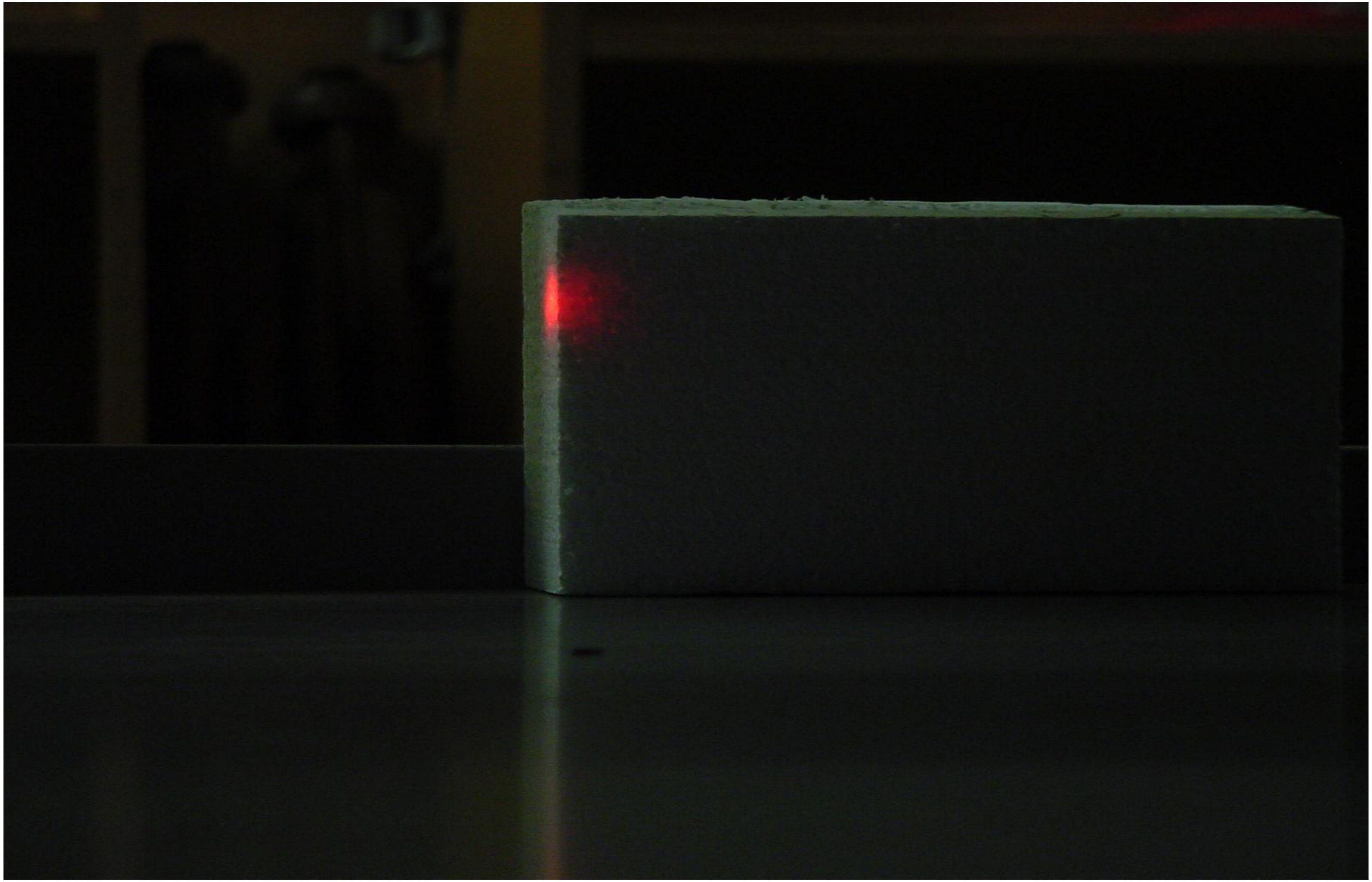
Reflektorlose Distanzmessung



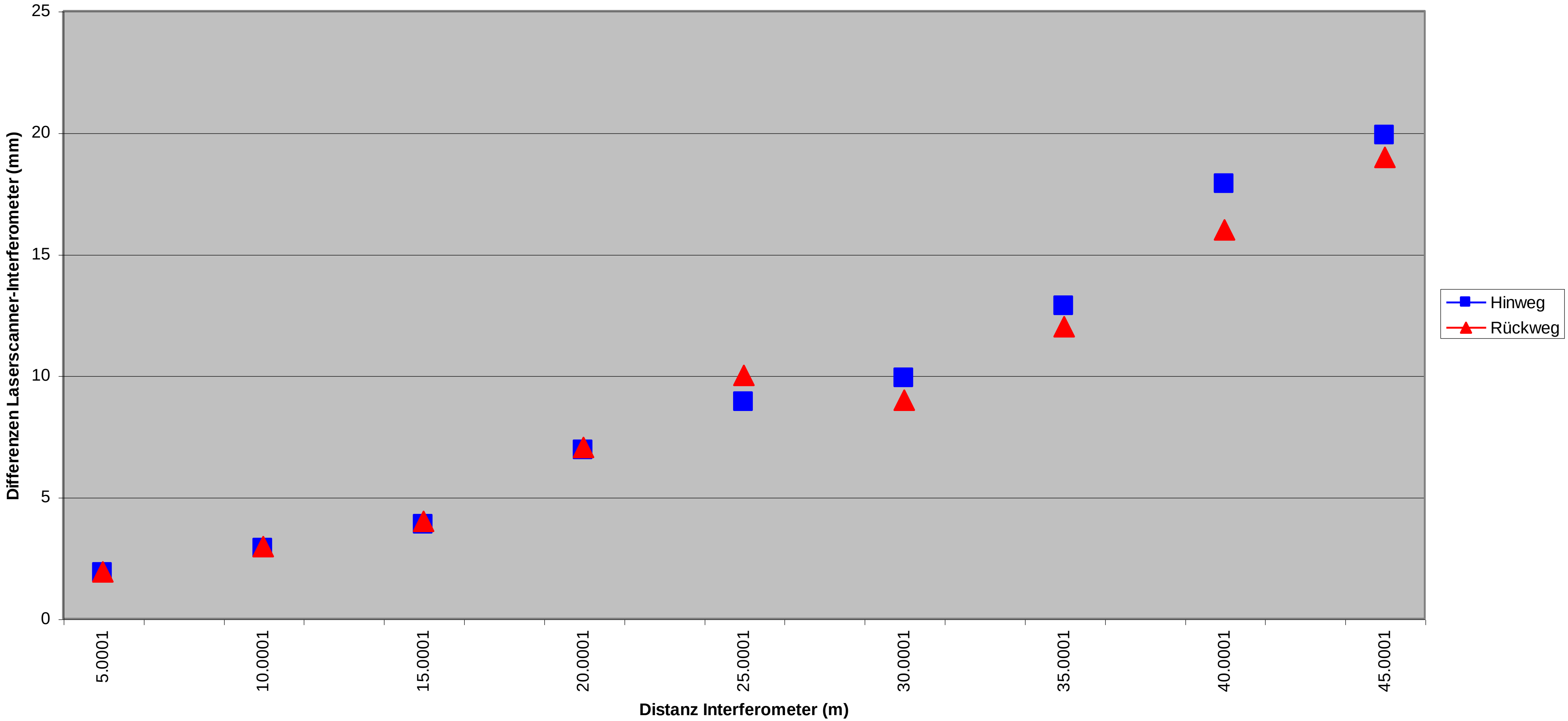
Distanzvariation als Funktion des Materials



Eindringen des Laserstrahles in Styropor

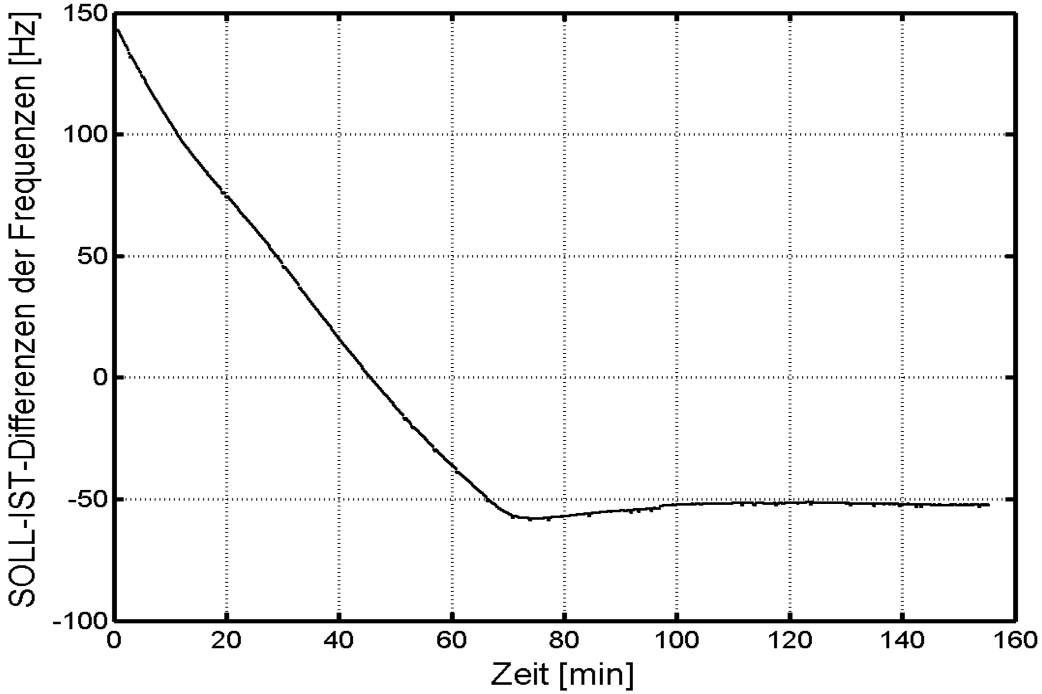


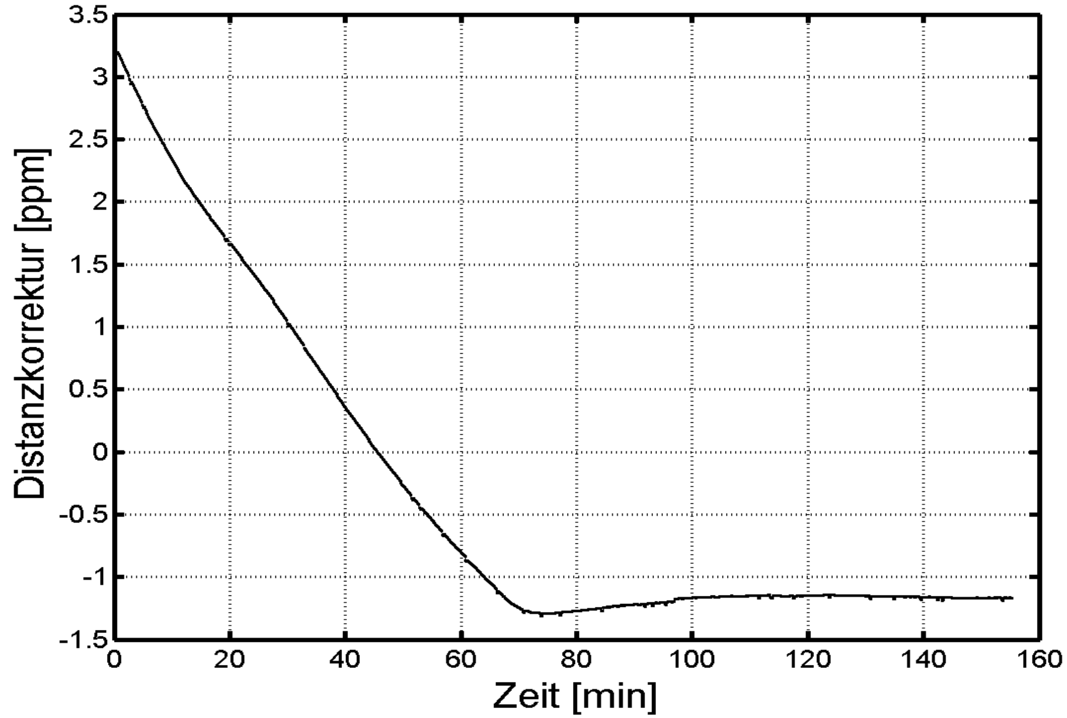
Masstabsabweichungen:Scanner vs Interferometer

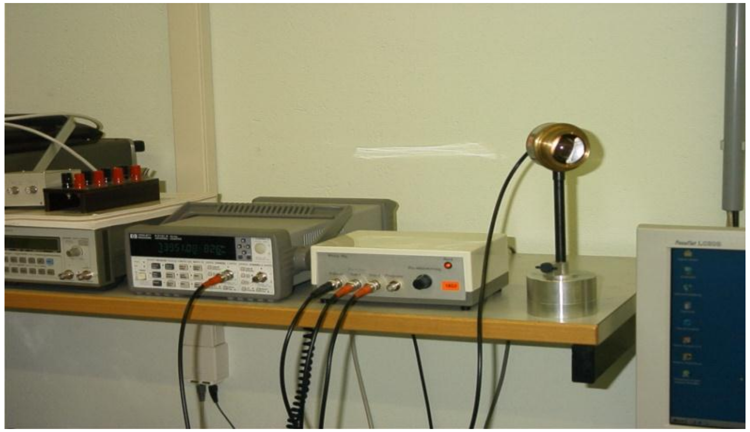


about 430 ppm error

Thermische Drift des Oszillators

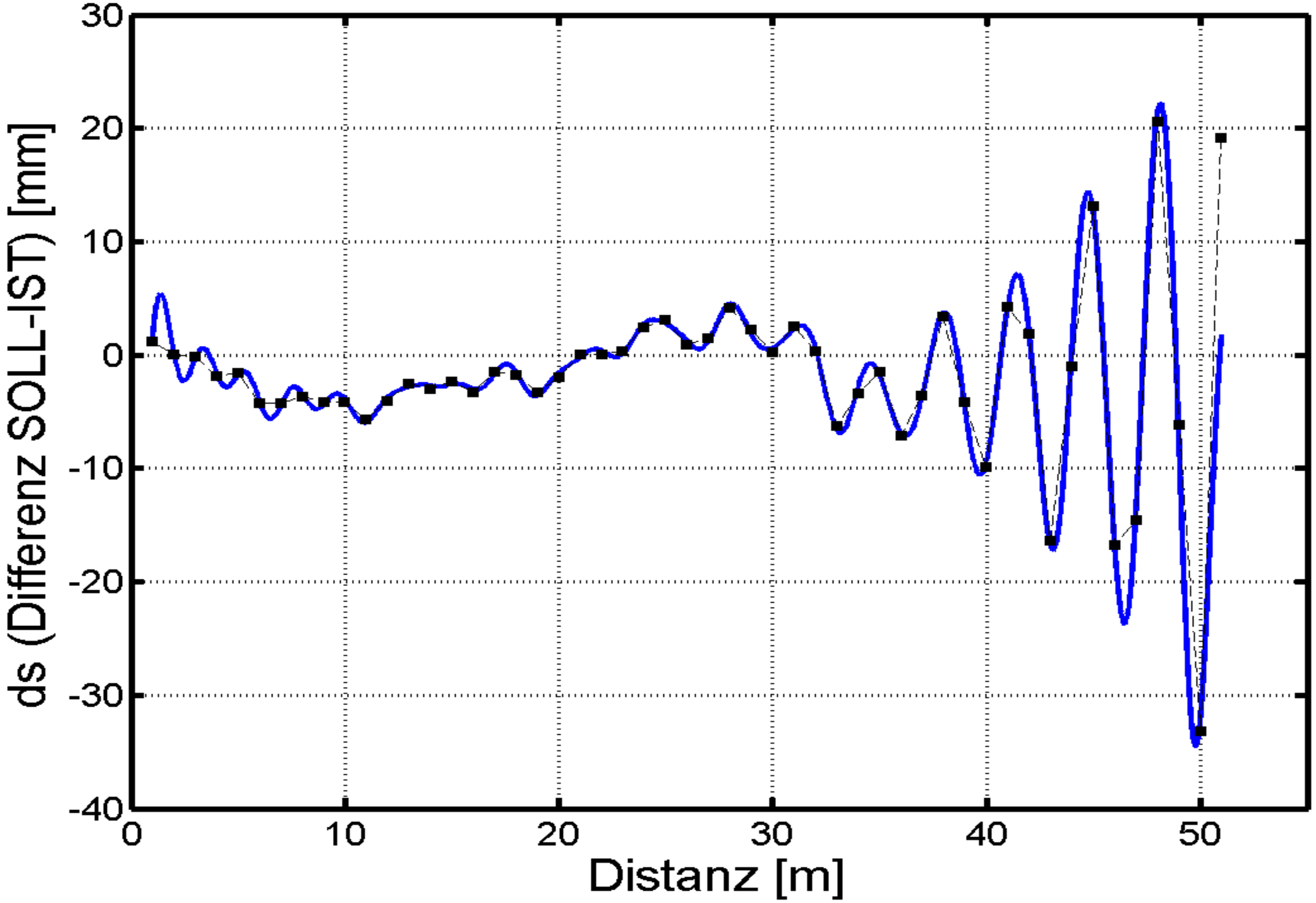




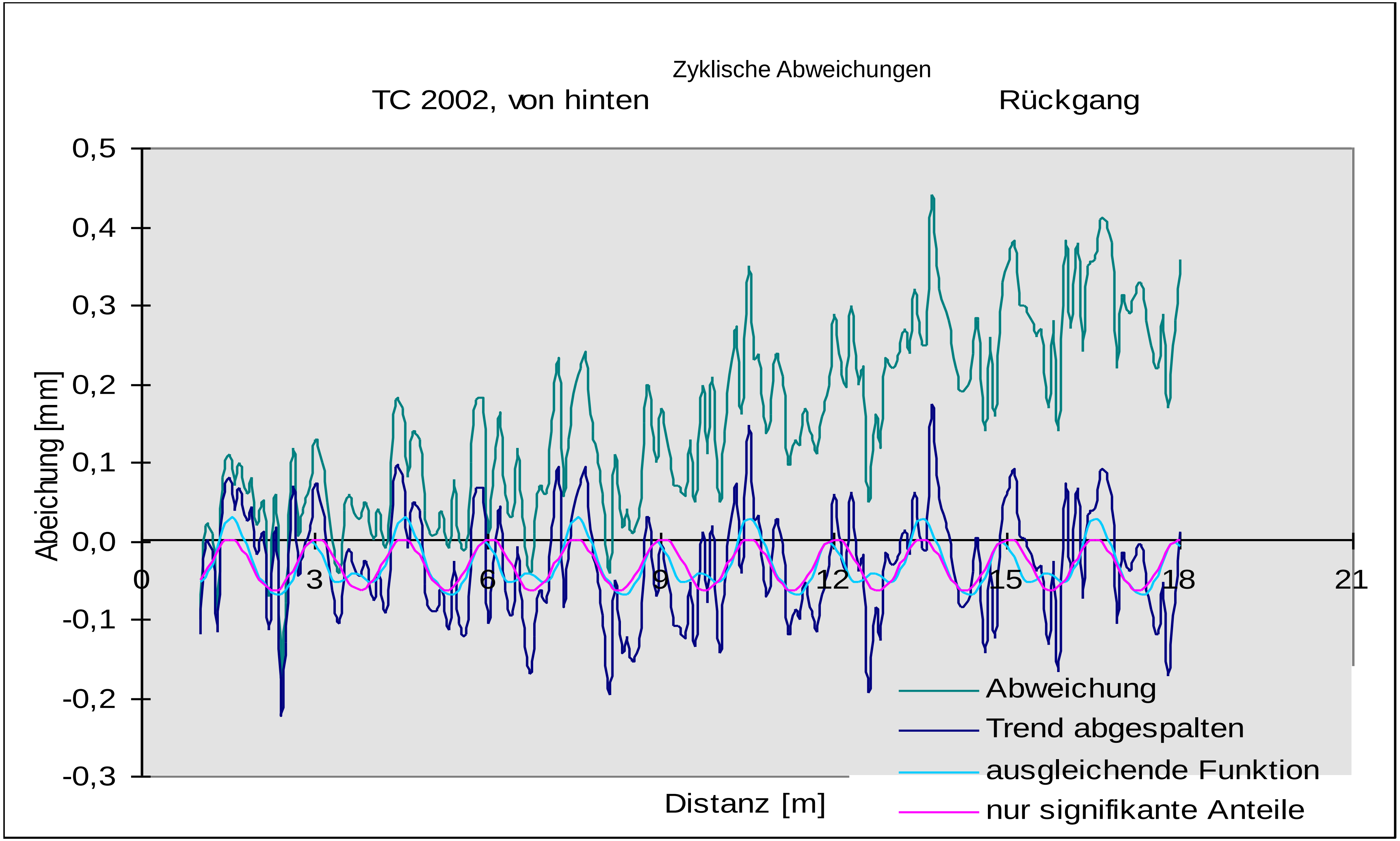


Modellierung von zyklischen Distanz Abweichungen

Fourier: $$g(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} \left(a_k \cdot \cos(k \cdot x) + b_k \cdot \sin(k \cdot x) \right)$$



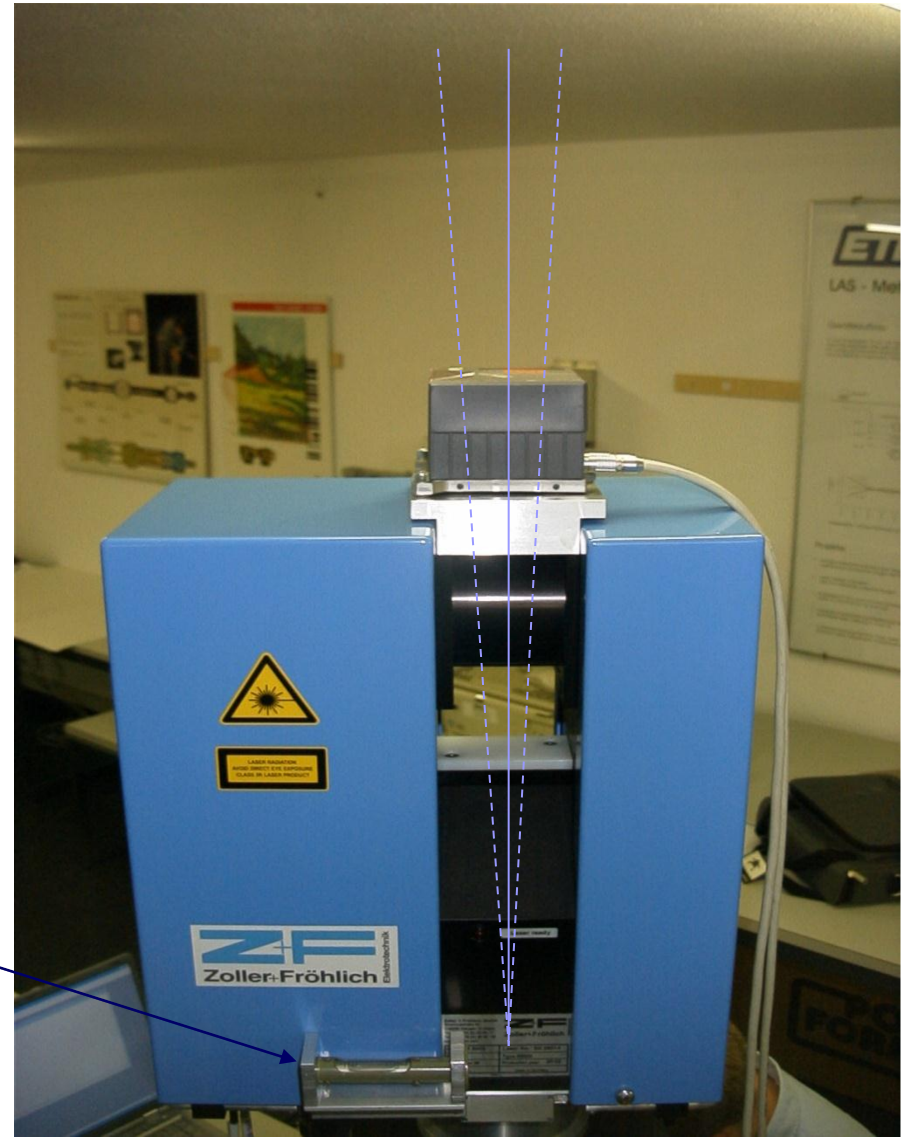
Laborergebnisse von Tachymetermessungen



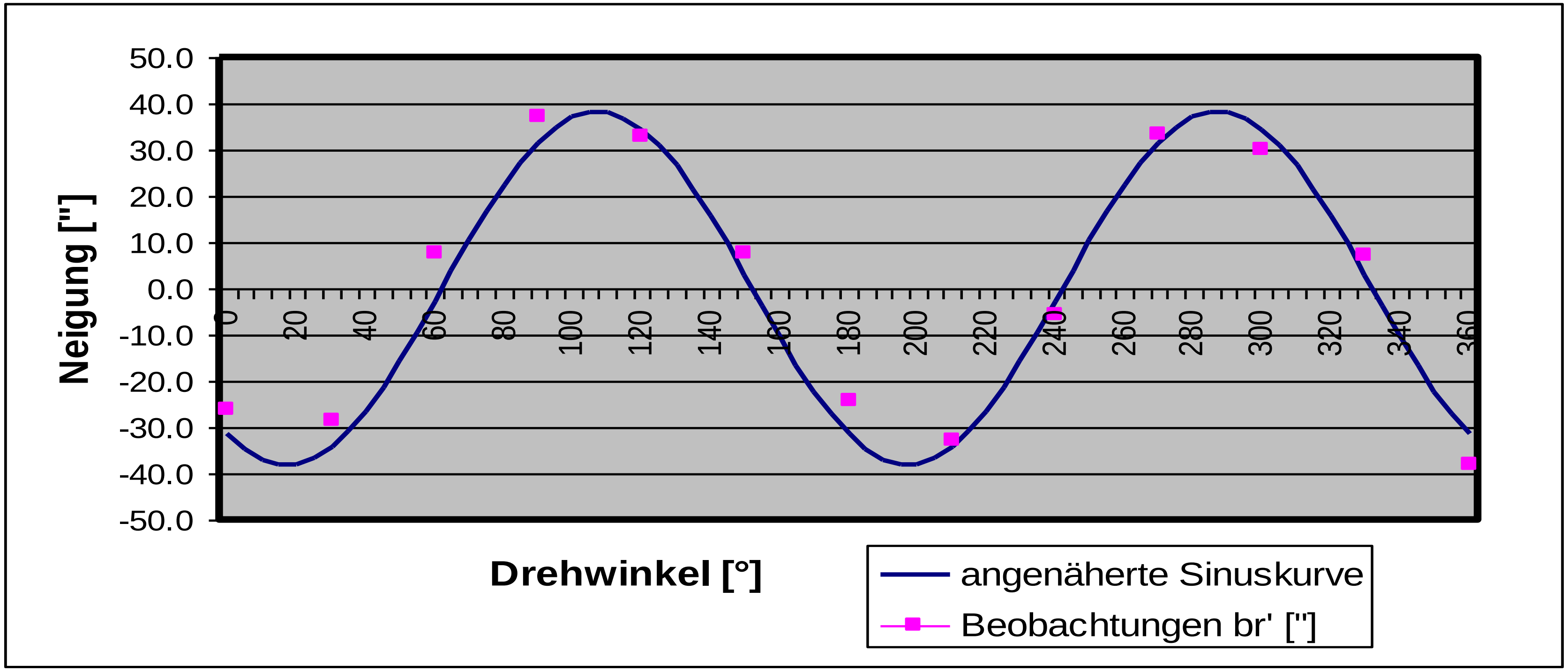
StehachsTaumeluntersuchung durch Neigungsmessungen

- ***Neigungsmessungen mit NIVEL20 von Leica***
- ***Auflösung:***
  +/- 0.001 mm/m

Röhrenlibelle zur Horizontierung



Resultate



- ***Taumelbewegungen entsprechen den Verbesserungen der Beobachtungen zur angeglichenen Sinuskurve.***
- ***Mittlerer quadratische Taumelabweichung : 1.9 mgon***

Systematische Abweichungen , die durch Kalibierung ermittelt werden und durch Justierung beseitigt werden

Kalibrierung- Justierung

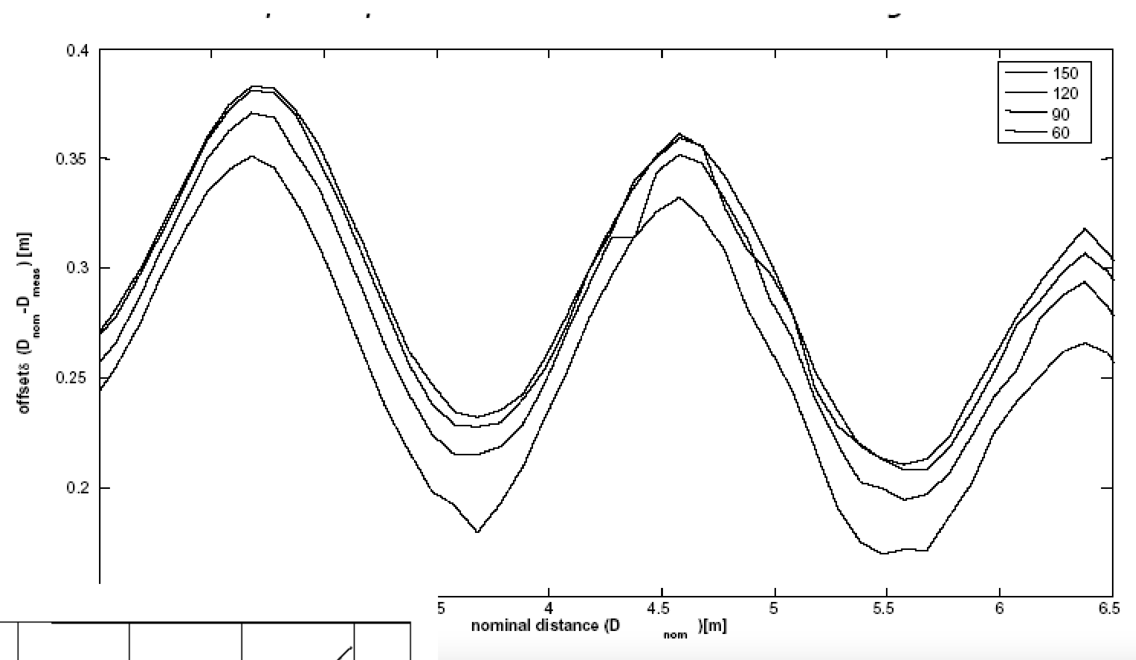
Kalibrierung

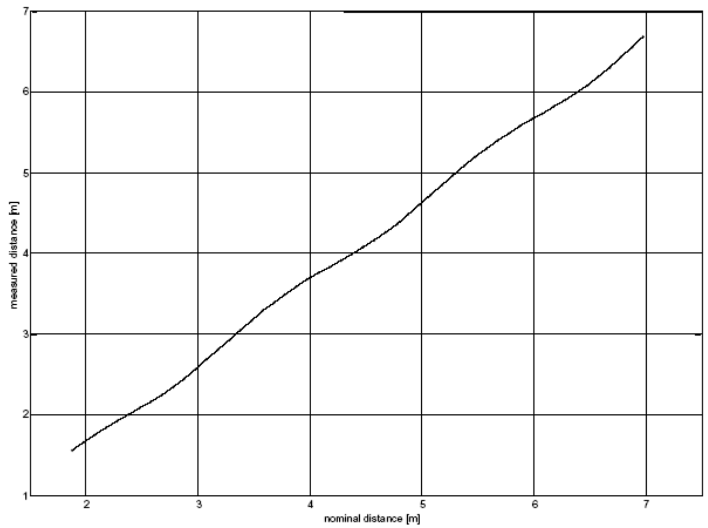
Tätigkeiten zur Ermittlung des Zusammenhangs zwischen den ausgegebenen Werten eines *Messgerätes* oder einer Messeinrichtung oder den von einer *Massverkörperung* oder von einem *Referenzmaterial* dargestellten Werten und den zugehörigen, durch *Normale* festgelegten Werten einer *Messgrösse* unter vorgegebenen Bedingungen.

Justierung

Tätigkeit, die das *Messgerät* in einen betriebsbereiten Zustand versetzt, wobei für die vorgesehene Anwendung verfälschend wirkende systematische Messabweichungen beseitigt werden.

Kalibrierung- Modellierung-Justierung”



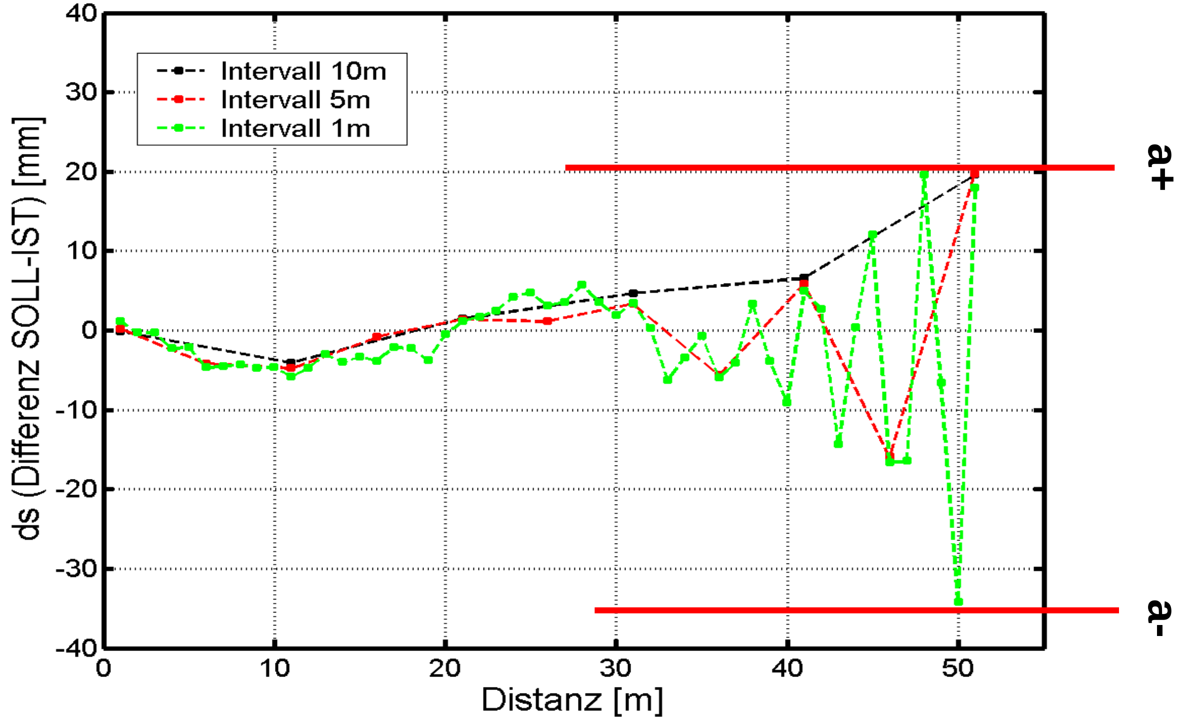


Ermittlung der Wahrscheinlickeit einer Komponente B

Ermittlung der Messunsicherheit Typ B

- ***Bei vielen Abschätzungen wird sich eine obere Grenze a+ und eine untere Grenze a- für die Eingangsgröße X_i festlegen lassen:***

$$a_- < X_i < a_+$$



Grenzen für a

Bei symmetrischen Grenzen gilt dann mit

$$a = \frac{1}{2}(a_+ - a_-)$$

für den Schätzwert von X_i

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-)$$

Verteilungsformen von systematischen Abweichungen

Für die Berechnung der Messunsicherheit können nun verschiedene Fälle unterschieden werden:

a)

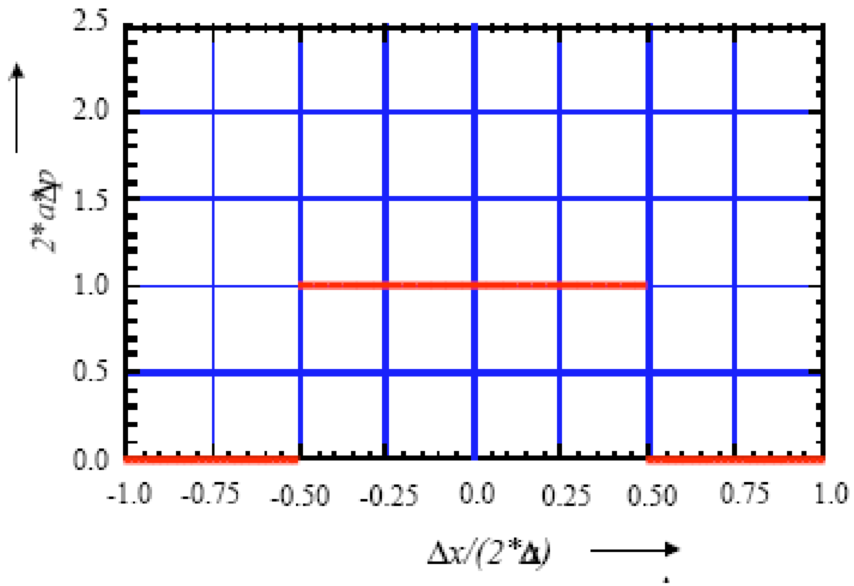
Die Wahrscheinlichkeit, dass die Eingangsgröße X_i in den abgeschätzten Grenzen liegt ist p=50%. Die Verteilung der möglichen Werte von X_i entspricht annähernd einer Normalverteilung. Dann gilt für die Messunsicherheit

$$u(x_i) = 1{,}48\ a$$

Verteilungsformen von systematischen Abweichungen

Es kommt häufig vor, dass man von einer Grösse nur weiss, dass ihr Wert mit Sicherheit in einem bestimmten Bereich liegt, und dass jeder Wert zwischen den Grenzen dieses Bereiches mit der gleichen Wahrscheinlichkeit in Frage kommen kann.

Dieser Kenntnis entspricht eine rechteckförmige Verteilung.



Beispiele: Auflösung der Anzeige

Zyklische Abweichungen

Messunsicherheit für eine rechteckige Verteilung

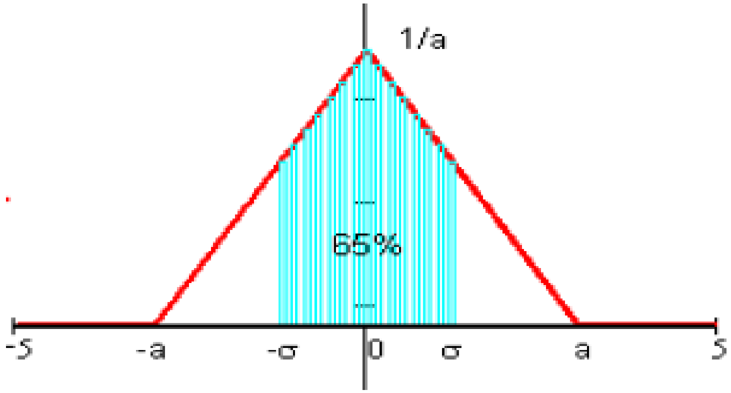
$$u(x_i) = \frac{1}{\sqrt{3}}\, a \quad = 0{,}58\, a$$

Bei symmetrischen Grenzen

Bei einer Wahrscheinlichkeit von 100%

Kessel

Andere Verteilungen von systematischen Abweichungen



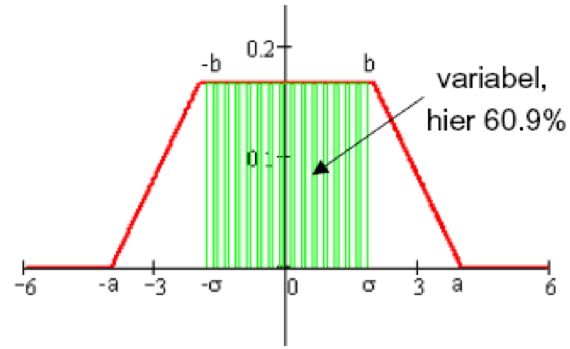
$$U = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

Trapezverteilung

Untere Halbweite: a
Obere Halbweite: b

$$\beta = \frac{b}{a}$$

β= 0: Dreieckverteilung
β= 1: Rechteckverteilung

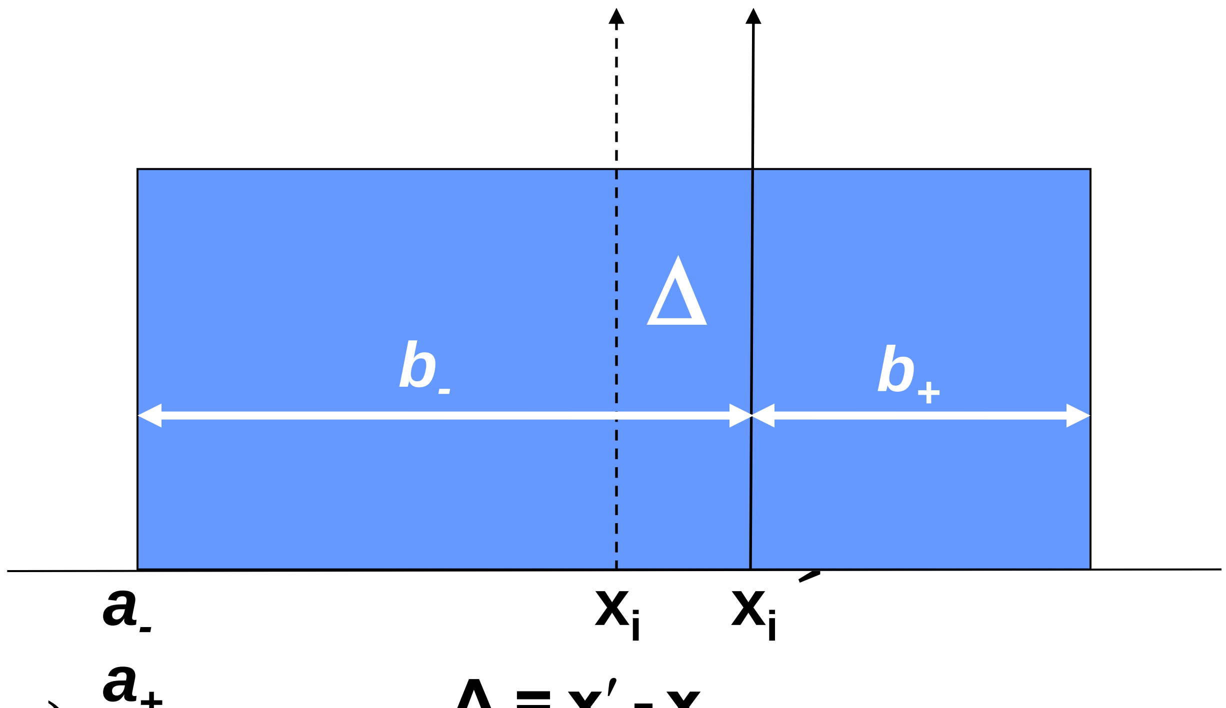


$$U = \sqrt{\frac{a^2(1+\beta^2)}{6}}$$

Anwendung: Toleranzenangaben, bei denen Werte in der Nähe der Schranken weniger wahrscheinlich sind, als in der Mitte. (Faltung zweier Rechteckverteilungen ungleicher Halbweiten)

Asymmetrische Grenzen

$$a_- = x_i' - b_- \quad \text{und} \quad a_+ = x_i' + b_+$$



$$x_i = \frac{1}{2}(b_- - b_+)$$

$$\Delta = x_i' - x_i$$

Hierin bedeutet x'_i der nicht korrigierte, asymmetrische Eingangsschätzwert und x_j der fiktive symmetrische Schätzwert

Asymmetrische Grenzen

.

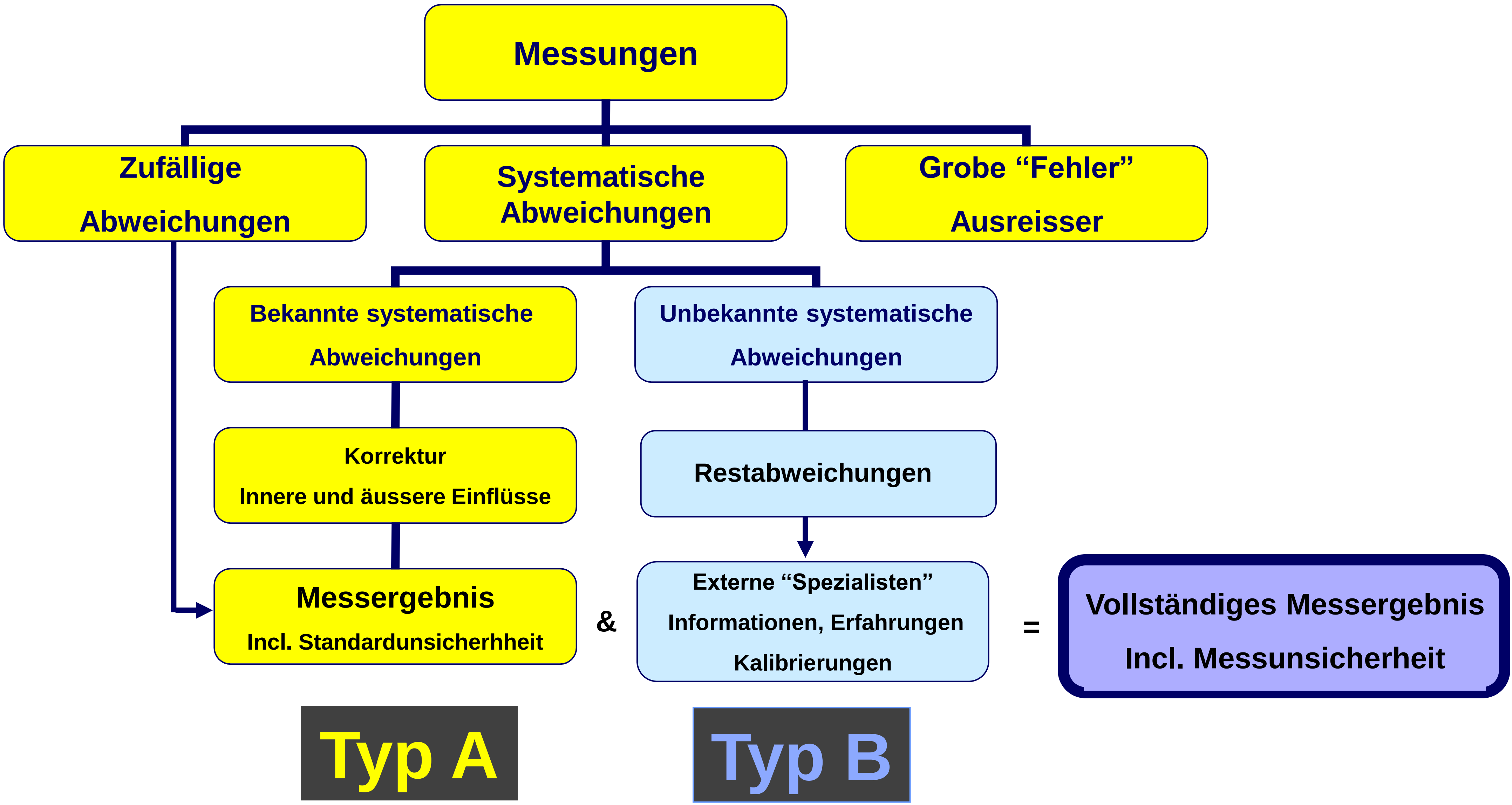
Somit berechnet sich die Messunsicherheit für diesen Fall aus u(xi) für die fiktive Grösse xj gemäss Formel und der Beaufschlagung um die Asymmetriegrösse

$$u(x_i') = \sqrt{u(x_i)^2 + \Delta^2} = \sqrt{\frac{1}{3}a^2 + \Delta^2}$$

Je nach Annahme der Verteilung kann natürlich dieser Ansatz variieren.

Je komplexer also der Messvorgang ist, desto detaillierter und aufwendiger wird es sein, alle Nachweise und Informationen zur Bestimmung der Messunsicherheit bereitzustellen.

Übersichtsschema “Messunsicherheit”



Ermittlung der Messunsicherheit am Beispiel einer elektrooptischen Distanzmessung von 726 m

Beispiel :Nach Heister s. Literaturangabe Intranet

1. Schritt: Aufstellen einer Tabelle

Eingangs-grösse X_i	*Schätzwert* x_i *[m]*	*Mess-Unsicherheit* $U(x_i)$ *[mm]*	*Verteilung*	*Sensistivitäts Koeffizient* $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$	$u(\tilde{x}_i) \equiv c_i \cdot u(x_i)$ *[mm]*	*Typus*	*Unsicherheits quelle*
Distanz Additions Konstante Massstab		Standard-unsicherheit oder aus Verteilung und Grenzen abgeleiteten Wahrschein-ichkeit	Normal Rechteck ……….		Messunsicherheit bezogen auf die Eingangs grösse	A oder B	

Der Sensitivitätskoeffizient c_i entspricht i.d.R. den partiellen Ableitungen der Funktion der Messgrösse Y nach den Einflussgrössen X_i.

(vrgl. Varianzkomponentenschätzung)

Experteninformation: Distanzmessgerät auf einer EDM-Prüfstrecke

$s(s_o) = 3{,}8\ \text{mm}$ für $s_o = 500\ \text{m}$

Standardunsicherheit

Additionskonstante $c = 5{,}4\ \text{mm}$ mit $s(c) = 0{,}8\ \text{mm}$

Nur Streckenmessung

Für die Messunsicherheit der Streckenmessung gilt

$$u(\tilde{s}') = c_1 \cdot u(s_0) \quad \text{mit} \quad u(s_0) = s(s_0) \quad \text{und} \quad c_1 = \frac{s}{s_0} = \frac{726}{500} = 1{,}45$$

Sensitivität

$$u(\tilde{s}') = c_1 \cdot u(s_0) = 1{,}45 \cdot 3{,}8 = 5{,}5$$

D.h. die aus der Ausgleichung geschätzte Standardabweichung wird in die Standardunsicherheit der Eingangsgröße „Rohstrecke" mit dem Sensitivitätskoeffizienten c_1 überführt und ist somit eine Komponente der Kategorie A.

Additionskonstante

Für die Messunsicherheit der Additionskonstanten wird die statistisch geschätzte Standardabweichung übernommen, die ebenfalls eine Komponente vom Typ A ist.

$$\mathbf{u(c) = s(c) = 0{,}8\ [mm]}$$

Berechnung des Messergebnisses und der Messunsicherheit

Eingangs-grösse X_i	Schätzwert x_i [m]	Mess-Unsicherheit $U(x_i)$ [mm]	Verteilung	Sensistivitäts Koeffizient $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$	$u(\tilde{x}_i) \equiv c_i \cdot u(x_i)$ [mm]	Typus	Unsicherheits quelle
$\tilde{S}'$	$726{,}128_2$	3,8	Normal	1,45	5,5	A	Zufälliger Einfluss
C	$0{,}005_4$	0,8	Normal	1	0,8	A	Zufälliger Einfluss

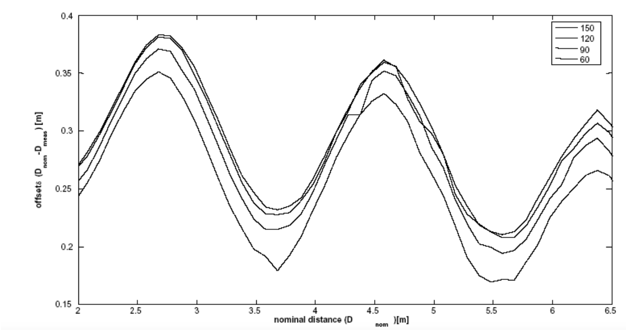
Zyklische Abweichungen aus “Expertenwissen”

Aus der Fachliteratur ist bekannt, dass die Amplitude der periodischen Restabweichung dieses Gerätetyps mit

$$A = 2 \text{ mm}$$

angesetzt werden kann.

Da die periodische Abweichung nur durch Informationen aus Fachbeiträgen für diesen Gerätetyp abgeschätzt wurde, musste auf eine Korrektur unter Einbeziehung der richtigen Phasenlage verzichtet werden. Somit kann die Amplitude A nur zur Festlegung einer oberen Grenze a_+ bzw. unteren Grenze a_- herangezogen werden.



$$u(\tilde{A}) = \underset{\uparrow}{0{,}58} \times 2 = 1{,}2 \quad [\text{mm}]$$

$U_{\text{Rechteckverteilung}}$

Unter Annahme einer Rechteckverteilung und Wahrscheinlichkeit von p=100

Berechnung des Messergebnisses und der Messunsicherheit

Eingangs-grösse X_i	Schätzwert x_i [m]	Mess-Unsicherheit $U(x_i)$ [mm]	Verteilung	Sensistivitäts Koeffizient $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$	$u(\tilde{x}_i) \equiv c_i \cdot u(x_i)$ [mm]	Typus	Unsicherheits quelle
$\tilde{s}'$	$726{,}128_2$	3,8	Normal	1,45	5,5	A	Zufälliger Einfluss
c	$0{,}005_4$	0,8	Normal	1	0,8	A	Zufälliger Einfluss
$\tilde{A}$	0	1,2	Rechteck	1	1,2	B	Periodische Abweichung

Masstabsunsicherheit (m_1) durch Unsicherheiten in der Frequenzmessung

Die Frequenzüberprüfung ergab eine Massstabsabweichung von

$$m_1 = \quad + 8 \text{ ppm} ,$$

woraus sich für die unkorrigierte Rohstrecke eine Massstabskorrektur von $\tilde{s}'$ ableitet.

Der Prüfingenieur wies für die Massstabsbestimmung aus der Kalibirerung des Frequenzzählers und des Mesaufbaus eine Messunsicherheit von

$$u(m1) = 2{,}0 \text{ ppm}$$

aus

Masstabsunsicherheit (m_2)durch Unsicherheiten in der Temperaturerfassung

Mit der gleichen Messausrüstung wurde nun bei einer polaren Punktbestimmung eine Strecke zu

s´ = 726,138 m

gemessen.

Hierin ist

$$s' = \tilde{s}' + c + \delta m_2 \qquad \delta m_2 = \tilde{s}' \cdot m_2$$

,

Dabei wurde die Additionskonstante* c *und der eingestellte ppm- Wert

m_2 = 6 ppm ***für die meteorologischer Korrektur bereits geräteintern***

berücksichtigt.

Der verantwortliche Vermessungsingenieur beurteilte die Schwankungs-breite für die Temperaturmessungen mit $\pm$ **2°C.**

Für die Korrektur der Streckenmessung bedeutet dieses eine Breite von

$$\delta m_2 = \pm 2 \text{ ppm.}$$

$$s = f(\tilde{s}', c, A, \delta m_1, \delta m_2) = \tilde{s}' + c + \tilde{A} + \delta m_1 + \delta m_2$$

Berechnung des Messergebnisses und der Messunsicherheit

Eingangs-grösse X_i	Schätzwert x_i [m]	Mess-Unsicherheit $U(x_i)$ [mm]	Verteilung	Sensistivitäts Koeffizient $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$	$u(\tilde{x}_i) \equiv c_i \cdot u(x_i)$ [mm]	Typus	Unsicherheits quelle
$\tilde{s}'$	$726{,}128_2$	3,8	Normal	1,45	5,5	A	Zufälliger Einfluss
c	$0{,}005_4$	0,8	Normal	1	0,8	A	Zufälliger Einfluss
$\tilde{A}$	0	1,2	Rechteck	1	1,2	B	Periodische Abweichung
dm_1	Korrektur wg. Masstababweichung	2ppm = 2mm/1000m	l	0,726	1000/726.2	B	Zufälliger Einfluss geschätzt
dm_2	$0{,}004^4$	$u(x_i) = 1{,}48\ a$	Normal	0,726	2,2	B	Temperatur-schwankungen
Mess ergebnis	726,144				6,3		

Einfache und erweiterte Messunsicherheit

Die einzelnen Messunsicherheiten werden abschliessend zur kombinierten Messunsicherheit zusammengefasst.

u(s)c = 6,3 mm

Wenn auch hierbei die Unsicherheiten der Eingangsgrössen:

Additionskonstante,
periodischer Abweichung
Massstab (Frequenz, Temperatureinfluss)

keinen erheblichen Anteil zur kombinierten Unsicherheit beitragen, so ist doch der numerische Nachweis zum gesamten Unsicherheitenbudget vollzogen worden.

Soll die erweiterte Messunsicherheit angegeben werden, dann wird mit k=2 (Grad des Vertrauens von ~95%)

$$U(s) = \pm 2\, u_c\,,$$

so dass unter Anbringung aller Korrekturen das vollständige Messergebnis für die Streckenmessung mit anzugeben ist.

$$s = 726{,}144\ \text{m} \quad \pm 12{,}6\ \text{mm}$$

Zusammenfassung

- ***Die Geodätische Statistik ist vollumfänglich weiterhin gültig***

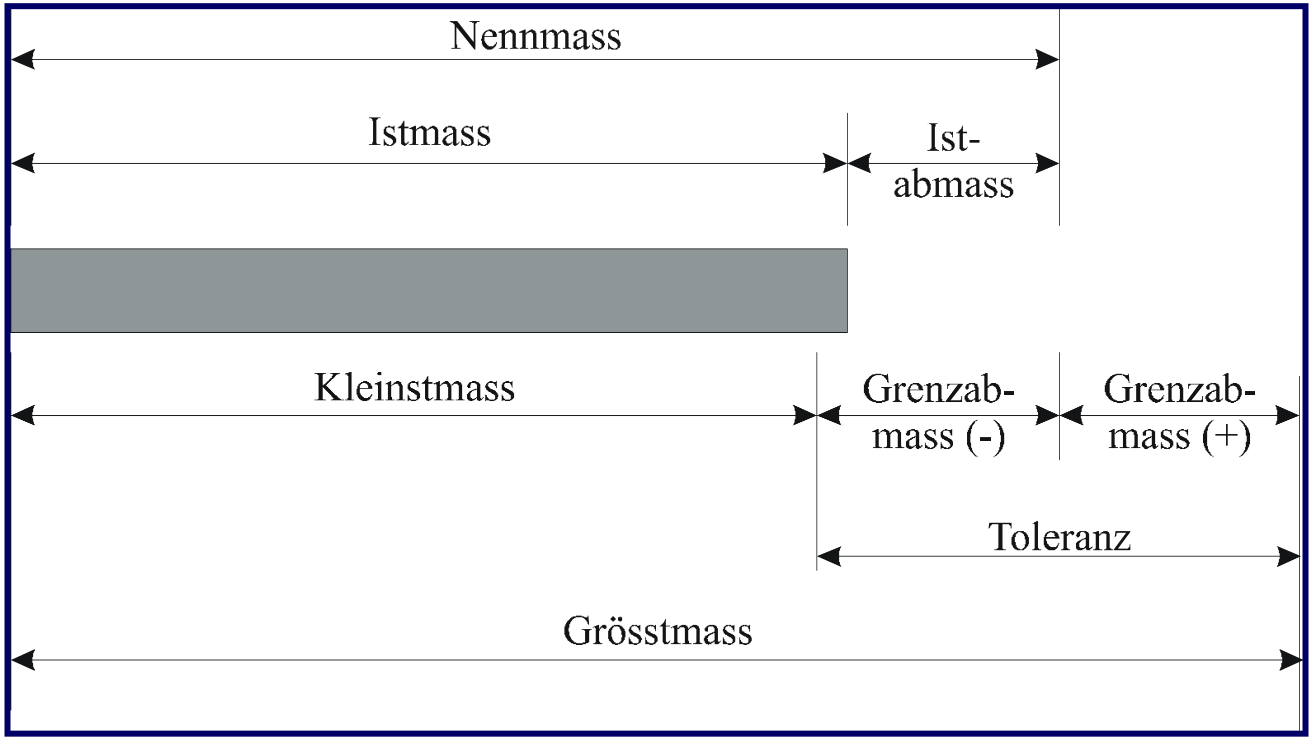
- ***Sie liefert jedoch im Allgemeinen zu optimistische “Genauigkeiten” und ist hilflos im Umgang mit unbekannten systematischen Abweichungen***

- ***Durch die kombinierte Messunsicherheit wird auch der nicht-stochastische Teil eines Messprozesses modelliert und durch Schätzer z.B. der Bayes Statistik beschrieben.***

- ***Messunsicherheit ist kein Paradigmentwechsel, sondern eine sinnvolle Erweiterung***

Messunsicherheit und Toleranz

Toleranzen



Nennmass: Mass, das zur Kennzeichnung von Grösse, Gestalt und Lage eines Bauteils angegeben und in den Konstruktions- oder Bauplan eingetragen wird.

Toleranz: Differenz zwischen Grösstmass und Kleinstmass

Grösstmass: Das grösste zulässige Mass

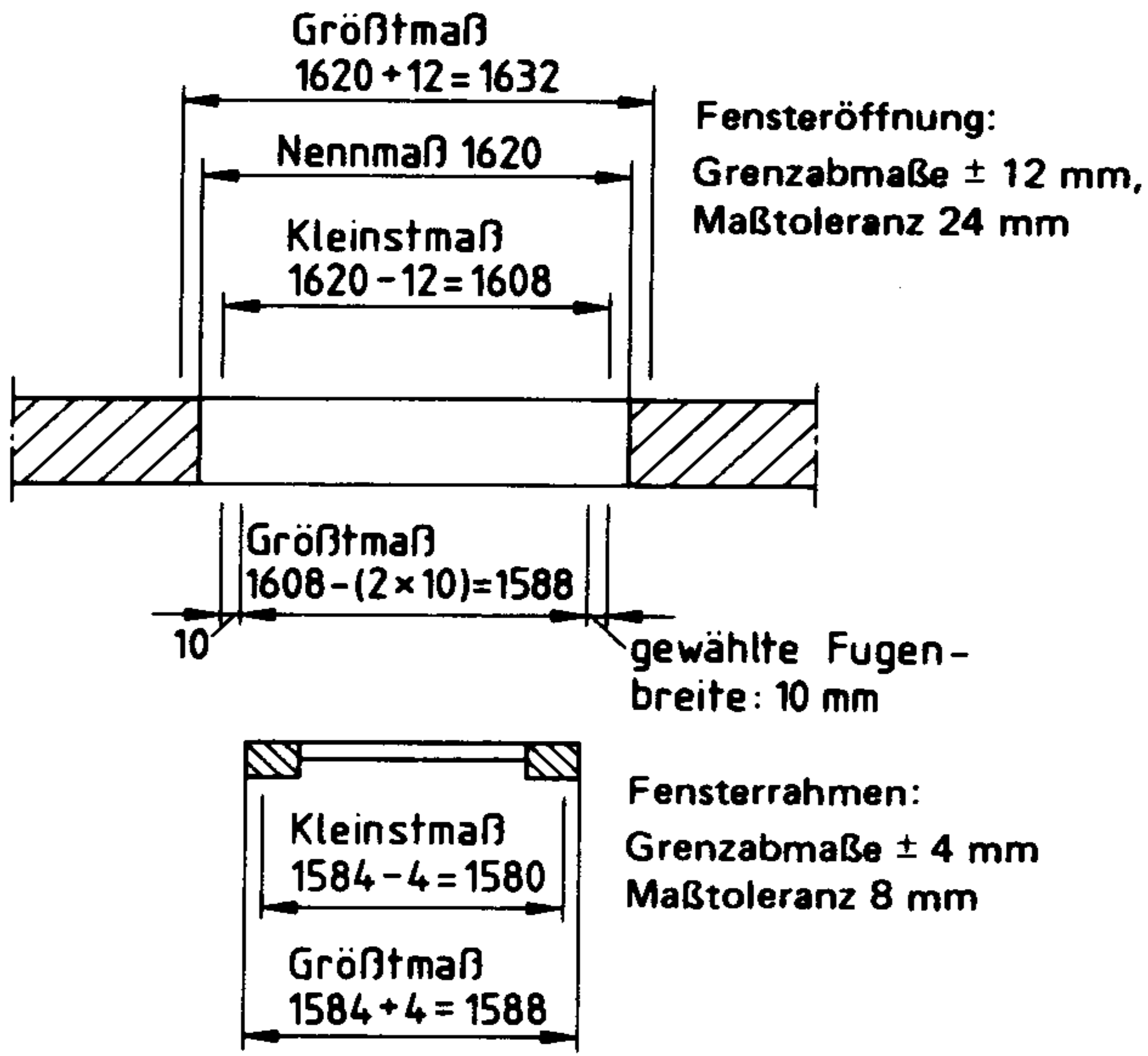
Kleinstmass: Das kleinste zulässige Mass

Istmass: Durch Messung festgestelltes Mass

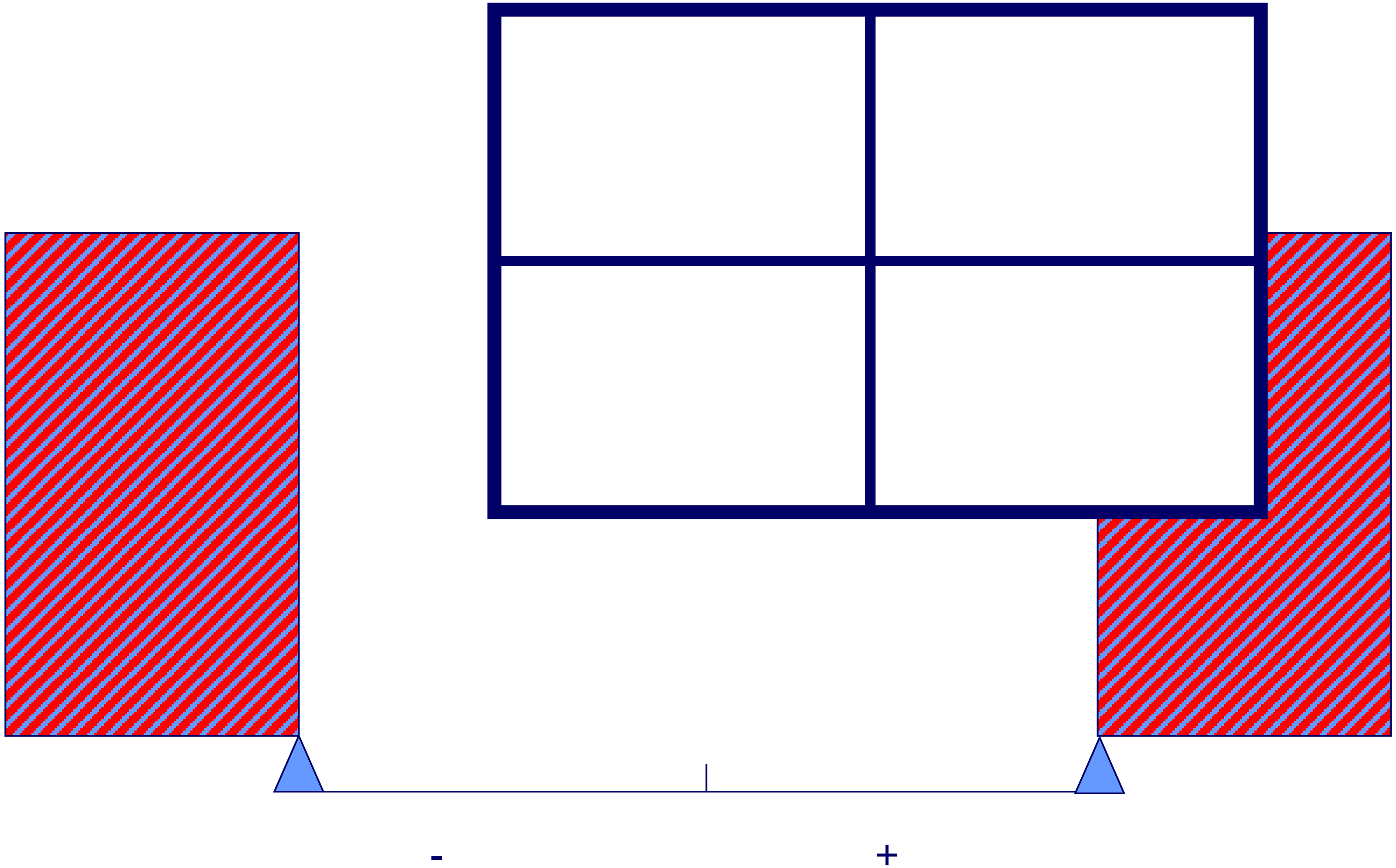
Istabmass: Differenz zwischen Istmass und Nennmass

Grenzabmass:Differenz zwischen Grösstmass und Nennmass oder Kleinstmass und Nennmass

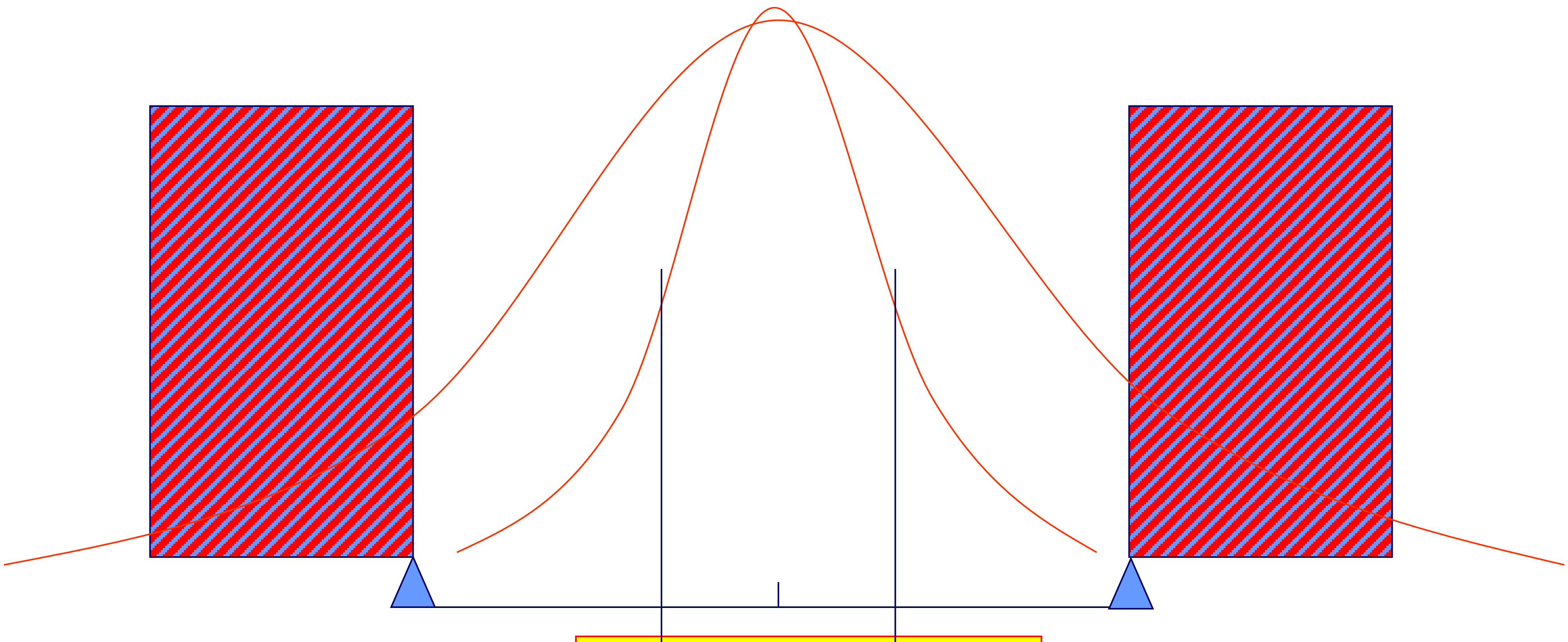
Toleranzen: Beispiel Fenster



Toleranz und Standardabweichung



Toleranz und Standardabweichung



Heute:

2.5 -3 σ = Toleranz

dh. σ<=1/2.5 Toleranz

Messunsicherheit und Toleranz

Häufig soll ein Messwert mit Grenzwerten verglichen werden, die in einer Spezifikation oder normativen Vorschrift festgelegt sind.

In diesem Falle kann man anhand der Messunsicherheit erkennen, ob das Messergebnis deutlich innerhalb der vorgegebenen Grenzen liegt oder ob die Forderungen nur knapp erfüllt werden.

Liegt der gemessene Wert sehr nahe bei einem Grenzwert, so besteht ein grosses Risiko, dass die Messgröße doch nicht die gestellten Forderungen einhält. Die beigeordnete Messunsicherheit ist in diesem Fall eine wichtige Hilfe, dieses Risiko realistisch einzuschätzen.

Nach der "Goldenen Regel der Messtechnik" sollte die Messunsicherheit kleiner/gleich einem Zehntel der zu prüfenden Toleranz sein. $U <= T / 10$

In Ausnahmefällen darf die Messunsicherheit $U <= T/5$ betragen.
Wird dieser Richtwert eingehalten, kann davon ausgegangen werden, dass die Messwerte mit ausreichender Genauigkeit erfasst werden.

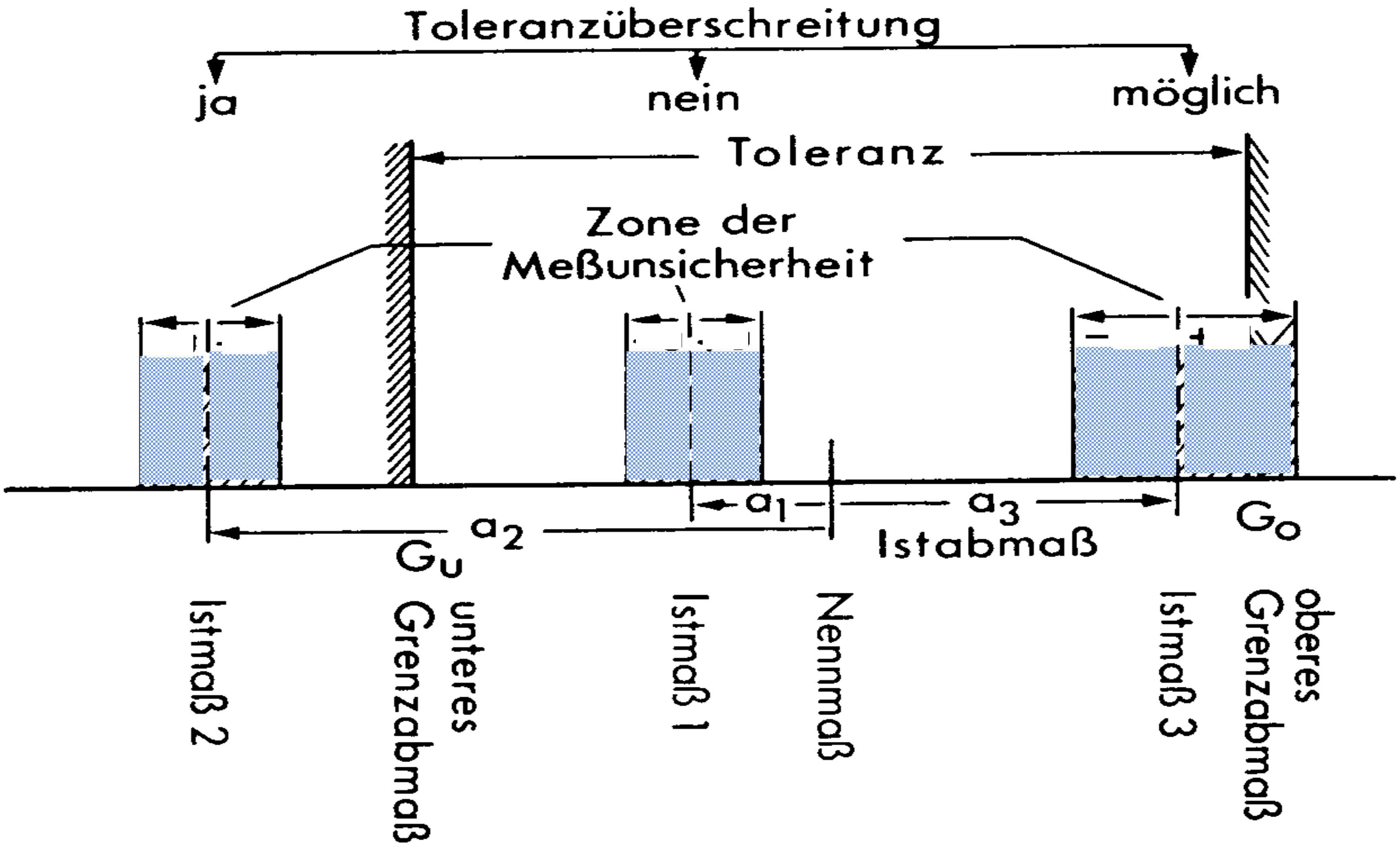
Erweiterte Messunsicherheit und Toleranzen

Dort aber, wo eine höhere Sicherheitswahrscheinlichkeit gefordert ist, oder auch die Beziehungen zu Toleranzen herzustellen sind z.B. bei industriellen Anwendungen, ist es vorzuziehen, einen Bereich für die Messunsicherheit festzulegen. Somit gelangt man über die Festlegung eines Erweiterungsfaktors k zur erweiterten Messunsicherheit

$$U = k \cdot u_c \, .$$

Häufig wird dabei k = 2 gewählt, was zu einem Intervall ± U (Angabe immer mit Vorzeichen) führt und in statistischer Analogie einen Vertrauensbereich von ~ 95 % Sicherheitswahrscheinlichkeit festlegt.

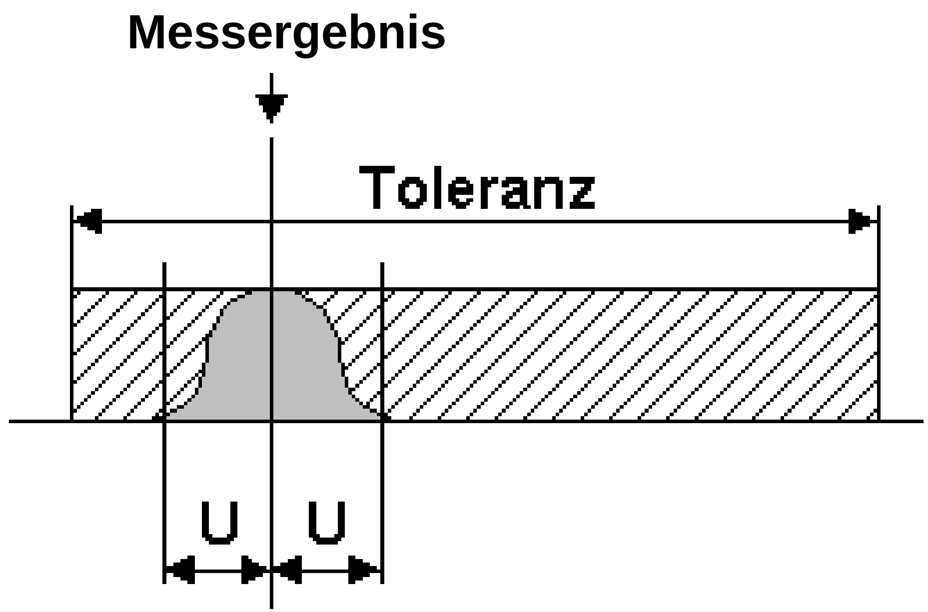
Toleranz und Messunsicherheit



1.Fall

Messergebnis liegt incl. Messunsicherheit innerhalb der vorgegebenen Toleranzzone.

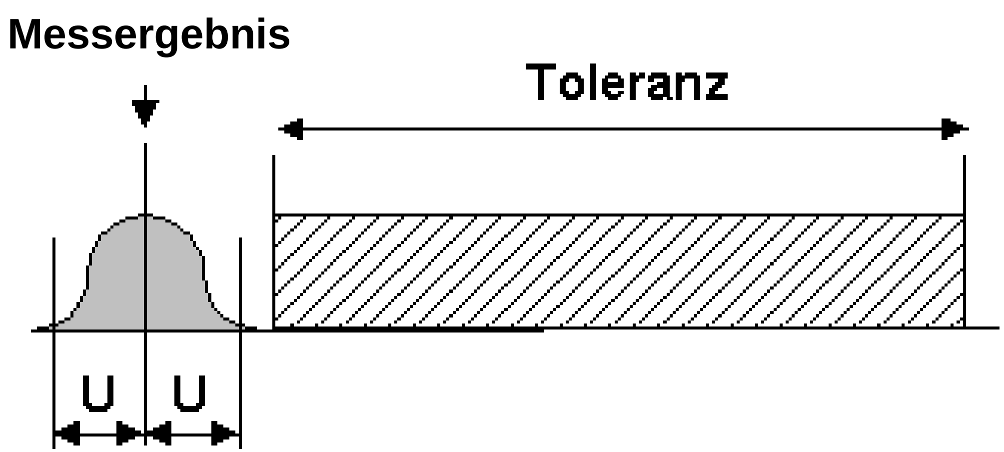
→ das gemessene Objekt entspricht den Anforderungen



2. Fall

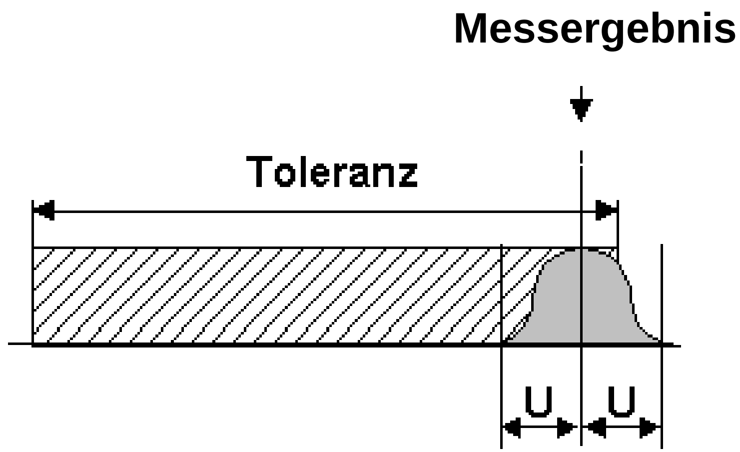
Messergebnis incl. der Messunsicherheit liegt liegt ausserhalb der vorgegebenen Toleranzzone.

→ das gemessene Objekt entspricht nicht den Anforderungen



3. Fall

Das Messergebnis liegt innerhalb der Toleranzzone, aber Kalibrier- bzw. Messergebnis plus Messunsicherheit liegt außerhalb der Toleranz. -> Hier kann weder eine Übereinstimmung noch eine Nicht-Übereinstimmung ausgewiesen werden.



In diesem Fall hilft nur:

Noch einmal mit kleinerer Messunsicherheit messen

Bereits vorab mit dem Lieferanten eine Absprache treffen

Das Produkt zurückweisen

Literaturhinweise

GUM – Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (ISBN 92-67-10188-9)

Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration (EA-04/02)

Hans Heister: Zur Angabe der Messunsicherheit in der geodätischen Messtechnik (DVW Schriftenreihe 42 / 2001: Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Seiten 108 – 119)

Hans Heister: A new Concept for Stating Accuracy in Standards -- Exemplified by ISO / DIS 17123-6 Rotating Lasers -- (Conference Proceedings FIG Working Week 2001, 6 –11 May, Korea)

Martin Lang: Die Bestimmung von Messunsicherheiten an praktischen Beispielen (DVW Schriftenreihe 42 / 2001: Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Seiten 138 – 150)

Hans Schulz: Zur Ableitung zulässiger Messunsicherheiten aus Toleranzen bei Ingenieurvermessungen an Kranbahnen (AVN 7/2003)

H. Kutterer, S. Schön: Alternativen bei der Modellierung der Unsicherheit beim Messen (zfv 6/2004)

Grundbegriffe (in Normen festgelegt)

Messgrösse: Physikalische oder geometrische Grösse, der die Messung gilt.

Messung (Messen einer Messgrösse): Ausführen von geplanten Tätigkeiten zum quantitativen Vergleich der Messgrösse mit einer Einheit.

Messprinzip: Physikalische Grundlage der Messung.

Messmethode: Spezielle, vom Messprinzip unabhängige Art des Vorgehens bei der Messung.

Messverfahren: Praktische Anwendung eines Messprinzips und einer Messmethode.

Messwert: Wert, der zur Messgrösse gehört und der Ausgabeeines Messgerätes oder einer Messeinrichtung eindeutig zugeordnet ist.

Messgerät: Gerät, das allein oder in Verbindung mit anderenEinrichtungen für die Messung einer Messgrösse vorgesehen ist.

Messeinrichtung: Gesamtheit aller Messgeräte und zusätzlicher Einrichtungen zur Erzielung eines Messergebnisses.

Ausgabe: Durch ein Messgerät oder eine Messeinrichtung bereitgestellte und in einer vorgesehenen Form ausgegebene Information über den Wert einer Messgrösse

Ende