

Einführung in die

Geodätische Messtechnik

2011

Prof. Dr. Hilmar Ingensand

Einführung in die Geodätische Messtechnik, Prof. Dr. Hilmar Ingensand
Auflage 2011

© 2011
Institut für Geodäsie und Photogrammetrie
ETH Zürich

ISBN 978-3-906467-92-4

Umschlag vorne:

Oben: Satelliten, Bild: ESA

Mitte: Rhonegletscher, Foto: Manuel Kaufmann

Unten: Tunnelvermessung, Foto: AlpTransit Gotthard AG

Umschlag hinten:

Gauligletscher, Foto: Stefan Krummenacher

Layout: David Grimm

Vorwort

Das vorliegende Skript „Einführung in die Geodätische Messtechnik“ dient primär der Basisausbildung von Studierenden der Studiengänge Geomatik und Planung, sowie der Bau- und Umweltingenieurwissenschaften.

Im Gegensatz zur Grundlagenliteratur der geodätischen Messtechnik wird im vorliegenden Skript bewusst auf die Darstellung von heute kaum noch gebräuchlichen „klassischen“ Messverfahren und -methoden verzichtet. Es finden sich jedoch Hinweise auf die entsprechende Literatur. Stattdessen wurde das Skript um die Darstellung moderner Lasermesstechniken einschliesslich Laserscanning, Range Imaging und kinematischer Verfahren, wie sie heute zur Anwendung kommen, erweitert. Damit soll zum besseren interdisziplinären Verständnis beigetragen werden.

Obwohl das Skript auf die speziellen Belange der Schweiz ausgerichtet ist, wurde auf die internationale Nomenklatur, insbesondere im Bereich der geodätischen Statistik und Toleranzen geachtet, um im Sinne eines Qualitätsmanagements Missverständnisse zu vermeiden.

Konzeptionell ist das Skript so aufgebaut, dass in den einzelnen Kapiteln ein Thema zunächst präsentiert wird und nachfolgend anhand von Beispielen im Selbststudium vertieft werden kann. Jedes Kapitel entspricht dem Inhalt einer Vorlesung.

Ferner ist ein Sachwortverzeichnis angehängt, das den Studierenden bei der Suche nach spezifischen Themen behilflich ist.

Das Skript und zusätzlich ein Sachwortregister (dieses auch in italienischer und französischer Sprache) steht den Studierenden unter www.geometh.ethz.ch → Students Intranet → Information for Students als pdf zum Download zur Verfügung.

Mein Dank gilt allen Assistierenden und Hilfsassistierenden, die am vorliegenden Skript mitgearbeitet haben. Besonders möchte ich mich bei Henri Eisenbeiss, David Grimm, Tobias Kohoutek, Rainer Mautz, Pascal Theiler und Sebastian Tilch bedanken, die diese Neuauflage mit einem ansprechenden Layout initiiert und bearbeitet haben.

Zürich, im Januar 2011

Prof. Dr. Hilmar Ingensand

Einführung in die Geodätische Messtechnik

Übersicht über die Kapitel

1 Einführung und Grundlagen

- 1.1 Einleitung
- 1.2 Einordnung der Geodäsie
- 1.3 Aufgabengebiete und Anwendungsbereiche der Geodäsie
- 1.4 Stellung der GMT im interdisziplinären Kontext
- 1.5 Masseinheiten und Massverhältnisse in der GMT
- 1.6 Arbeitsprinzipien im Bereich der Geodäsie
- 1.7 Abschätzungsformeln

2 Koordinatensysteme, Transformationen und Projektionen

- 2.1 Weltkoordinatensysteme
- 2.2 3D-Koordinatensysteme
- 2.3 Referenzsysteme
- 2.4 Projektionen
- 2.5 Das Schweizer Landesprojektions-System
- 2.6 Nordrichtungen
- 2.7 Ebene Koordinatentransformation

3 Längen und Richtungen

- 3.1 Einfache Hilfsmittel
- 3.2 Einfache Verfahren zur Lageaufnahme
- 3.3 Aufstellen eines geodätischen Sensors (Instrument)
- 3.4 Richtungs- und Winkelmessung
- 3.5 Elektronische Distanzmessung
- 3.6 Distanzreduktion

4 Geodätische Koordinatenbestimmung

- 4.1 Definition des geodätischen Koordinatensystems
- 4.2 Erste Geodätische Hauptaufgabe (polares Anhängen)
- 4.3 Zweite Geodätische Hauptaufgabe
- 4.4 Fixpunktnetze der Ingenieurgeodäsie

- 4.5 Der Abriss
- 4.6 Terrestrische Methoden der Netzverdichtung
- 4.7 Freie Stationierung
- 4.8 Polygonometrische Bestimmungsarten
- 4.9 Angewandte Methoden der polygonometrischen Bestimmungsarten
- 4.10 Flächenberechnung

5 Geodätische Statistik

- 5.1 Einleitung
- 5.2 Zufällige Abweichungen und Fehler
- 5.3 Grundlagen und Begriffe der geodätischen Statistik
- 5.4 Genauigkeitsmasse und Auflösung
- 5.5 Gewicht
- 5.6 Varianzfortpflanzung
- 5.7 Beschreibung der Punktgenauigkeit
- 5.8 Zuverlässigkeit und Schutz vor groben Fehlern
- 5.9 Beispiele
- 5.10 Neue und alte Begriffsbildung in der geodätischen Statistik
- 5.11 Toleranzen im Bauwesen
- 5.12 Zusammenfassung der wichtigsten statistischen Formeln

6 Höhenbestimmung

- 6.1 Höhensysteme
- 6.2 Höhennetze in der Schweiz
- 6.3 Methoden der Höhenbestimmung
- 6.4 Barometrische Höhenbestimmung
- 6.5 Hydrostatisches Nivellement
- 6.6 Gravimetrische Höhenbestimmung
- 6.7 Höhenbestimmung mittels GNSS
- 6.8 Geometrisches Nivellement mit Nivellierinstrument
- 6.9 Trigonometrische Höhenbestimmung

7 Terrestrische Messsysteme

- 7.1 Optik geodätischer Messinstrumente
- 7.2 Aufbau und Funktion eines Geodätischen Messfernrohres
- 7.3 Sensoren mit Lotbezug
- 7.4 Spezialgeräte
- 7.5 Aufbau und Funktion von Totalstationen
- 7.6 Vermessungskreisel
- 7.7 Optische 3D-Messsysteme
- 7.8 Range Imaging

8 Satellitenmesssysteme

- 8.1 Einführung
- 8.2 Der prinzipielle Aufbau von GNSS
- 8.3 Die GPS Signalstruktur
- 8.4 Übersicht über Satelliten Navigations Systeme
- 8.5 Wie bestimmt GNSS Koordinaten auf der Erdoberfläche?
- 8.6 Fehlereinflüsse bei GNSS
- 8.7 Korrektur und Elimination von Fehlereinflüssen durch Differentielle GNSS (D-GNSS) Messverfahren
- 8.8 GNSS Messprinzipien
- 8.9 GNSS-Satellitenempfänger für Vermessung
- 8.10 NMEA-Daten-Schnittstelle

9 Aufnahme und Absteckung

- 9.1 Zusammenhang: Aufnahme-Absteckung
- 9.2 Aufnahme
- 9.3 Methodik bei der Aufnahme
- 9.4 Messverfahren zur Erfassung von Situation und Geländeform
- 9.5 Genauigkeitsforderungen und Kontrollen
- 9.6 Das digitale Geländemodell
- 9.7 Absteckungsmethoden

Einführung in die Geodätische Messtechnik

Literaturverzeichnis

- AMIRI PARJAN, J., GRUEN, A. (2005): Integrated Laser Scanner and Intensity Image Calibration and Accuracy Assessment. In: ISPRS WG III/3, III/4, V/3 Workshop "Laser Scanning 2005", Enschede.
- APPIUS, G.; LINDENMANN, H.P. [1993]: Einsatzmöglichkeiten und -grenzen von digitalen Geländemodellen in der Projektierung von Verkehrsanlagen, Bundesamt für Strassenbau, Eidgenössisches Verkehrs- und Energiewirtschaftsdepartement.
- BAUER, M. [1997]: Vermessung und Ortung mit Satelliten, Verlag Wichmann, 4.Auflage.
- BILL R. [1996]: Grundlagen der Geoinformationssysteme, Band II.
- BILL, R., FRITSCH, D. [1997]: Grundlagen der Geoinformationssysteme, Band I, 3. Auflage.
- BÖHLER, W., MARBS, A. (2004): Vergleichende Untersuchung zur Genauigkeit und Auflösung verschiedener Scanner. In: LUHMANN, TH. (Hrsg.): Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik. Beiträge der Oldenburger 3D-Tage, Wichmann Verlag Heidelberg, S. 82-89.
- BRONSTEIN, I.N.; SEMENDJAJEW, K.A.; MUSIOL, G.; MÜHLIG, H. [1995]: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, 2.Auflage.
- BÜTTGEN, B., OGGIER, T., LEHMANN, M., KAUFMANN, R., LUSTENBERGER, F., (2005): CCD/CMOS Lock-In Pixel for Range Imaging: Challenges, Limitations and State-of-the-Art
- CAROSIO, A. [1994]: Fehlertheorie und Ausgleichsrechnung, Vorlesungsskript, IGP der ETH Zürich, provisorische Auflage.
- CSEM CENTER ZURICH (2005): SwissRanger SR-3000 Manuel
- DEUMLICH, F., STAIGER, R. (2002): Instrumentenkunde der Vermessungstechnik. 9., völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- DEUMLICH, F.; STAIGER, R. [1998]: Instrumentenkunde. Leitfaden für die Praxis der Vermessung, Wichmann Verlag, 9. neubearbeitete Auflage.
- Diverse Herstellerprospekte
- ELMIGER, A.; CHAPERON, F. [1996]: Skript Geodätische Messtechnik I und II, IGP der ETH Zürich, 4. Auflage.
- ELMIGER, A.; CHAPERON, F. [1997]: Landesvermessung, Texte und Notizen zur Vorlesung, Bd.I und II, IGP der ETH Zürich.
- FRITSCH, M. (2007): Einsatz von 3D-Entfernungsbildkameras im Fahrzeug, Presentation at the PMD[vision] Day – Automotive, Munich, Germany
- FRÖHLICH, H. [1995]: Vermessungstechnische Handgriffe, Verlag Dümmler, 4. Auflage.
- GERVAIX, F. [1997]: Pencomputing: applications et perspectives, VPK 12/97.

- GOTTWALD, R. [1985]: Zur Genauigkeitssteigerung und Erfassung eines automatisierten Datenflusses beim trigonometrischen Nivellement mit kurzen Zielweiten, Veröffentlichung des geod. Inst. der RWTH Aachen, Nr. 37.
- GRUBER, F.J. [1998]: Formelsammlung für das Vermessungswesen, Dümmler Verlag Bonn, 10. Auflage.
- GUBLER, E. et al. [1996]: Die Landesvermessung der Schweiz LV 95, In: VPK 2/96, S. 47 – 65.
- HAKE, G., GRÜNREICH D. [1994]: Kartographie, Verlag Walter de Gruyter, 7. Auflage.
- HÄSSLER, J.; WACHSMUTH, H. [1990]: Formelsammlung für den Vermessungsberuf, Wilhelm Bing Verlag, 4. Auflage.
- HECHT, E. [1994]: Optik, Verlag Addison-Wesley, 3. Auflage.
- HEISKANEN, W.A.; MORITZ, H. [1967]: Physical Geodesy, Verlag W.H. Freeman and Company.
- HEISKANEN, W.A.; MORITZ, H. [1967]: Physical Geodesy, W.H. Freeman and Company.
- HEISTER, HANS : Zur Angabe der Messunsicherheit in der geodätischen Messtechnik (DVW Schriftenreihe 42 / 2001: Qualitätsmanagement in der geodätischen Mess-technik, Seiten 108 – 119)
- HEISTER, HANS. [2005]: Zur Messunsicherheit im Vermessungswesen (I und II). Geomatik Schweiz, 11,12, 604–607, 670–673.
- HEISTER, HANS: A new Concept for Stating Accuracy in Standards -- Exemplified by ISO / DIS 17123-6 Rotating Lasers -- (Conference Proceedings FIG Working Week2001, 6 –11 May, Korea)
- HEITZ, S. [1988]: Coordinates in geodesy, Springer Verlag, New York-Berlin.
- HEITZ, S.; STÖCKER-MEIER, E. [1998]: Grundlagen der physikalischen Geodäsie, Dümmler Verlag Bonn, 3. Auflage.
- HENNES, M. [1995]: Entwicklung eines Messsystems zur Ermittlung von Turbulenzparametern der Atmosphäre für Anwendungen in der Geodäsie, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 438.
- HESSE, C., STRAMM, H. (2004): Deformation Measurements with Laser Scanners Possibilities and Challenges. In: Proceedings of International Symposium on Modern Technologies, Education and Professional Practice in Geodesy and related Fields, Sofia.
- IMHOF, E. [1950]: Gelände und Karte, Eidgenössisches Militärdepartement, Erlenbach-Zürich, Rentsch.
- INGENSAND, H. [1985]: Ein Beitrag zur Entwicklung und Untersuchung hochgenauer elektrischer Neigungsmesssysteme für kontinuierliche Messungen, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 308.
- INGENSAND, H. [1990]: Das WILD NA2000 - Das erste digitale Nivellier der Welt. In: Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 97, Seite 201-210.
- INGENSAND, H. [1995]: Neue digitale Nivellier-techniken und ihre Anwendungen. In: VPK 4, Seite 221-226.
- INGENSAND, H. [1996]: Neue Computertechnologien verändern Aufnahme und Absteckung, aus VPK.

- INGENSAND, H., RYF, A., SCHULZ, T. (2003): Performances and Experiences in Terrestrial Laserscanning. In: Proceedings of the 6th Conference on Optical 3D Measurement Techniques, Zürich; Grün, A./ Kahmen H. (Eds), ETH Zürich.
- INGENSAND, H.; SUDAU, A. [1982]: Untersuchung zur Genauigkeit und den Einsatzmöglichkeiten eines Digitalbarometers nach dem piezoresistiven Prinzip. In: Arbeiten zur Satellitengeodäsie, VLBI und geodätischen Messtechnik.
- ISO/IEC Guide 98-3:2008: Uncertainty of measurement - Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995) Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration (EA-04/02)
- IVT, INSTITUT FÜR VERKEHRSPLANUNG, TRANSPORTTECHNIK, STRASSEN- UND EISENBAHNBAU, ETH ZÜRICH [1993]: Strassenprojektrierung, 8. Auflage.
- JOECKEL, D., STOBBER, M. [1995]: Elektronische Entfernung- und Richtungsmessung, Verlag Wittwer, 3.Auflage.
- JORDAN, W.; EGGERT, O.; KNEISSL, M. [1963]: Handbuch der Vermessungskunde, Band II, III, VI, Verlag J.B.Metzlersche Verlagsbuchhandlung, 10. Auflage.
- KAHLE, H.-G. [1988]: Einführung in die höhere Geodäsie, 2. Auflage, Verlag der Fachvereine an den schweizerischen Hochschulen und Techniken, Zürich.
- KAHLMANN, T. (2007): Range Imaging Metrology: Investigation, Calibration and Development, Departement of Civil, Environmental and Geomatics Engineering, ETH Zurich, Dissertation
- KAHLMANN, T., INGENSAND, H. (2005): Calibration and improvements of the high-resolution range-imaging camera SwissRanger TM, San Jose, CA USA, Conference on Video,etrics VIII, part of the IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging
- KAHLMANN, T., REMONDINO, F., INGENSAND, H., (2006): Calibration for increased accuracy of the range imaging camera SwissRangerTM, Proceedings of the ISPRS Commission V Symposium 'Image Engineering and Vision Metrology', Dresden, Germany
- KAHMEN, H. [1997]: Vermessungskunde, Verlag Walter de Gruyter, 19. Auflage.
- KASPER, H., SCHÜRBA, W., LORENZ, H. [1968]: Die Klothoide als Trassierungselement, Dümmler Verlag Bonn, 5. Auflage.
- KLAUS, P. [1964]: Klothoidentafel, Sauerländer-Verlag, 4. Auflage, Herausgeber VSS Zürich.
- KOCH, K.R. [1987]: Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen, Verlag Dümmler, 2. Auflage.
- KOHOUTEK, T. (2006): Überwachung eines Industrieroboters anhand der Verarbeitung dreidimensionaler Bilddaten der distanzmessenden Kamera SwissRanger SR-3000, Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, TU Dresden, Diplomarbeit
- KRAUS, K. [1997]: Photogrammetrie, Band 1, Grundlagen und Standardverfahren, Dümmler Verlag Bonn, 6.Auflage.
- KREYSZIG, E. [1991]: Statistische Methoden und ihre Anwendungen, Verlag Vandenhoeck & Ruprecht, 7. Auflage.
- KUTTERER, H., SCHÖN, S.: Alternativen bei der Modellierung der Unsicherheit beim Messen (ZfV 6/2004)

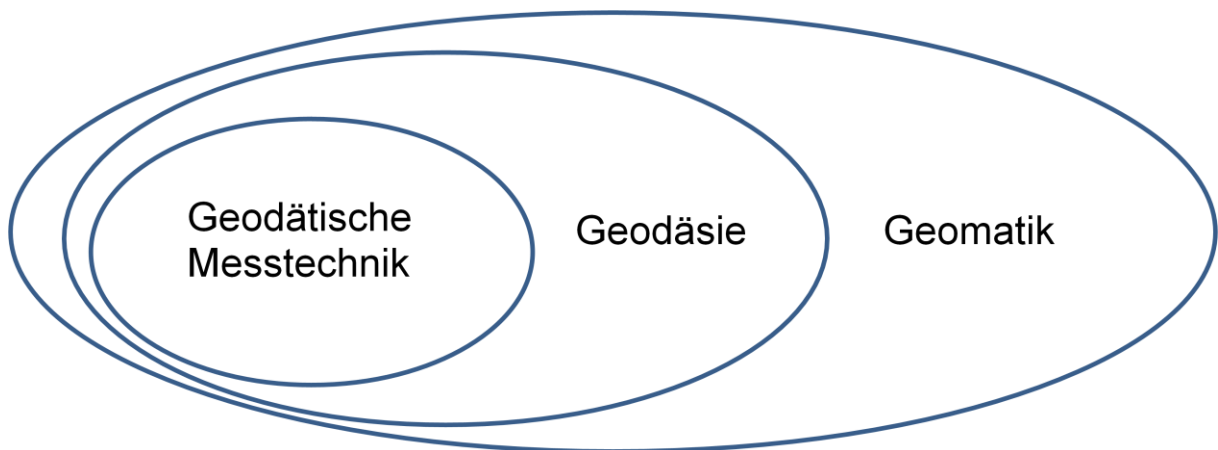
- LANG, MARTIN: Die Bestimmung von Messunsicherheiten an praktischen Beispielen (DVW Schriftenreihe 42 / 2001: Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Seiten 138 – 150)
- LANGE, R. (2000): 3D Time-of-flight distance measurement with custom solid-state image sensors in CMOS/CCD-technology, Departement of Electrical Engineering and Computer Science, University of Siegen, Dissertation
- LARDELLI, A. [1994]: Messen und Vermessen, Baufachverlag Dietikon, 2.Auflage.
- LORENZ, H. [1974]: Trassierung und Gestaltung von Strassen und Autobahnen, Bauverlag GmbH Wiesbaden und Berlin.
- MAAS, H-G. [1993]: Nachdiplomkurs "Räumliche Informationssysteme", Digitale Geländemodelle, IGP der ETH Zürich.
- MATTHIAS, H. (1961): Umfassende Behandlung der Theodolitachsenfehler auf vektorieller Grundlage unter spezieller Berücksichtigung der Taumelfehler der Kippachse. Verlag Leemann, Zürich.
- MATTHIAS, H., KASPER, P., SCHNEIDER, D. [1983]: Amtliche Vermessungswerke, Band 3, Verlag Sauerländer.
- MATTHIAS, H.J.; KASPER, P.; SCHNEIDER, D. [1980 - 1995]: Amtliche Vermessungswerke Band 1-4, Verlag Sauerländer.
- MATTHIAS, H.J.; KASPER, P.; SCHNEIDER, D. [1983]: Amtliche Vermessungswerke Band 1, Verlag Sauerländer.
- MCELROY, S. [1994]: Getting Started with GPS Surveying, Verlag GPSCO, 2.Auflage.
- MECKENSTOCK, H.J.[1967]: Zentrierung von Theodoliten mit Hilfe des optischen Lots, Vermessungstechnische Rundschau 29, S. 174 - 176.
- MEISENHEIMER, D.[1996]: Vermessungsinstrumente aktuell, Verlag Konrad Wittwer, Loseblattsammlung.
- RIETDORF, A. (2005): Automatisierte Auswertung und Kalibrierung von scannenden Messsystemen mit tachymetrischem Messprinzip. München, DGK Reihe C, Nr. 582, Dissertation.
- RINNE, H.; MITTAG, H.-J. [1995]: Statistische Methoden der Qualitätssicherung, Verlag Manser, München.
- RUEGER, J.M. [1990]: Electronic Distance Measurement, 3. Auflage, Verlag Springer, Berlin.
- RÜEGER, J.M; BRUNNER, F.K. [1982]: EDM-Height Traversing versus Geodetic Leveling. In: The Canadian Surveyor, Vol. 36, No. 1, S. 69 – 88.
- RUNNE, H., NIEMEIER, W., KERN, F.: Application of Laser Scanners to Determine the Geometry of Buildings. In: Grün, A., Kahmen, H. (Hrsg.): Optical 3-D Measurement Techniques, Wien 2001, S. 41-48.
- SCHÄFER, T., WEBER, T., KYRINOVIC, P., ZÁMECNIKOVÁ, M. (2004): Deformation Measurement using Terrestrial Laser Scanning at the Hydro-power Station of Gabčíkovo. In: Proceedings of INGEO 2004 and FIG Regional Central and Eastern European Conference on Engineering Surveying, Bratislava.

- SCHNEIDER, J. [1994]: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen, Verlag der Fachvereine.
- SCHULZ, HANS: Zur Ableitung zulässiger Messunsicherheiten aus Toleranzen bei Ingenieurvermessungen an Kranbahnen (AVN 7/2003)
- SCHULZ, T., INGENSAND, H. (2004A): Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2004; Luhmann, Thomas (Hrsg.), Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- SCHULZ, T., INGENSAND, H. (2004B): Terrestrial Laser Scanning - Investigations and Applications for High Precision Scanning. In: Proceedings of the 'FIG Working Week - The Olympic Spirit in Surveying', Athens.
- SCHULZ, T., INGENSAND, H. (2004C): Influencing Variables, Precision and Accuracy of Terrestrial Laser Scanners. In: Proceedings of INGENEO 2004 and FIG Regional Central and Eastern European Conference on Engineering Surveying, Bratislava.
- SCHULZ, T., ZOGG, H.-M. (2006): Terrestrisches Laserscanning in der Geomatik. In: Geomatik Schweiz, Ausgabe 8/2006.
- SCHWARZ, W. [1995]: Vermessungsverfahren im Maschinen- und Anlagenbau, Verlag Konrad Wittwer, 1.Auflage.
- SCHWARZ, W.; WITTE, B. [1986]: Die Prüfung elektrooptischer Distanzmesser am Geodätischen Institut der RWTH Aachen, Verlag Festschrift Hektor, Veröff. d. Geod. Inst. d. RWTH Aachen Nr. 40, Seite 15.1 bis 15.45.
- SEEBER, G. [1988]: Satellitengeodäsie, Verlag Walter de Gruyter, 1.Auflage.
- SOMMER, K.D.: Vortrag an der ETH im Rahmen des Messtechnikolloquiums, 2006
- STOBER, M. [1995]: Elektronische Entfernungs- und Richtungsmessung, 3. Auflage, Verlag Wittwer, Stuttgart.
- SUDAU, A. [1994]: Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit elektronischer Druckaufnehmer für präzise barometrische Höhenmessungen, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- TORGE, W. [1975]: Geodäsie, Verlag Walter de Gruyter, Berlin – New York.
- WEBER, G. [1994]: Das neue gesamtdeutsche Haupthöhennetz DHHN92. In: Allgemeine Vermessungsnachrichten, Verlag Herbert Wichmann.
- WEISE, KLAUS , WÖGER, WOLFGANG: Messunsicherheit und Messdatenauswertung. Wiley-VCH, Weinheim, 1999.
- WIDMARK, J. BECKER, J.M. [1984]: The Motorized Levelling Technique – The Swedish Experience, Professional Papers, LMV-Rapport 15, Landmäteriet – National Land Survey, Sweden.
- WIRTH, B. [1990]: Höhensysteme, Schwerepotentiale und Niveaulächen: Systematische Untersuchungen zur zukünftigen terrestrischen und GPS-gestützten Höhenbestimmung in der Schweiz, Geodätische physikalische Arbeiten in der Schweiz, Hrsg. Schweizerische Geodätische Kommission, 42. Band.
- WITTE, B. [1990]: Trigonometrisches Nivellement. In: Vermessungswesen und Raumordnung 52, Seiten 86-95, Verlag Verlag Ferd. Dümmler.

- WITTE, B.; SCHMIDT, H. [1995]: Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen, Verlag Konrad Wittwer, 3. Auflage.
- WITTKKE, H. [1971]: Geodätische Formelsammlung, Band I+II, Verlag Dümmler.
- WOLF, H. [1974]: Das Höhenproblem in der dreidimensionalen Geodäsie. In: Zeitschrift für Vermessungswesen, Verlag Konrad Wittwer.
- ZOGG, J.-M. (2003) GPS Grundlagen, GPS-X-01006A
- ZYWITZA, F., MASSEN, J., BRUNN, M., LANG, C., GÖRNIG, T. (2005): One-to-Three-dimensional Ranging for Future Automotive Safety Systems, Proceedings of the 1st Range Imaging Research Day at ETH Zurich in Switzerland, Editors: Ingensand, Hilmar and Kahlmann, Timo, ISBN 3-906467-57-0

KAPITEL 1

EINFÜHRUNG UND GRUNDLAGEN



1 Einführung und Grundlagen

1.1	Einleitung	8
1.2	Einordnung der Geodäsie	10
1.3	Aufgabengebiete und Anwendungsbereiche der Geodäsie	11
1.4	Stellung der GMT im interdisziplinären Kontext	14
1.5	Masseinheiten und Massverhältnisse in der GMT	15
1.5.1	Aktuelle Definitionen von Länge und Zeit	15
1.5.2	SI Basiseinheiten und Vorsätze	15
1.5.3	Winkleinheiten	16
1.5.4	Das geodätische Koordinatensystem	18
1.6	Arbeitsprinzipien im Bereich der Geodäsie	19
1.7	Abschätzungsformeln	20
1.7.1	Geodätische Näherungsformel	20
1.7.2	Kathetenzuschlagsformel	21
1.7.3	Massverhältnisse	21
1.7.4	Neigungsverhältnisse	22

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

Δd	Korrekturfaktor des Durchhanges
D_h	Durchhang des Messbandes
d_{hor}	Horizontaldistanz
d_{ist}	gemessene Distanz
D_{Plan}	Distanz auf Plan gemessen
D_s	Schrägdistanz
d_{soll}	fehlerbereinigte Distanz, Solldistanz
F_i	Fusschrauben
k	Korrekturfaktor
M	Libellenmitte
S	Spielpunkt
ρ	Umrechnungsfaktor (Radiant zu Gon)

1 Einführung und Grundlagen

Stichwörter: Böschungsverhältnis, Erdmessung, Geodätische Näherungsformel, Forschung, Geodäsie, Geodätische Bezugsrichtungen, Masseinheiten, Massstab, Navigation, Steigung, Topozentrum, Winkeleinheiten

Zusammenfassung: In diesem Kapitel soll eine Einführung in die allgemeinen Grundlagen der Geodäsie gegeben werden. Ausgehend von einer Standortbestimmung und Begriffsbildung der sich heute darstellenden geodätischen Aufgabenfelder und Genauigkeitsspektren erfolgt eine Definition geodätisch relevanter Mass- und Winkeleinheiten.

1.1 Einleitung

Definition der Geodäsie nach F. R. Helmert (1880):

Die Geodäsie ist die Wissenschaft von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche¹

Interpretiert man diese Definition, von der immer wieder Gebrauch gemacht wird, mit den Synonymen

¹ aus: Helmert, F.R.[1880]:
Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie, Verlag Bonn

² nach: Heitz, S.[1991]:
Einführung in dreidimensionale geometrische Modelle der Geodäsie, Mitteilungen aus den Geodätischen Instituten der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Nr. 79

³ aus: Heisenberg, W.[1973]:
Der Teil und das Ganze, Gespräche im Umkreis der Atomphysik, Deutscher Taschenbuchverlag, München

Ausmessung	=	Gewinnung von Beobachtungsgrößen (durch Sensoren)
Abbildung	=	Nutzung von Beobachtungsgrößen
	=	Darstellung von Beobachtungsgrößen in physikalischen Modellen

so lässt sich die Definition von Helmert wie folgt modifizieren:

Die Geodäsie ist die Wissenschaft von der Gewinnung erdbezogener und objektbezogener Beobachtungsgrößen und ihrer Abbildung in physikalische Modelle²

Modellbildung, Messung (Beobachtung) und Transformation der Beobachtungsgrößen sind somit die Basisoperationen der Geodäsie. Vor jeder Messung muss der funktionale Zusammenhang zwischen Modellen und Beobachtungsgrößen bekannt sein.

Einstein bringt diese Forderung der Geodäsie in Kurzform:

Erst die Theorie entscheidet darüber, was man beobachten kann.³

Definition gemäss www.geomatik.ethz.ch:

GEODÄSIE + GEOINFORMATIK → GEOMATIK

- Geomatics - Geomatique - Geomatica

So definierte es 1969 der französische Photogrammeter Dubuisson:

Geomatik ist die Wissenschaft von der Akquisition, Modellierung, Analyse und Repräsentation raumbezogener Daten und Prozesse unter besonderer Berücksichtigung planerischer, boden- und umweltrelevanter Fragestellungen. Die Geomatik spannt somit einen weiten Bogen von den Geowissenschaften über die Ingenieurwissenschaften und Informatik bis hin zu Raumplanung, Landentwicklung und Umweltwissenschaften.

γη [gae] = Erde
δαίζω [daïzo] = ich teile

Einerseits setzt sich die Geodäsie mit wissenschaftlichen Fragen zu Problemen von Prozessen in der Geosphäre auseinander, zum anderen beschäftigt sie sich mit der Erfassung und Überwachung der sich komplex und schnell ändernden menschlichen Umwelt sowie mit der Planung nachhaltiger Landnutzungssysteme.

Definition Gemäss FIG (1995) Publication No.2, Definition of a Surveyor

Für die Bereiche Beobachtung, Modellbildung und Transformation lässt sich das zeitgemässe **Spektrum der Geomatik** folgendermassen darstellen:

Die Ermittlung der Grösse und Gestalt der Erde und die Erfassung aller Daten, die zur Bestimmung der Grösse, der Lage, der Form und des Umfangs irgendeines Teiles der Erdoberfläche notwendig sind.

Die Bestimmung der Lage von Grenzen öffentlicher und privater Grundstücke, einschliesslich nationaler oder internationaler Grenzen, und die Registrierung dieser Grundstücke bei den zuständigen Behörden.

Die Festlegung von Objekten im Weltraum und die Festlegung und Überwachung von physikalischen Strukturen und Ingenieurbauwerken über, auf und unter der Erdoberfläche.

Entwurf, Einrichtung und Verwaltung von Land- und geographischen Informationssystemen sowie die Beschaffung, Speicherung, Analyse und Handhabung der Daten in diesen Systemen.

Die Erforschung des natürlichen und sozialen Umfeldes, die Ermittlung von Land und Seeressourcen und der Gebrauch dieser Daten in der städtischen, ländlichen und regionalen Entwicklungsplanung.

Planung, Entwicklung und Neugestaltung von Eigentum, sei es städtisch oder ländlich, seien es Grundstücke oder Bauwerke.

Wertermittlung und Verwaltung von Eigentum, sei es städtisch oder ländlich, seien es Grundstücke oder Bauwerke.

Planung, Vermessung und Organisation von Neuarbeiten, einschliesslich der Kostenvoranschläge.

Herstellung von Karten, Bildschirmdarstellungen, Datenfiles, Tabellen und Protokollen.

FIG:
Fédération Internationale des
Géomètres

1.2 Einordnung der Geodäsie

Basisgebiete der Geodäsie :

Geodätische Messtechnik (GMT)

Photogrammetrie

Satellitengeodäsie

Mathematische Geodäsie

Physikalische Geodäsie

Geodätische Statistik und Ausgleichsrechnung

Geoinformatik

Raumplanung (Städtebau, Verkehrsplanung und Wasserwirtschaft)

Bodenordnung und Bodenwirtschaft

Kartographie

Nachbargebiete der Geodäsie:

Angewandte Mathematik

Physik

Statistik

Informatik

Elektronik

Mess- und Regelungstechnik

Meteorologie

Geologie (Morphologie und Bodenkunde)

Geographie

Astronomie

Management

Rechtswissenschaften (im Bereich der Raumplanung, Bodenwirtschaft und Amtlichen Vermessung)

1.3 Aufgabengebiete und Anwendungsbereiche der Geodäsie

Die wichtigsten geodätischen Aufgabengebiete und ihre spezifischen Genauigkeitsspektren sind in Abb. 1.1 dargestellt.

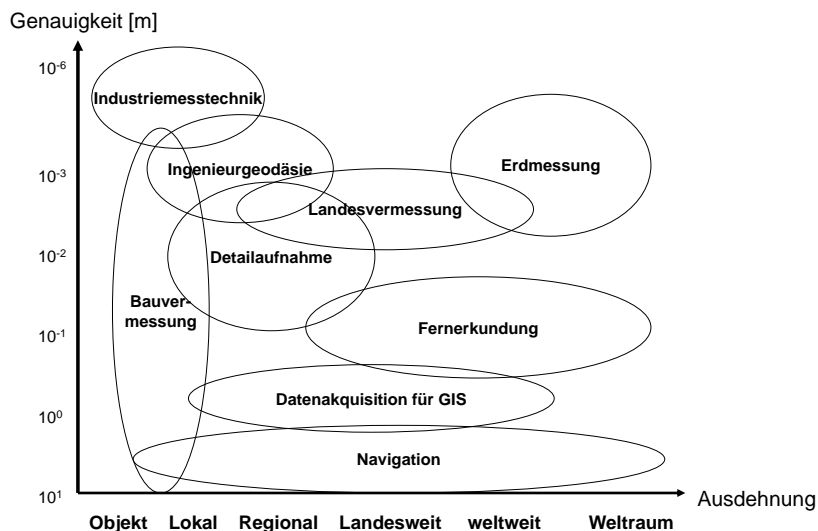


Abb. 1.1 Aufgabengebiete der Geodäsie

Das Genauigkeitsspektrum der anwendungsspezifischen Messverfahren erstreckt sich vom Meter-Bereich bis zum Mikrometer-Bereich. Daraus ergibt sich ein breites Spektrum von geodätischen Messinstrumenten und Messmethoden.

Erdmessung (Höhere Geodäsie, Engl.: Geodesy)

Unter Erdmessung versteht man das Teilgebiet der Geodäsie, in dessen Aufgabenbereich die Bestimmung der Erdfigur und des äusseren Schwerfeldes der Erde liegt. Sie beschäftigt sich mit der Bestimmung

- der Erdfigur,
- des Erdschwerfeldes,
- des Magnetfeldes der Erde,
- der Änderung der Rotationsachse (Polbewegungen),
- der interstellaren Einflüsse auf den Erdkörper (Gezeiten),
- der Kontinentaldrift,
- und relativistischer Effekte.

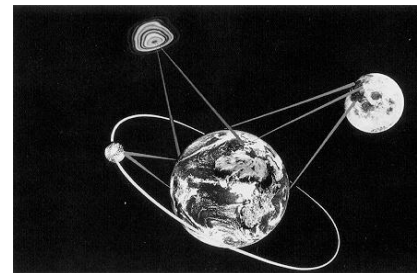


Abb. 1.2 Beobachtungsmethoden der Erdmessung



Abb. 1.3 GPS-Netz der neuen Landesvermessung der Schweiz (LV95)

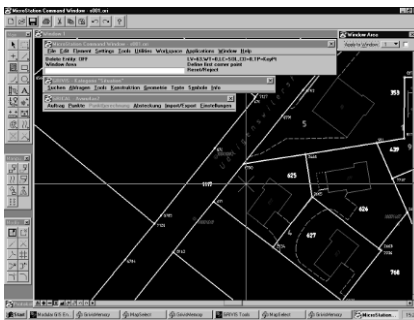


Abb. 1.4 Digitaler Grundbuchplan



Abb. 1.5 Ingenieurgeodätische Beobachtungsmethoden bei der Überwachung einer Staumauer

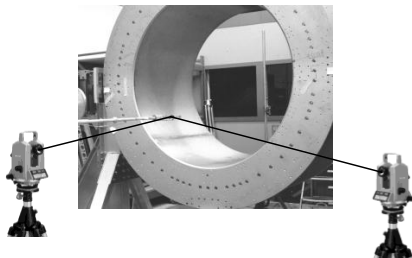


Abb. 1.6 Anwendung 3D-Technologie

Landesvermessung

Die Landesvermessung ist der amtliche, landesbezogene Teil der Erdmessung. Sie umfasst den Aufbau und die Erhaltung der geodätischen Grundlagen, die topographische Landesaufnahme und die Bearbeitung sowie Herausgabe der Landkartenwerke. Die Landesvermessung stellt Lage und Höhenfixpunktfelder zur Verfügung, die auf den Modellen der Erdmessung beruhen. Weiter betreibt das Bundesamt für Landestopografie (swisstopo) ein GNSS-Referenznetz und bietet Onlineberechnungsprogramme an.

Amtliche Vermessung

Unter Amtlicher Vermessung versteht man alle vermessungstechnischen Tätigkeiten zur Einrichtung, Fortführung und Erneuerung des gesamten Infrastrukturkatasters. Sie beschäftigt sich hauptsächlich mit der Erfassung von Grundstücksgrenzen, Gebäuden und Anlagen. Die Katastervermessung benutzt als Bezugsfläche eine Horizontalfläche, da ihre typische Ausdehnung einen Messbereich von max. 500 m einschliesst.

Ingenieurgeodäsie

Mit Ingenieurgeodäsie bezeichnet man alle technischen Vermessungen, die im Zusammenhang mit der Projektierung, Ausführung, Abnahme und späteren Beobachtungen von Bauwerken erforderlich sind. Dazu gehören vor allem spezielle Absteckungsverfahren (z.B. beim Bau von Bahnen und Verkehrswegen) und Deformationsmessungen (Hangrutschungen, Talsperrenüberwachungen, etc.).

Im Baubereich findet man ein breites Spektrum von Messtätigkeiten mit z.T. speziellen Messinstrumenten (z.B. Rotationslaser, Kanalbaulaser). Ein neuer Aufgabenbereich der Messtechnik im Bauwesen ergibt sich bei der Steuerung (Navigation) von Baumaschinen.

Industriemesstechnik

Die Industriemesstechnik kann auch als Teilbereich der Ingenieurgeodäsie angesehen werden. Im Grossmaschinen-, Schiffs-, Flugzeug- und Automobilbau haben sich geodätische Messverfahren mit elektronischen Theodoliten, Lasertrackern und Verfahren der digitalen Nahbereichsphotogrammetrie bewährt.

Im Zusammenhang mit Absteckungs- und Alignieraufgaben höchster Präzision, wie z.B. bei der Errichtung und Überwachung von Teilchenbeschleunigern, sind eine Vielzahl von Verfahren und Instrumenten entwickelt worden, um die geodätische Genauigkeit weiter den physikalisch determinierten Schranken anzunähern.

Datenakquisition im Bereich Umwelt/RIS

In diesem Bereich stehen Rauminformationssysteme (RIS) im Zentrum, die Koordinaten als Basisdaten verwenden. Um einer Vielzahl von akquirierten Daten (z.B. Meteorologie, Luftverschmutzung) einen Raumbezug zu geben, strebt man in der GMT integrierte Lösungen der mobilen Datenerfassung mittels Pencomputing unter der Verwendung geodätischer Sensoren (Tachymeter, GNSS, EDM) an. Die Verwendung von Pencomputern mit entsprechender Software bietet den Vorteil, dass Daten bereits beim Aufnahmevorgang im Feld kontrolliert, strukturiert und gesichert werden.

Navigation

Die Navigation ist eine Messtechnik, die z.B. in Kombination mit digitalen Karten als Unterlage für die Entwicklung von Verkehrsleitsystemen oder Flottenmanagementsystemen dient. Als hauptsächliche Messsysteme werden hier GNSS, Inertialsysteme, Magnetfeldsensoren und einfache Wegmesser (Odometer = Zählung der Radumdrehungen) eingesetzt.

Forschung

Die Forschung im Bereich der geodätischen Wissenschaften erstreckt sich über alle oben vorgestellten Teilgebiete. Im Bereich der GMT sind dies u.a. die Entwicklung von Präzisionsmessverfahren unter Einbezug von neuen und verfeinerten Modellen sowie die Instrumentenentwicklung.

Einen guten Überblick über die Forschungstätigkeiten bietet die Homepage <http://www.geometh.ethz.ch/research/index>.



Abb. 1.7 Mobile Mapping mittels Pencomputing und One-Man-Station

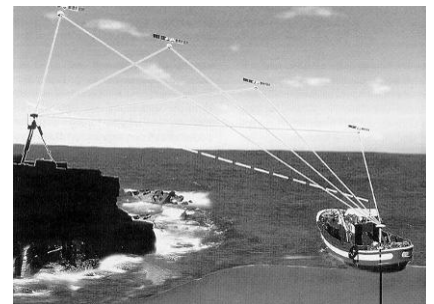


Abb. 1.8 GPS-gestützte Navigation

1.4 Stellung der GMT im interdisziplinären Kontext

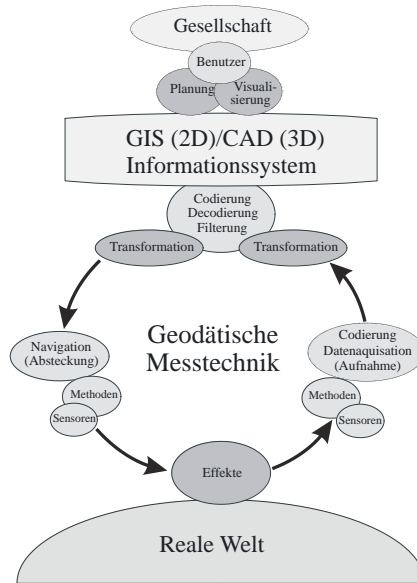


Abb. 1.9 Stellung der GMT im interdisziplinären Kontext

Abb. 1.9 zeigt die Stellung der GMT getreu der Modifikation der Definition nach Helmert in einem bidirektionalen Informationsfluss. Mittels geeigneter Methodik und Sensorik akquiriert die GMT erd- und objektbezogene Daten, beeinflusst durch äussere Effekte (z.B. Einflüsse der Atmosphäre), die die Beobachtung von "wahren Werten" nicht zulassen. Nach der Transformation der Beobachtungen in geeignete Modelle, Filterung (z.B. Ausgleichung) und geeigneter Codierung werden die Daten mittels eines geeigneten Tools (GIS, CAD) visualisiert und stehen einem Benutzer beispielsweise zu Planungs- oder Konstruktionszwecken zur Verfügung. Für die Realisierung dieser Entwürfe, nach Simulationen im GIS bzw. CAD, sorgt die GMT mit Methoden der Absteckung für eine Materialisierung der Koordinaten im Gelände. Dazu werden die gleichen Sensoren der GMT verwendet, wie sie auch schon in der Akquisitionsphase eingesetzt wurden.

1.5 Masseinheiten und Massverhältnisse in der GMT

1.5.1 Aktuelle Definitionen von Länge und Zeit

Seit 1967 beruht die **Zeitdefinition im Internationalen Einheitensystem (SI)** auf der durch Caesium Atomuhren erzeugbaren **Sekunde (= 1 s)**;

1 Sekunde ist das $9'192'631'770$ fache der Periodendauer, der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstruktur-niveaus des Grundzustandes des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.

Seit 1983 wird die Zeitdefinition auch zur **Längendefinition im Internationalen Einheitensystem (SI)** in Verbindung mit der "Naturkonstanten c " benutzt.

Das **Meter (= 1 m)**: ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von $1/299'792'458$ Sekunden durchläuft.

1.5.2 SI Basiseinheiten und Vorsätze

Länge	Meter	[m]
Masse	Kilogramm	[kg]
Zeit	Sekunde	[s]
elektrische Stromstärke	Ampere	[A]
thermodynamische Temperatur	Kelvin	[K]
Stoffmenge	Mol	[mol]
Lichtstärke	Candela	[cd]

Abgeleitete Einheiten in der Geodäsie:

Fläche	Quadratmeter	$[\text{m}^2]$
Volumen	Kubikmeter	$[\text{m}^3]$
Ebener Winkel	Radiant [rad]	$(= \text{m} \cdot \text{m}^{-1})$
Frequenz	Hertz [Hz]	$(= \text{s}^{-1})$
Kraft	Newton [N]	$(= \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2})$

Tip:

Für das ingenieurwissenschaftliche Denken empfiehlt es sich, bestimmte Grössenordnungen präsent zu haben, bzw. sich vorstellen zu können.

z.B.:

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

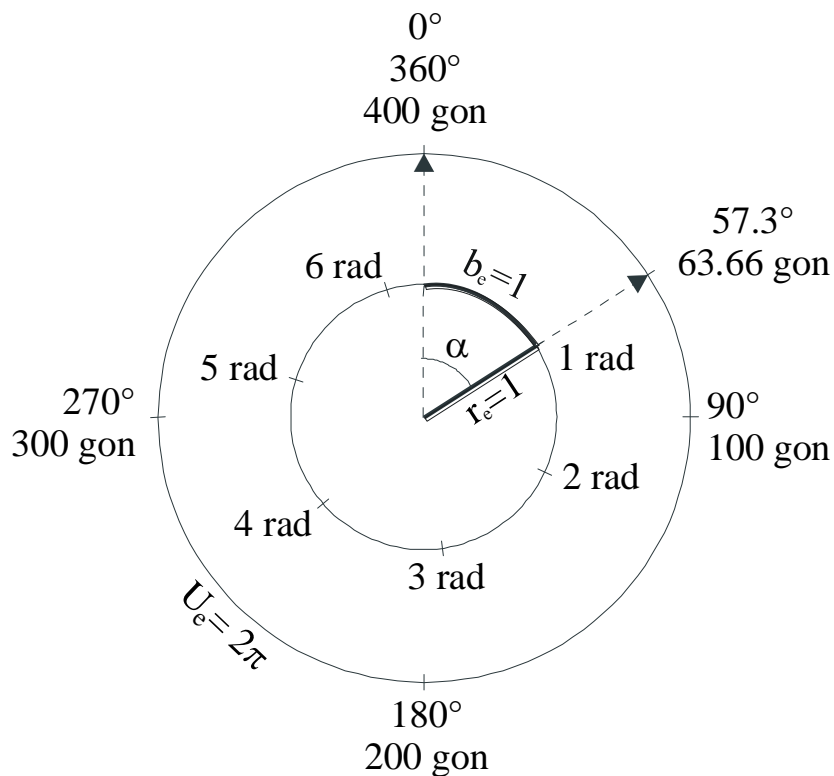
$$\rho \approx 63.6620 \left[\text{gon} \right]$$

Tab. 1-1 SI-Vorsätze

Einheit	Vorsatz- zeichen	Zehner- potenzen	Wert	
Tera	T	10^{12}	1'000'000'000'000	Billion
Giga	G	10^9	1'000'000'000	Milliarde
Mega	M	10^6	1'000'000	Million
Kilo	k	10^3	1'000	Tausend
Hekta	h	10^2	100	Hundert
Deka	da	10^1	10	Zehn
Dezi	d	10^{-1}	0.1	Zehntel
Zenti	c	10^{-2}	0.01	Hundertstel
Milli	m	10^{-3}	0.001	Tausendstel
Mikro	μ	10^{-6}	0.000'001	Millionstel
Nano	n	10^{-9}	0.000'000'001	Milliardenstel
Piko	p	10^{-12}	0.000'000'000'001	Billionstel

1.5.3 Winkeleinheiten

Die abgeleitete SI Einheit des ebenen Winkels ist der Radiant [rad]. 1 rad ist gleich dem ebenen Winkel, der als Zentriwinkel eines Kreises vom Radius $r = 1$ m aus dem Kreis einen Bogen $b = 1$ m ausschneidet. Das Winkelmass ist folglich definiert durch die Kreiselemente Bogenlänge und Radius. In der Geodäsie wird heute fast ausschliesslich mit gon (Neugrad) gerechnet. Die Winkel sind rechtsdrehend (positiv im Uhrzeigersinn).



Index e steht für Einheitskreis
 U_e steht für Umfang des Einheitskreises

Abb. 1.10 Winkleinheiten

Der Winkel in gon, welcher 1 rad entspricht, wird in der Geodäsie mit ρ (rho) bezeichnet:

$$\rho[\text{gon}] = \frac{200}{\pi} = 63.6620 \text{ gon}$$

$$\rho[^\circ] = \frac{180}{\pi} = 57.32958^\circ$$

$$\alpha[\text{rad}] = \frac{b}{r} \text{ gilt für das Winkelmaß Gon:}$$

$$\alpha[\text{gon}] = \frac{b}{r} * \rho[\text{gon}]$$

$$\Rightarrow \frac{b}{r} = \frac{\alpha[\text{gon}]}{\rho[\text{gon}]}$$

Der Radiant (Einheitenzeichen: rad) ist eine Hilfsmasseinheit, die darauf hinweist, dass die voranstehende Masszahl als Angabe der Größe eines ebenen Winkels im **Bogenmaß** zu verstehen ist

Neben der Winkleinheit Neugrad [gon] wird für spezielle Anwendungen, z.B. in der Astronomie Altgrad (Grad [°], Minuten ['], Sekunden ["]) verwendet.

Umrechnung:

$$\begin{array}{ll}
 400 \text{ gon} = 360^\circ & = 2\pi \text{ rad} \\
 1 \text{ gon} = 0.9^\circ & 1^\circ = 1.11 \text{ gon} \\
 1 \text{ cgon} = 0.54' & 1' = 1.85 \text{ cgon} \\
 1 \text{ mgon} = 3.24'' & 1'' = 0.31 \text{ mgon}
 \end{array}$$

Früher wurden anstelle von [cgon] und [mgon] [c] und [cc] verwendet. $1c = 0.01 \text{ gon}$, $1cc = 0.0001 \text{ gon} = 0.1 \text{ mgon}$.

1.5.4 Das geodätische Koordinatensystem

Die Besonderheit des geodätischen Koordinatensystems besteht darin, dass es rechtshändig ist und die Zählung an der Ordinatenachse beginnt.

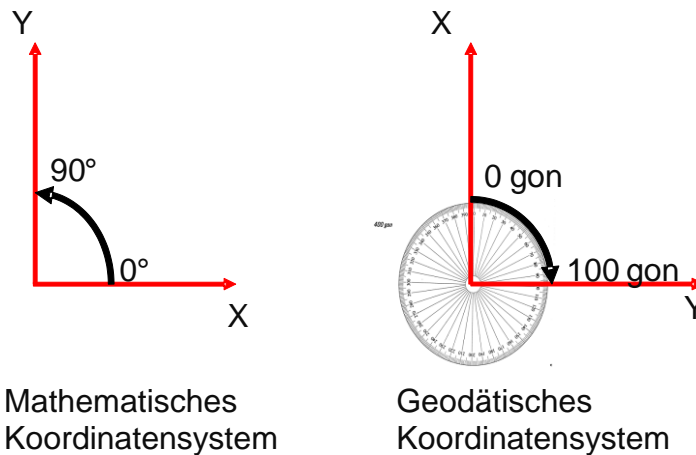


Abb. 1.11 mathematisches und geodätisches Koordinatensystem

Im geodätischen Sprachgebrauch verwendet man für die x-Achse auch die Begriffe Nord- oder Hochwert und für die y-Achse die Begriffe Ost- oder Rechtswert.

1.6 Arbeitsprinzipien im Bereich der Geodäsie

Zuverlässigkeits- und Kontrollprinzip (Qualitätssicherung)

Jedes Messelement ist durch unabhängige Kontrollen zu verifizieren. Dies kann beispielsweise die Polaraufnahme eines Neupunktes von einem zweiten Standpunkt aus sein. Ebenfalls sind Berechnungen zu verproben. Werden Berechnungen mit einer Software durchgeführt, so muss die Richtigkeit dieser sichergestellt werden. Selbst autorisierte Software ist gründlich auszutesten. Dabei sind besonders die theoretischen Spezialfälle interessant.

Wirtschaftlichkeitsprinzip

Messung ist nicht Selbstzweck! Den beiden konträren Faktoren Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit wird durch folgende, dem Messzweck angepasste Genauigkeitsschranke entsprochen:

„So genau wie erforderlich, nicht wie technisch möglich“.

1.7 Abschätzungsformeln

Abschätzungsformeln spielen in der Geodäsie eine grosse Rolle. Man berechnet überschlägig, welchen Einfluss welches Mess-element auf das Gesamtergebnis hat. Hieraus ergeben sich für die Praxis sinnvolle Schlüsse, die unter dem Gesichtspunkt des Kontroll- und Wirtschaftlichkeitsprinzips zu betrachten sind. Es wird durch Anwendung einer solchen Abschätzung schnell deutlich, auf welche Messgrössen der jeweiligen Anordnung sich die höchsten Genauigkeitsanforderungen beziehen, und damit korreliert auf welche Messelemente die meiste Zeit aufgewendet werden muss. Es sind grundsätzlich zwei „Arten“ der Abschätzformeln zu unterscheiden. Einfache geometrische Beziehungen, die im Rahmen dieses Kapitels vorgestellt werden sollen, und Genauigkeitsabschätzungen mittels Varianzfortpflanzungsgesetz.

Bei jeder Planung einer Messanordnung ist im Vorfeld (a priori) eine Genauigkeitsabschätzung durchzuführen. Nach der Messung sind die a priori Genauigkeitswerte mit denen aus der jeweiligen Ausgleichung ermittelten Genauigkeiten (a posteriori) in Beziehung zu setzen. Unter Eingabe realistischer Werte in die Genauigkeitsabschätzung lassen sich somit sehr anschaulich die Qualität der Messung beurteilen und gegebenenfalls nicht berücksichtigte Einflüsse (Modelldefekte) aufdecken. Diese Grundhaltung geodätischen Arbeitens durchzieht wie ein roter Faden sämtliche geodätischen Problemstellungen, sowohl in der einfachen Feldmessung, wie auch in der Ingenieur- und Industrievermessung.

1.7.1 Geodätische Näherungsformel

Gl. 1.7-1

$$\frac{b}{r} = \frac{\alpha}{\rho}$$

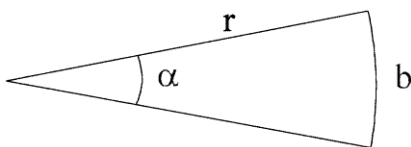


Abb. 1.12 geodätische Näherungsformel

Anwendungsbeispiel 1: Abschätzung der Querabweichung infolge der Ungenauigkeit der Winkelbestimmung.

Oft sind Abschätzungen zu machen, inwieweit sich eine Ungenauigkeit in der Winkelbestimmung (α) auf die Querabweichung eines Punktes auswirkt. Hierzu verwendet man die geodätische Näherungsformel mit der durch ihre Sehne approximierten Bogenlänge b .

Nach obiger Formel gilt (für kleine α):

$$b = r * \frac{\alpha}{\rho} = 63.66 \text{ m} * \frac{0.01 \text{ gon}}{63.66 \text{ gon}} \approx 0.01 \text{ m}$$

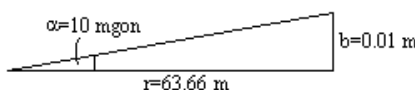


Abb. 1.13 Querabweichung

beziehungsweise 1 mgon Ungenauigkeit in der Winkelbestimmung bewirkt auf 600 m eine Querverschiebung von ca. 1 cm.

Anwendungsbeispiel 2: Angabenbestimmung mit Libellennivellier und Masstab

Unter der Angabe einer Libelle versteht man den Winkelwert α , um den man die Libelle neigen muss, damit die Libellenblase um ein Teilungsintervall (2 mm) weiterläuft. Der Prüfling soll hier die Libelle eines Libellennivelliers sein. Das Libellennivellier wird in ca. 10 m Entfernung von einem senkrecht stehenden Masstab (z.B. Nivellierlatte) aufgestellt. Dabei hat die Geräteaufstellung so zu erfolgen, dass die Verbindungslinie vom Masstab zu einer Fusschraube senkrecht auf der Verbindungslinie der beiden anderen Fusschrauben steht. Die Neigung wird dann mit der erstgenannten Fusschraube eingestellt.

Beispiel: $r = 10.12 \text{ m}$ $b = 1.47 \text{ mm}$

$$\rho'' = \frac{180^\circ \cdot 60' \cdot 60''}{\pi} = 206264.8''$$

$$\alpha = \rho'' \cdot \frac{b}{r} = 206264.8'' \cdot \frac{1.47 \text{ mm}}{10.12 \text{ m}} = 30''$$

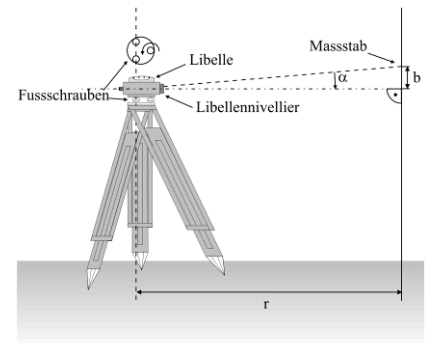


Abb. 1.14 Angabenbestimmung einer Libelle

1.7.2 Kathetenzuschlagsformel

Eine weitere wichtige Abschätzungsformel stellt die Kathetenzuschlagsformel dar:

$$h^2 = d_s^2 - d_{\text{hor}}^2 = d_s^2 - (d_s - \Delta d)^2 = \Delta d \cdot (2 \cdot d_s - \Delta d)$$

$$\Rightarrow \Delta d = \frac{h^2}{2 \cdot d_s - \Delta d} \approx \frac{h^2}{2 \cdot d_s}$$

Gl. 1.7-2
$$\Delta d \approx \frac{h^2}{2d_s}$$

Hiermit kann beispielsweise der Einfluss der Schräglage des Messbandes auf die Horizontalabstand überschlägig bestimmt werden.

1.7.3 Massverhältnisse

Unter dem Masstab M einer Karte, eines Planes oder eines Luftbildes versteht man das Verhältnis

Gl. 1.7-3
$$M = \frac{1}{m} = \frac{\text{Zeichenstrecke}}{\text{Naturstrecke}}$$

m ist hierbei die Masstabszahl.

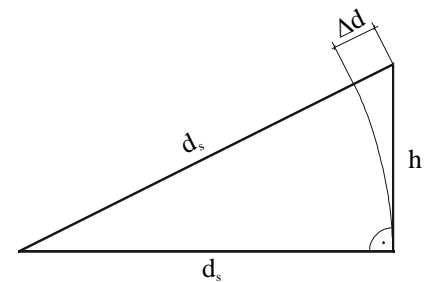


Abb. 1.15 Kathetenzuschlag 1

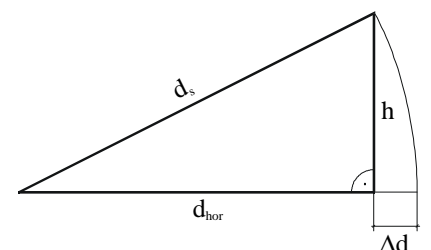


Abb. 1.16 Kathetenzuschlag 2

Merke: Die Längen von Strecken auf zwei Abbildungen (Karten, Pläne, Luftbilder) verhalten sich umgekehrt wie ihre Massstabszahlen. Flächen auf zwei verschiedenen Abbildungen verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Massstabszahlen.

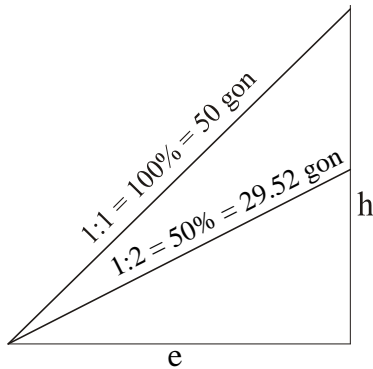


Abb. 1.17 Neigungsverhältnisse

1.7.4 Neigungsverhältnisse

Die Neigung einer Strecke oder Fläche kann ausgedrückt werden durch:

Winkel α = Steigungs- oder Gefällwinkel

Diese Neigung wird vor allem bei Hängen gewählt, z.B. Geländeneigung $\alpha = 25$ gon.

Böschungsverhältnis $h : e$

Die Neigungsbezeichnung $h : e$ wird vor allem für Böschungen und für die Querneigung von Strassen gewählt, z.B. Böschungsneigung $h : e = 2 : 3$.

Prozent oder Promilleangaben

Diese Neigungsbezeichnung gibt den Höhenunterschied bezogen auf 100 bzw. 1000 Meter horizontaler Strecke an. Sie wird hauptsächlich für die Bezeichnung der Längsneigung von Verkehrswegen gewählt, z.B. Längsneigung 10‰ bzw. 1%.

Gefällverhältnis $1 : n$, (n = „Anlage“)

$$\frac{1}{n} = \frac{h}{e}$$

Umrechnung der Neigungsangaben:

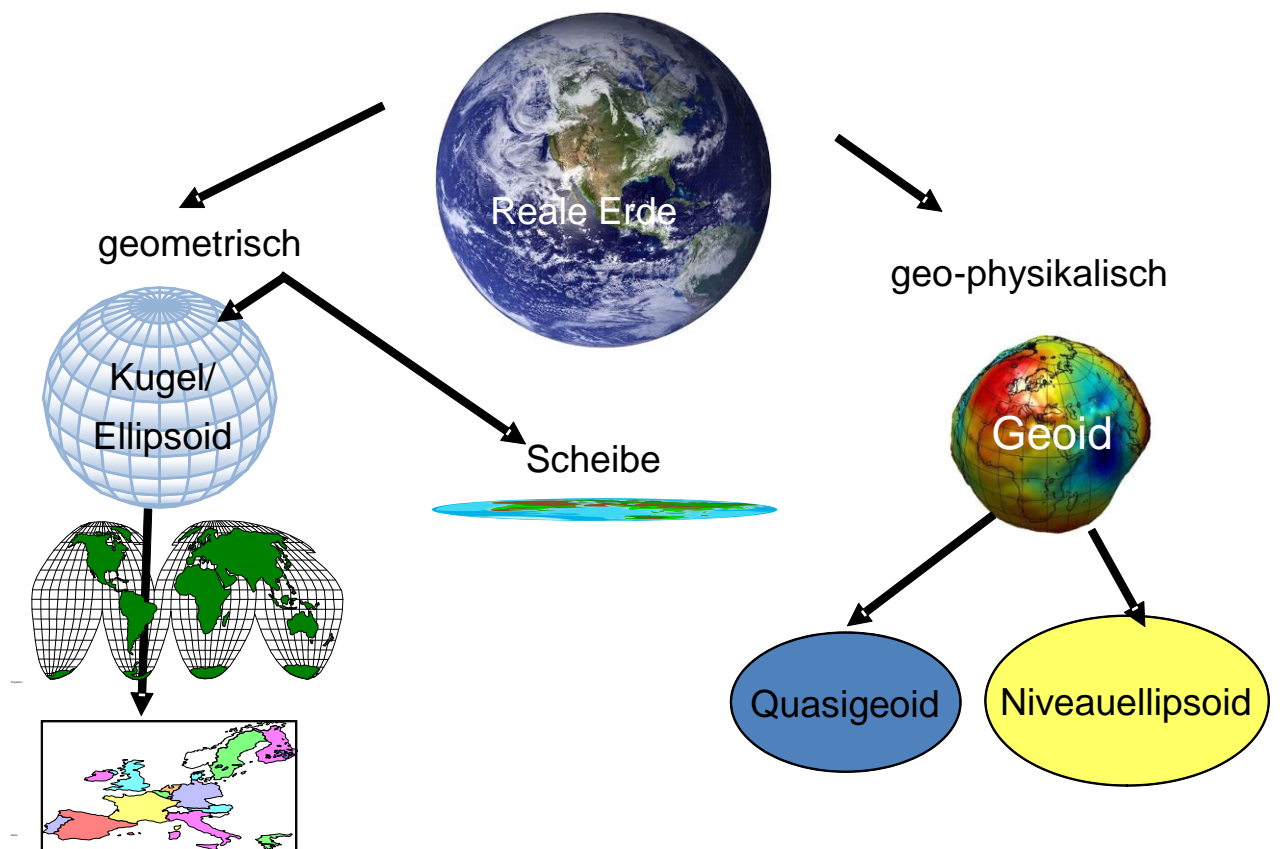
$$\tan \alpha = \frac{1}{n} = \frac{h}{e} = \frac{p \text{ [%]}}{100}$$

$$n = \frac{e}{h} = \frac{100}{p \text{ [%]}} = \cot \alpha$$

$$p \text{ [%]} = \frac{100 \cdot h}{e} = \frac{100}{n} = 100 \cdot \tan \alpha$$

KAPITEL 2

KOORDINATENSYSTEME, TRANSFORMATIONEN UND PROJEKTIONEN



2 Koordinatensysteme, Transformationen und Projektionen

2.1	Weltkoordinatensysteme.....	30
2.2	3D-Koordinatensysteme.....	31
2.2.1	3D kartesisches Koordinatensystem	31
2.2.2	Zylinderkoordinaten	31
2.2.3	Kugelkoordinaten	32
2.2.4	Ellipsoidische Koordinaten.....	33
2.2.5	Topozentrisches lokales 3D Koordinatensystem.....	35
2.3	Referenzsysteme.....	36
2.4	Projektionen.....	38
2.5	Das Schweizer Landesprojektions-System.....	40
2.5.1	Altes Landesvermessungssystem LV03.....	41
2.5.2	Neues Landesvermessungssystem LV95	42
2.6	Nordrichtungen	43
2.7	Ebene Koordinatentransformation.....	44
2.7.1	Die zweidimensionale Ähnlichkeitstransformation.....	44
2.7.1.1	Translationen in X und Y Richtung.....	44
2.7.1.2	Rotation	45
2.7.1.3	Massstabsfaktor	45
2.7.1.4	Die vollständige Ähnlichkeitstransformation.....	45
2.7.1.5	Rücktransformation	45
2.7.2	Numerische Bestimmung der Transformationsparameter.....	46
2.7.2.1	Numerische Bestimmung mit 2 identischen Punkten.....	46
2.7.2.2	Numerische Bestimmung mit mehr als 2 identischen Punkten.....	47
2.7.3	Numerisches Beispiel zur Bestimmung der Transformationsparameter mit Hilfe von 3 identischen Punkten.....	48

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

a_T	=	Substitutionsparameter
b_T	=	Substitutionsparameter
XYZ	=	Achsen des Kartesischen Koordinatensystems
r	=	Mittlerer Erdradius
B	=	geografischen Breite
L	=	geografischen Länge
h	=	ellipsoidische Höhe
$a_{\text{Eil}}, b_{\text{Eil}}, c_{\text{Eil}}$	=	Parameter der Ellipsoidgleichung
F1, F2	=	Brennpunkte
a	=	grosse Halbachse und
b	=	kleine Halbachse
B_1	=	ellipsoidische Breite
L_1	=	ellipsoidische Länge
e	=	lineare Exzentrizität
N	=	Querkrümmungsradius
F	=	Abplattung
P_r	=	Topozentrum, z.B. Standpunkt auf Erdoberfläche
H	=	Horizontalebene in P
M	=	Meridianebene
g	=	Schwerevektor des Punktes P (Lot)
X_Q, Y_Q, Z_Q	=	topozentrische Koordinaten des Punktes Q
G	=	Erdzentrum
E_{Aeq}	=	Erdäquator
γ	=	Meridiankonvergenz
δ	=	magnetische Deklination
η	=	kartografische Deklination
Y_0, X_0	=	Translationsvektor
φ	=	Drehwinkel der Rotation
m	=	Massstabsfaktor
a_T, b_T	=	Hilfsbezeichnungen bei der 2D-Ähnlichkeitstransformation
n	=	Anzahl der identischen Punkte

2 Koordinatensysteme, Projektionen und Referenzsysteme

Stichwörter: Ebenes Koordinatensystem, 3D-Koordinatensystem, Kartenprojektion, Landessystem, Nordrichtung Referenzellipsoid, Koordinatentransformationen, Bezugsrahmen und -systeme.

Zusammenfassung: In Kapitel 2 werden die Grundlagen der geodätischen Koordinatensysteme erläutert. Hierbei sind die Zusammenhänge zwischen Weltkoordinatensystemen, übergeordneten und lokalen Systemen sowie der Transformation als auch der Abbildung auf Karten und Plänen elementar.

Zur Thematik Koordinatensysteme müssen auch die verschiedenen Höhenbezugssysteme genannt werden. Der Zusammenhang zwischen Geoid, orthometrischen Höhen, ellipsoidischen Höhen und Gebrauchshöhen wird im Kapitel 6 *Höhen* genauer erläutert.

Am Ende des Kapitels sollte man in der Lage sein, verschiedene geodätische Beobachtungen wie z.B. Tachymetermessungen oder GNSS-Positionen in ein Zielsystem wie z.B. dem Schweizer Landessystem zusammenzuführen.

2.1 Weltkoordinatensysteme

Eine Herausforderung in der Geodäsie ist die Abbildung der realen Welt. Messungen aus GNSS-Beobachtungen, Tachymetrie, Nivellement, etc. sind auf der Erdoberfläche mit bestimmten Regeln in ein entsprechendes Bezugssystem abzubilden. Hierbei können verschiedene Vorgehensweisen gewählt werden.

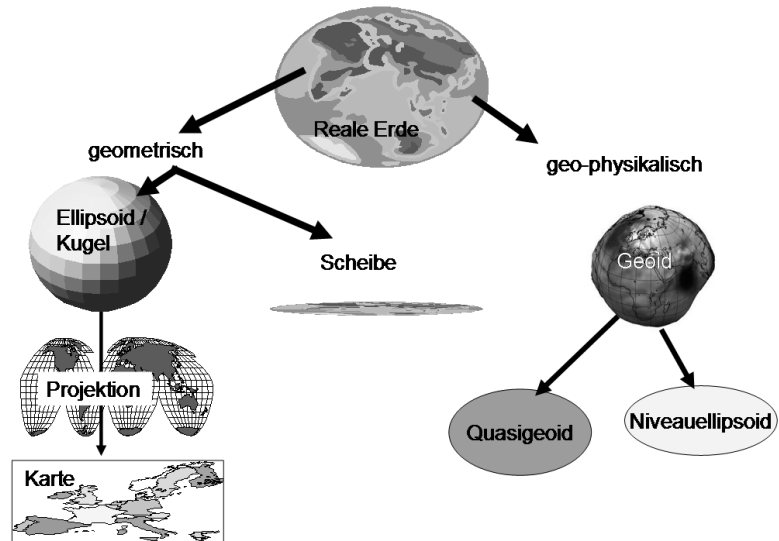


Abb. 2.1 verschiedene Abbildungsarten der realen Erde

- a) Die geometrische Betrachtung bei der die physische Erdoberfläche durch eine Kugel oder in der Geodäsie als Rotationsellipsoid modelliert wird.
- b) Die geophysikalische Betrachtung, bei der die Modellierung der Erdanziehung als sogenanntes Geoid im Vordergrund steht. Diese ist in der Geodäsie bei einer genaueren Betrachtung der Höhen relevant und wird vertieft in Kapitel 6 behandelt.

Im folgenden Abschnitt wird die geometrische Abbildung der realen Erde vorgestellt.

2.2 3D-Koordinatensysteme

In der Geodäsie werden hauptsächlich die in den folgenden Kapiteln beschriebenen dreidimensionalen Koordinatensysteme verwendet.

2.2.1 3D kartesisches Koordinatensystem

Das kartesische 3D Koordinatensystem ist die Erweiterung des zum Beispiel aus der Mathematik bekannten rechtwinkligen Koordinatensystems. Die drei Koordinatenachsen XYZ liegen senkrecht zueinander. Je nach Drehsinn des Systems wird zwischen einem Links- und einem Rechtssystem unterschieden.

2.2.2 Zylinderkoordinaten

Die Zylinderkoordinaten sind Polarkoordinaten, welche um die dritte Dimension erweitert werden. Dadurch ergeben sich die 3 Parameter aus dem Horizontalwinkel φ , dem Abstand r von der Z-Achse und der Höhe h über der Horizontalebene.

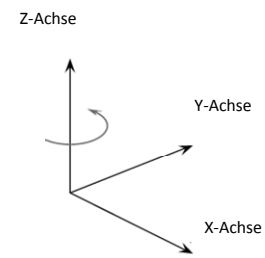


Abb. 2.2 Rechtssystem

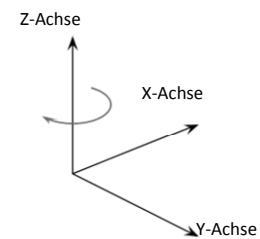


Abb. 2.3 Linkssystem

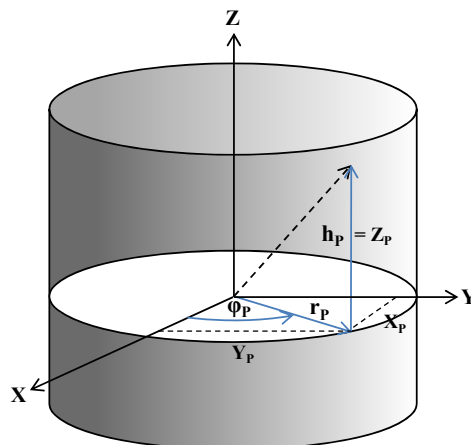


Abb. 2.4 Zylinderkoordinaten

Unter Annahme, dass die beiden Z-Achsen identisch sind und der Horizontalwinkel φ in Richtung der X-Achse mit Null definiert wird, gelten für die Umrechnung zwischen Zylinder- und kartesischen Koordinaten:

$$X = r \cdot \cos \varphi$$

$$Y = r \cdot \sin \varphi$$

$$Z = h$$

Gl. 2.2-1

Aus Gl. 2.2-1 lässt sich die Umrechnung von kartesischen zu Zylinderkoordinaten herleiten:

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right)$$

$$h = Z$$

Gl. 2.2-2

2.2.3 Kugelkoordinaten

Eine sehr einfache und aus dem Schulunterricht bekannte Darstellung der Erde sind die geografischen Koordinaten.

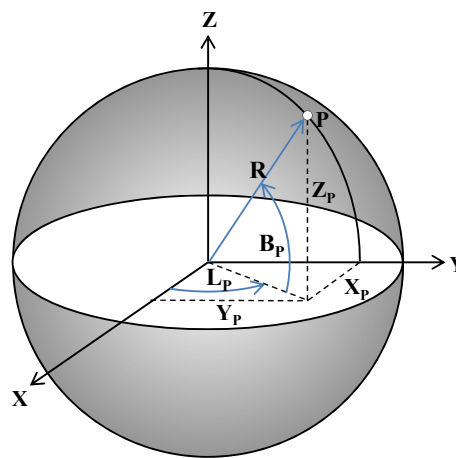


Abb. 2.5: Erdfestes, geozentrisches Koordinatensystem (kartesisch)

Die kartesischen Koordinaten jedes Punktes auf der Erdoberfläche können mit der geografischen Breite B und geografischen Länge L anhand der Formeln

$$X = R \cdot \cos(B) \cdot \cos(L)$$

$$Y = R \cdot \cos(B) \cdot \sin(L)$$

$$Z = R \cdot \sin(B)$$

Gl. 2.2-3

berechnet werden. Als mittlerer Erdradius wird meist $R = 6370000$ m verwendet. Die Rückrechnung von kartesischen Koordinaten zu geografischen Koordinaten erfolgt durch:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$B = \tan^{-1}\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$L = \sin^{-1}\left(\frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right) \quad (Y \geq 0)$$

Gl. 2.2-4

In der Geodäsie ist diese Darstellung des rechtwinkligen sphärischen Koordinatensystems der Erde auch als Soldnersystem bekannt.

2.2.4 Ellipsoidische Koordinaten

Die allgemeine Beschreibung eines Ellipsoids (gestrecktes oder gestauchtes Bild einer Kugel) ist durch die Gleichung

Gl. 2.2-5
$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = 1$$

gegeben. Die positiven reellen Zahlen a , b und c definieren dabei die Halbachsen der gestauchten oder gestreckten Kugeloberfläche. Das rotationssymmetrische Ellipsoid stellt dabei eine Sonderform dar. Es ergibt sich aus der Rotation einer Ellipse

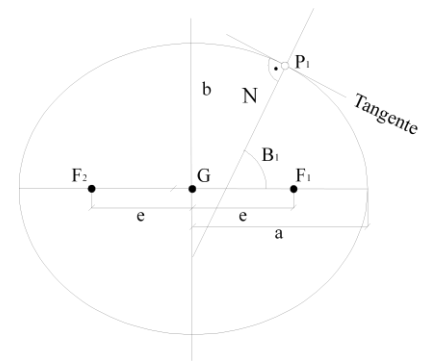


Abb. 2.6 Ellipse

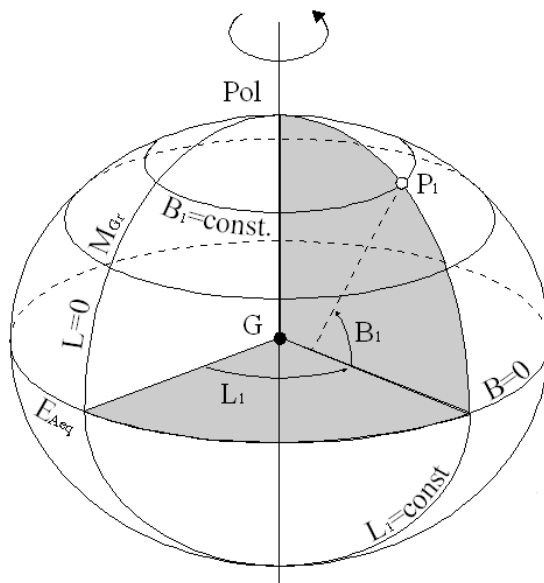


Abb. 2.7 Rotationsellipsoid

Die Abplattung f folgt aus der Gleichung

Gl. 2.2-6
$$f = \frac{a-b}{a}$$

und beschreibt das Verhältnis der beiden Halbachsen a und b zueinander.

Ein Punkt auf dem Rotationsellipsoid ist eindeutig definiert durch die Angabe der Achsorientierung, der Ellipsoidparameter sowie der ellipsoidischen Breite, Länge und Höhe h (d.h. Höhe über dem Referenzellipsoid). Der gleiche Punkt auf dem Rotationsellipsoid kann wiederum als Koordinate in XYZ durch

Gl. 2.2-7
$$\begin{aligned} X &= (N + h) \cdot \cos(B_1) \cdot \cos(L) \\ Y &= (N + h) \cdot \cos(B_1) \cdot \sin(L) \\ Z &= (N \cdot (1 - e^2) + h) \cdot \sin(B_1) \end{aligned}$$

F_1 und F_2 als Brennpunkte
 a = große Halbachse und
 b = kleine Halbachse
 B_1 = ellipsoidische Breite
 L_1 = ellipsoidische Länge
 e = lineare Exzentrizität
 N = Querkrümmungsradius

sowie

P_1 als Punkt auf der Erdoberfläche.

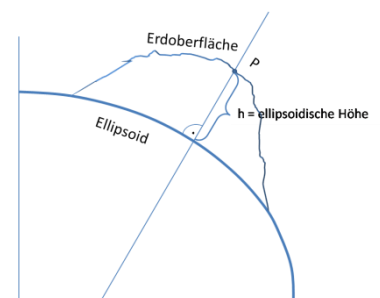


Abb. 2.8 Ellipsoidische Höhe h

angegeben werden. Die erste numerische Exzentrizität e ergibt sich hier aus

$$\text{Gl. 2.2-8} \quad e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

und der Querkrümmungsradius N aus

$$\text{Gl. 2.2-9} \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2(B_1)}}$$

Die wichtigsten rotationssymmetrische Ellipsoide der Geodäsie sind:

Tab. 2-1 Parameter der Rotationsellipsoide

Ellipsoide	Jahr	Gr. Halbachse a	Kl. Halbachse b	Abplattung
Bessel	1841	6 377 397 m	6 356 079 m	1 : 299.150
Hayford	1924	6 378 388 m	6 356 912 m	1 : 297.000
Krassowski	1944	6 378 245 m	6 356 863 m	1 : 298.300
IUGG	1967	6 378 160 m	6 356 775 m	1 : 298.250
WGS84	1984	6 378 137 m	6 356 752 m	1 : 298.257

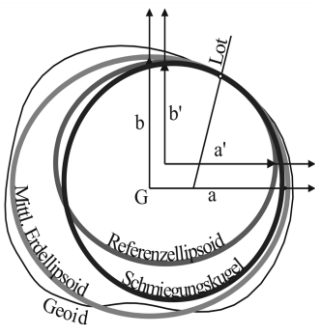


Abb. 2.9 Angepasstes Rotationsellipsoid und Schmiegekugel

Das globale Positionierungssystem GPS verwendet das WGS84-Ellipsoid (World Geodetic System 1984).

Die Abbildung der gesamten Erdoberfläche erfolgt durch ein bestangepasstes Rotationsellipsoid. Regionale länderspezifische Abbildungen der Erdoberfläche erfolgen in mehreren Schritten mit einer Schmiegekugel und bei grösseren Regionen durch ein lokales Referenzellipsoid. Auch die Achsorientierung und der Ursprung können unterschiedlich sein.

2.2.5 Topozentrisches lokales 3D Koordinatensystem

Kleine Teilabschnitte auf der Erdoberfläche lassen sich durch ein sogenanntes topozentrisches System abbilden.

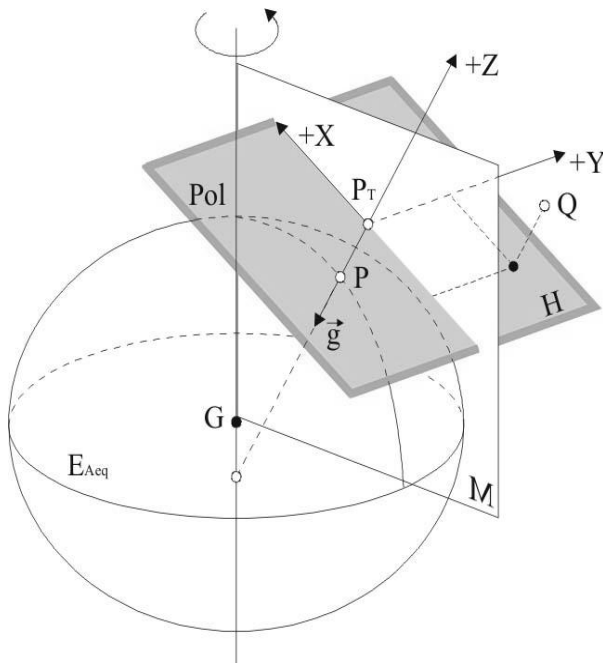


Abb. 2.10 topozentrisches System

mit

P_T	Topozentrum, z.B. Standpunkt auf Erdoberfläche
H	Horizontalebene in P
M	Meridianebene
\vec{g}	Schwerevektor des Punktes P (Lot)
X_Q, Y_Q, Z_Q	topozentrische Koordinaten des Punktes Q
G	Erdzentrum
E_{Aeq}	Erdäquator

2.3 Referenzsysteme

Geometrische Raumbezugsdaten (3D-Position, Lage und Höhe) und physikalische Schwerewerte müssen in einheitlichen, geodätischen Bezugssystemen, den sogenannten Koordinatenreferenzsystemen dargestellt werden. Nach der ISO-Norm 19111 (Spatial Referencing by Coordinates) besteht ein Koordinatenreferenzsystem (engl. Coordinate Reference System, CRS) aus zwei Komponenten,

- dem Datum und
- dem Koordinatensystem.

Das **Datum**, oft auch als *Bezugssystem* bezeichnet, ist der physikalische Teil eines Koordinatenreferenzsystems, das per Definition des *Nullpunkts*, der *Orientierung* der Koordinatenachsen und des *Massstabs* den Bezug zur Erde festlegt. Der Zweck eines solchen Datums (von lat. dare = geben) ist eine mathematische Beziehung zwischen dem ellipsoidischen Koordinatensystem einer Landesvermessung und seinen kartesischen Koordinaten bezüglich des Erdschwerpunkts herzustellen. In der Schweiz werden verschiedene nationale und globale Bezugssysteme angewendet (Tab. 2-2).

Globale terrestrische Bezugssysteme sind geozentrische kartesische Koordinatensysteme mit dem Ursprung im Massenschwerpunkt der Erde. Als „Conventional Terrestrial System“ (CTS) wird jenes System bezeichnet, dessen Ursprung im Massenschwerpunkt liegt. Die Z-Achse geht durch den Nordpol (Conventional International Origin, CIO), die XZ-Ebene durchdringt den mittleren Nullpunkt im Observatorium Greenwich und die Y-Achse ergibt sich aus der Rechtwinkligkeit.

Als **lokale Bezugssysteme** bezeichnet man die nationalen Koordinaten- und Höhensysteme, welche für die Landesvermessungen und die amtliche Vermessung der Länder im offiziellen Gebrauch sind.

Das **Koordinatensystem** ist der mathematische Teil eines Koordinatenreferenzsystems. Es wird durch Regeln festgelegt (z.B. Festpunkte). Neben den Koordinatenreferenzsystemen für 2D-Lageangaben und 3D-Positionsangaben sind für die Führung von Höhen- bzw. Koordinatenangaben eigene Koordinatenreferenzsysteme definiert. Für die Umwandlung von Koordinaten eines Datums sind Transformationen erforderlich.

In der Schweiz werden folgende Bezugssysteme und Bezugsrahmen verwendet:

Tab. 2-2 Bezugssysteme und Bezugsrahmen der Schweiz (vgl. www.swisstopo.admin.ch)

System	Rahmen	Ellipsoid	Kartenprojektion (siehe nachfolgenden Absatz)
ETRS89	ETRF93	GRS80	UTM
CHTRS95	CHTRF95	GRS80	UTM, Zone 32
CH1903	LV03	Bessel 1841	schiefachsige konforme Zylinderprojektion
CH1903+	LV95	Bessel 1841	schiefachsige konforme Zylinderprojektion

Das ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989) ist abgeleitet aus dem globalen Bezugssystem ITRS (International Terrestrial Reference System), welches vom IERS (International Earth Rotation Service) definiert wird. Der dazugehörige Referenzrahmen, das ITRF (International Terrestrial Reference Frame), hat den Ursprung im Massenmittelpunkt der Erde, wobei die Z-Achse die mittlere Rotationsachse der Erde darstellt und die Erdkruste im IERS-Reference Pole durchstösst. Im geodätischen Datum des ITRF werden zu Beginn eines jeden Jahres (z.B. 1989) für ca. 180 weltweit verteilte Stationen Koordinatensätze mit Bewegungsvektoren bestimmt.

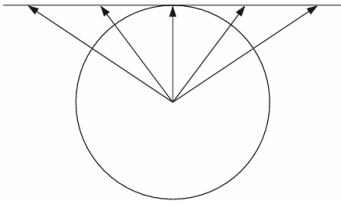


Abb. 2.11 Azimutale Projektion

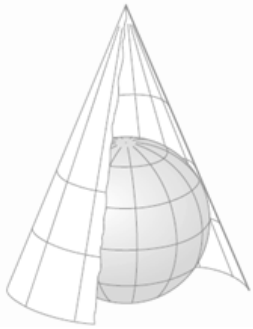


Abb. 2.12 Kegelpjektion

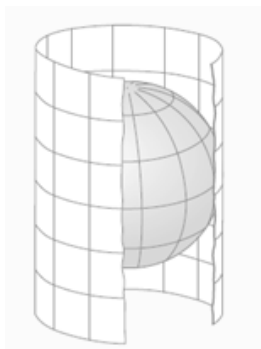


Abb. 2.14 Zylinderprojektion

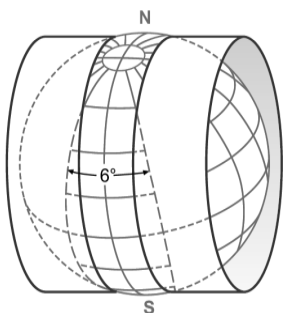


Abb. 2.15 UTM-Projektion

2.4 Projektionen

Die 2D-Darstellung der Erde oder Teile der Erdoberfläche (z.B. in Karten oder virtueller Darstellung) erfolgt mittels Projektionen. Hierbei werden je nach Anspruch und Ausdehnung verschiedene Projektionstypen verwendet.

Man unterscheidet je nach Zielsetzung die folgenden Projektionstypen:

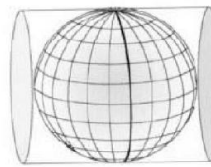
- längentreu (Navigation)
- flächentreu (Atlaskartographie)
- winkeltreu (landesweite Kartenabbildung).

Projiziert wird auf Ebenen (azimutale Projektion), Kegel (Kegelpjektion) oder Zylinder (Zylinderprojektion).

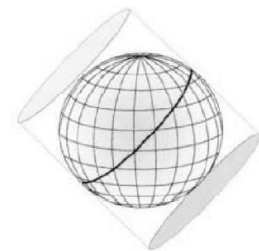
Zusätzlich unterscheidet man bei der Zylinderprojektion die Orientierungsrichtung der Zylinderachse in *normal*, *transverse* oder *schiefe (oblique)* Lage.



Normal



Transverse



Oblique (schief)

Abb. 2.13 verschiedene Orientierungen der Zylinderprojektion

Die winkeltreue (konforme) Transversale Mercatorprojektion und die Universal Transverse Mercator-Projektion (UTM) ist die Grundlage von vielen Landeskoordinatensystemen. Die zugehörigen Abbildungsformeln wurden von Gauss und Krüger im 19. Jahrhundert entwickelt. Im Gegensatz zur Transversalen Mercatorprojektion schneidet bei der UTM-Projektion der transversal angeordnete Zylinder die Erde mit zwei Berührungskreisen (ca. 180 km östlich und westlich des Hauptmeridians). Die Längsmeridiane haben eine Zonenbreite von 6° . Der Mittelmeridian der 1. Zone liegt auf 177° westlicher Länge von Greenwich. Die Ordinate wird als Ostwert E (East) und die Abszisse als Nordwert N (North) bezeichnet. Die Schweiz wird durch die UTM-Zone 32T mit dem Hauptmeridian der Länge = 9° Ost fast vollständig abgedeckt.

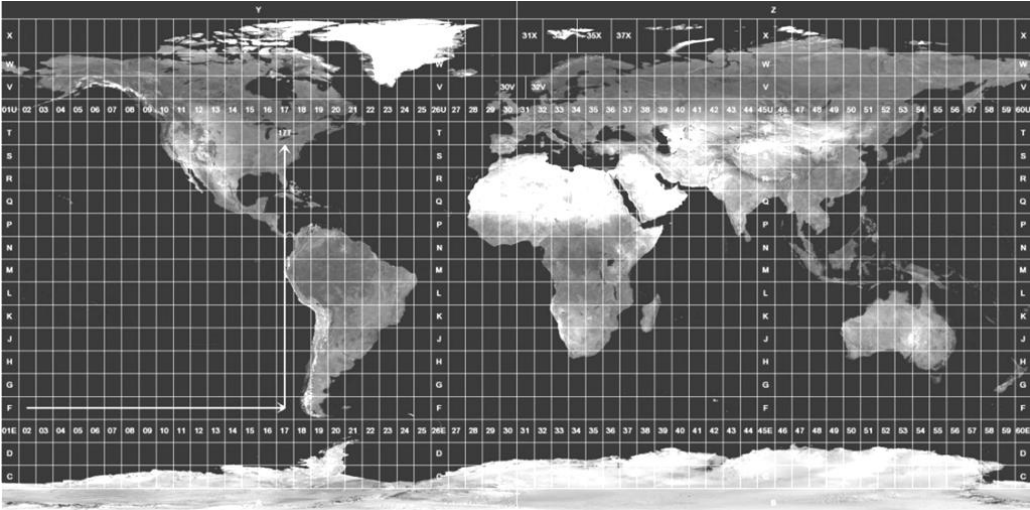


Abb. 2.16 UTM-Abbildung der Erde (wikipedia)

2.5 Das Schweizer Landesprojektions-System

Die Grundlage des schweizerischen Landeskoordinatensystems ist eine schiefachsige, winkeltreue (konforme) Zylinderprojektion. Die Projektion der schweizerischen Landeskarte basiert auf dem Rotationsellipsoid von Bessel 1841. Im ersten Schritt werden die Punkte auf eine Kugel von mittlerem Erdradius abgebildet, wobei der Äquator dieser Kugel durch Bern verläuft (Pseudoäquator, siehe Abb. 2.17 und Abb. 2.18). Die Schmiegunskugel (Gauss'sche Schmiegunskugel) ist eine lokale Annäherung an das Rotationsellipsoid. Sie kann dieses als Bezugsfläche ersetzen, falls die Ausdehnung gering ist. Der Radius dieser Kugel wird als geometrischer Mittelwert aus dem Meridian- und Querkrümmungsradius des Bessel-Ellipsoids berechnet

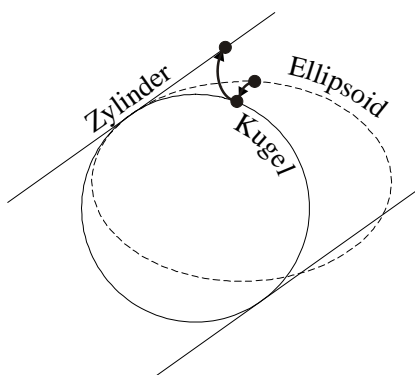


Abb. 2.17 Die Projektion der Schweizerischen Landeskarte erfolgt in zwei Schritten: vom Ellipsoid auf die Kugel und von der Kugel auf die geneigte Zylinderoberfläche

$$R = \sqrt{R_M \cdot R_N} = 6'378'815.90 \text{ m}$$

$$R_M = \text{Meridiankrümmungsradius} = \frac{b^2}{aw^3}$$

$$R_N = \text{Querkrümmungsradius} = \frac{a}{w}$$

mit $a = 6'377'397.16 \text{ m}$, $b = 6'356'078.96 \text{ m}$ (Tab. 2-1)

$$w(B) = \frac{1}{a} \sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}$$

(B: Geographische Breite von Bern, $46^\circ 57' 08.66''$)

Die bei diesem Projektionsschritt entstehenden Längen- und Winkelverzerrungen können vernachlässigt werden. Im zweiten Schritt wird die Kugeloberfläche auf einen Zylinder abgebildet. Danach wird die Zylinderoberfläche abgewickelt.

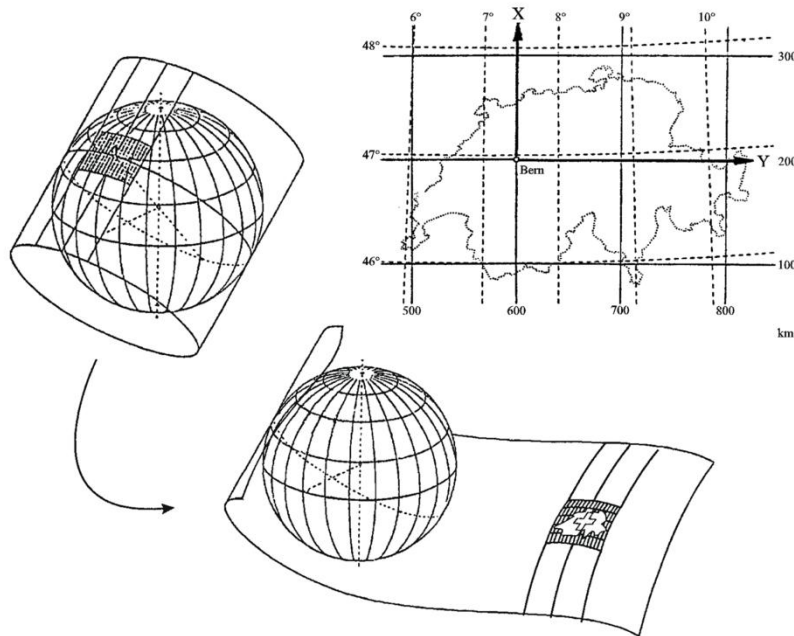


Abb. 2.18 Abbildung des Schweizerischen Landessystem

Auch die schiefachsige Zylinderprojektion des Schweizerischen Koordinatensystems basiert auf den Gauss Krüger Projektionsformeln.

Das winkeltreue Projektionssystem der Schweizer Landesvermessung bedingt Längenverzerrungen, die mit der Nord-/ Süd-Entfernung von Bern quadratisch zunehmen.

Größenordnung: max. 2.5cm pro 100 m im Südtessin.

$$\text{Gl. 2.5-1} \quad D \approx D_0 + D_0 \cdot \frac{X_m^2}{2 \cdot R^2} + D_0 \cdot \frac{\Delta X^2}{24 \cdot R^2}$$

2.5.1 Altes Landesvermessungssystem LV03

Die alte Sternwarte Bern (geografische Länge: $7^\circ 26' 22.50''$ und geografische Breite: $46^\circ 57' 08.66''$) bildete in der Vergangenheit den Nullpunkt der Projektion. In der Landesvermessung und der amtlichen Vermessung wurden früher dem Nullpunkt folgende Werte zugewiesen:

Y: 0.0 m

X: 0.0 m

Die Werte konnten also auch negativ sein. Deshalb wurden dem Nullpunkt folgende positiven Werte zugeordnet:

Y: 600'000 m

X: 200'000 m

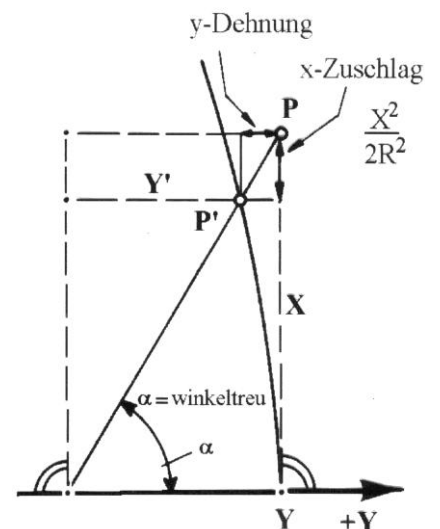


Abb. 2.19 X- Zuschlag der schiefachsigen winkeltreuen Zylinderabbildung

Die alte Schweizerische Landesvermessung beruht auf dem Bezugssystem CH1903 (Nullpunkt Bern) mit dem dazugehörigen Bezugsrahmen für die Lage LV03 und der Höhe LN02.

2.5.2 Neues Landesvermessungssystem LV95

Durch den verstärkten GNSS-Einfluss wurde das System auf CH1903+ erweitert ($Y=2'600'000$ m, $X=1'200'000$ m). Das neue Landessystem der Schweiz ist durch LV95 (Lage) und LHN95 (Höhe) definiert. Somit werden die WGS84-Koordinaten (System ITRS, ETRS89 oder CHTRS95) durch folgende Schritte umgerechnet.

1. Ellipsoidwechsel WGS84 -> GRS80
2. Translation: $X_{CH1903+} = X_{CHTRS95} - 674.374$ m
 $Y_{CH1903+} = Y_{CHTRS95} - 15.056$ m
 $Z_{CH1903+} = Z_{CHTRS95} - 405.346$ m
3. Projektion der geozentrisch Kartesischen Koordinaten ins Schweizer Projektionssystem (Schiefachsige konforme Zylinderprojektion)

Abb. 2.20 zeigt die Differenzen zwischen den LV03 und LV95 Koordinaten. Die LV03 Koordinaten weisen Verzerrungen auf, die aufgrund der Varianzfortpflanzung bei den damals verwendeten Terrestrischen Messmethoden auftraten. Die LV95 Koordinaten wurden mittels GNSS bestimmt. Somit ist jede LV95 unabhängig ausgehend von einem übergeordneten System bestimmt worden.

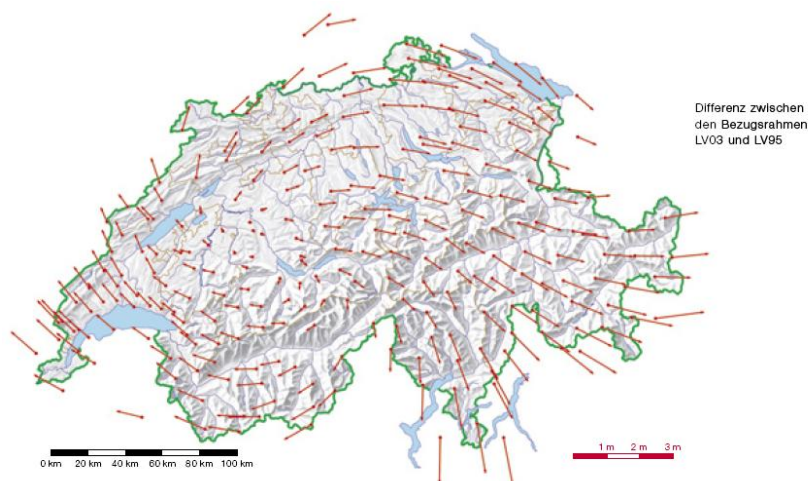


Abb. 2.20 Differenzen zwischen LV03 und LV95 Koordinaten (Quelle L+T)

2.6 Nordrichtungen

Karten und Landessysteme sind grundsätzlich nach Norden orientiert. Man unterscheidet jedoch verschiedene Nordrichtungen.

Geografisch-Nord:

Richtung zur Rotationsachse der Erde.

Magnetisch-Nord:

Eine durch das Magnetfeld der Erde vorgegebene Richtung, die aufgrund der Wanderung des magnetischen Pols (Säkularvariation) und des Einflusses der Sonne auf die magnetische Erdhülle (Tagesschwankungen) zeitlichen Schwankungen unterworfen ist.

Karten-Nord Nordrichtung in der Projektionsebene

Als Azimut Az wird der Winkel zwischen dem Karten-Nord und einer Verbindung zwischen zwei Punkten, z.B. A und B in der Projektionsebene bezeichnet.

Die **Meridiankonvergenz** γ ist der Winkel zwischen dem geografischen Nord und Karten-Nord. Sie entsteht aufgrund der Projektion. Die Meridiankonvergenz wird für die Schweiz näherungsweise mit der Gleichung

$$Gl. 2.6-1 \quad \gamma = 10.668 \cdot (Y - 600) + 0.00179 \cdot (X - 200) \cdot (Y - 600)$$

errechnet. Der Winkel δ zwischen geografisch Nord und magnetisch Nord ist die **magnetische Deklination**. Sie ist aufgrund von Messungen bekannt und kann der sogenannten Isogonenkarte (Isogone = Linien gleicher Deklination) entnommen werden.

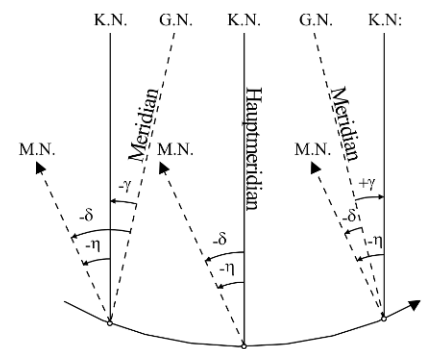


Abb. 2.21 Meridiankonvergenz γ , magnetische Deklination δ und kartografische Deklination η , Karten-Nord (Gitternord)

*Deklination: Westliche Abweichung der Magnetnadel in der Blattmitte,
Bezogen auf die Süd - Nordlinien des Kilometernetzes
für 1992: 31 A‰, 1^s 96', 1° 45'
Jährliche Abnahme: 1.9 A‰, 11', 6'*

Winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion.

*Ausgangspunkt der schweizerischen Höhenmessung:
Repère Pierre du Niton in Genf R.P.N. 373.600 m ü. M.*

9° 10'

Abb. 2.22 Informationen, die am unteren Rand einer schweizerischen Landkarte zu finden sind (für jedes Kartenblatt unterschiedlich)

2.7 Ebene Koordinatentransformation

Unter einer Koordinatentransformation versteht die Umwandlung von punktbezogenen Koordinaten eines gegebenen Systems (Quellsystem, z.B. lokales Baustellensystem, CAD) in ein anderes System (Zielsystem, z.B. Landessystem). Um die Koordinaten im Zielsystem zu bestimmen, muss eine Transformation durchgeführt werden. Diese stellt die mathematische Beziehung zwischen den zwei Koordinatensystemen her:

$$\text{Gl. 2.7-1} \quad Y = F_y(y, x)$$

$$\text{Gl. 2.7-2} \quad X = F_x(y, x)$$

Die Funktionen F_y und F_x bestimmen die Eigenschaften der Transformation. Wenn die Funktionen bekannt sind, dann können die neuen Koordinaten direkt ermittelt werden.

Falls die Funktionen hingegen unbekannt sind, müssen die notwendigen Transformationsparameter bestimmt werden. Dazu muss ein Minimum an Koordinaten identischer Punkte in beiden Systemen bekannt sein. Die Anzahl der benötigten Punkte hängt von der Art der Transformation ab. Im Folgenden beschränken wir uns auf Lineartransformationen.

2.7.1 Die zweidimensionale Ähnlichkeitstransformation.

In zahlreichen Fällen wird eine Transformation gebraucht, die keine Verzerrungen verursacht. Die sogenannte zweidimensionale Ähnlichkeitstransformation setzt sich aus folgenden Vorgängen zusammen:

- Translationen jeweils in x- und y-Richtung
- einer Rotation
- einem Massstabsfaktor.

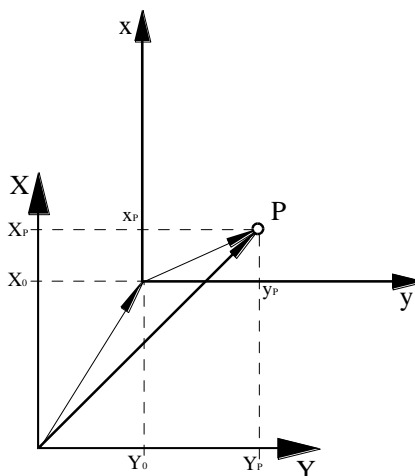


Abb. 2.23 2D-Translation

2.7.1.1 Translationen in X und Y Richtung

Die Translation ist eine Verschiebung des Koordinatenursprungs. So wird der Ursprung YX um die beiden Werte Y_0 und X_0 verschoben. Die Translation lässt sich in Matrixschreibweise folgendermassen darstellen:

$$\text{Gl. 2.7-3} \quad \begin{bmatrix} Y_p \\ X_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_p \\ x_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_0 \\ X_0 \end{bmatrix}$$

2.7.1.2 Rotation

Eine Drehung mit dem Winkel φ um den Koordinatenursprung beschreibt bei einer zweidimensionalen Abbildung eine Rotation. Der Drehwinkel φ wird dabei im Uhrzeigersinn positiv gezählt. Bei einer gleichsinnigen Koordinatentransformation (Ausrichtung der Achsen gleich) ergibt sich folgender Zusammenhang in der Matrixschreibweise:

$$\text{Gl. 2.7-4} \quad \begin{pmatrix} Y_P \\ X_P \end{pmatrix} = R \cdot \begin{pmatrix} y_P \\ x_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_P \\ x_P \end{pmatrix}$$

Zur Rücktransformation muss folgende Rotationsmatrix R^T (transponierte Matrix) verwendet werden:

$$\text{Gl. 2.7-5} \quad \begin{pmatrix} y_P \\ x_P \end{pmatrix} = R^T \cdot \begin{pmatrix} Y_P \\ X_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_P \\ X_P \end{pmatrix}$$

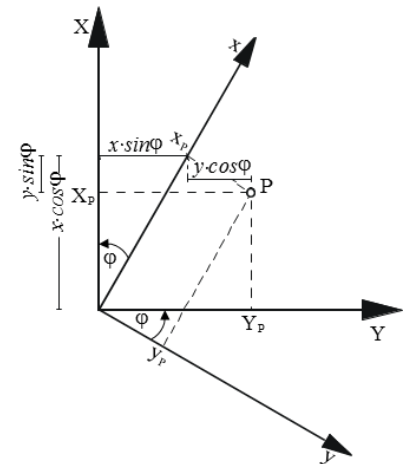


Abb. 2.24 Rotation im Gegenuhrzeigersinn (negativer Drehwinkel)

2.7.1.3 Massstabsfaktor

Eine Koordinatentransformation kann zusätzlich eine Dehnung bzw. Stauchung enthalten, die als Massstabsfaktor m parametrisiert wird. Der Massstabsfaktor wird aus dem Verhältnis der aus den Koordinaten berechneten Strecken ermittelt:

$$\text{Gl. 2.7-6} \quad m = \frac{\sqrt{(X_P - X_Q)^2 + (Y_P - Y_Q)^2}}{\sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2}} = \frac{d_{\text{Zielsystem}}}{d_{\text{Quellsystem}}}$$

2.7.1.4 Die vollständige Ähnlichkeitstransformation

Aus diesen vier Parametern (Y_0 , X_0 , φ , m) ergibt sich die zweidimensionale Ähnlichkeitstransformation. Mit zwei identischen Punkten in beiden Koordinatensystemen können diese Unbekannten bestimmt werden. Die vollständige Ähnlichkeitstransformation in Matrixschreibweise lautet:

$$\text{Gl. 2.7-7} \quad \begin{pmatrix} Y_P \\ X_P \end{pmatrix} = m \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_P \\ x_P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_0 \\ X_0 \end{pmatrix}$$

2.7.1.5 Rücktransformation

Die Rücktransformation lautet:

$$\text{Gl. 2.7-8} \quad \begin{pmatrix} y_P \\ x_P \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_P - Y_0 \\ X_P - X_0 \end{pmatrix}$$

Hinweis

Die Ähnlichkeitstransformation mit 4 Parametern ist unter dem Namen "Helmert-2D" bekannt. In der Schweiz ist sie wahrscheinlich die am häufigsten gebrauchte Transformation.

2.7.2 Numerische Bestimmung der Transformationsparameter

Gegeben: Koordinaten im Ausgangssystem (y,x)

Gesucht: Koordinaten im Zielsystem (Y,X)

Aus den Transformationsformeln

$$\begin{aligned} \text{Gl. 2.7-9} \quad Y &= Y_0 + m \cdot \cos \varphi \cdot y + m \cdot \sin \varphi \cdot x \\ X &= X_0 - m \cdot \sin \varphi \cdot y + m \cdot \cos \varphi \cdot x \end{aligned}$$

mit den vier Transformationsparametern

Y_0, X_0 = Translationen

φ = Rotation,

m = Massstab

und der Substitution

$$\text{Gl. 2.7-10} \quad a_T = m \cdot \sin \varphi$$

$$\text{Gl. 2.7-11} \quad b_T = m \cdot \cos \varphi$$

folgt das lineare Gleichungssystem zur Bestimmung der Parameter:

$$\begin{aligned} \text{Gl. 2.7-12} \quad Y &= Y_0 + b_T \cdot y + a_T \cdot x \\ X &= X_0 - a_T \cdot y + b_T \cdot x \end{aligned}$$

2.7.2.1 Numerische Bestimmung mit 2 identischen Punkten

Für die Lösung dieses Gleichungssystems werden mindestens 2 identische Punkte aus beiden Koordinatensystemen benötigt. Die Berechnung der Substitutionsparameter erfolgt durch die Eliminierung der Translation aus dem Gleichungssystem.

$$\begin{aligned} \text{Gl. 2.7-13} \quad Y_i &= Y_0 + b_T \cdot y_i + a_T \cdot x_i \\ X_i &= X_0 - a_T \cdot y_i + b_T \cdot x_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Gl. 2.7-14} \quad \Delta Y &= b_T \cdot \Delta y + a_T \cdot \Delta x \\ \Delta X &= b_T \cdot \Delta x - a_T \cdot \Delta y \end{aligned}$$

Die Auflösung dieses linearen Gleichungssystems nach den Hilfsgrößen a_T und b_T ergibt:

$$\text{Gl. 2.7-15} \quad a_T = \frac{\Delta Y \cdot \Delta x - \Delta X \cdot \Delta y}{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\text{Gl. 2.7-16} \quad b_T = \frac{\Delta Y \cdot \Delta y + \Delta X \cdot \Delta x}{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

Der Massstab m und der Drehwinkel ϕ lassen sich durch die Auflösung der Substitution berechnen:

$$\text{Gl. 2.7-17} \quad m = \sqrt{a_T^2 + b_T^2}$$

$$\text{Gl. 2.7-18} \quad \tan \varphi = \frac{a_T}{b_T}$$

Die beiden Translationen errechnen sich dann aus der Umformung

$$\begin{aligned} \text{Gl. 2.7-19} \quad Y_0 &= Y - b_T \cdot y - a_T \cdot x \\ X_0 &= X + a_T \cdot y - b_T \cdot x \end{aligned}$$

2.7.2.2 Numerische Bestimmung mit mehr als 2 identischen Punkten

Zur numerischen Vereinfachung der Aufgabe wird zuerst der Schwerpunkt der n identischen Punkte in beiden Koordinatensystemen berechnet. Für die Berechnung der Schwerpunktkoordinaten gilt:

$$\begin{aligned} \text{Gl. 2.7-20} \quad \bar{y} &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \\ \bar{Y} &= \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}, \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \end{aligned}$$

Die Punkte werden anschliessend so verschoben, dass der Schwerpunkt in den Nullpunkt fällt. Die Schwerpunkte dienen somit als Drehpunkt für die Rotation.

$$\begin{aligned} \text{Gl. 2.7-21} \quad y'_i &= y_i - \bar{y}, \quad x'_i = x_i - \bar{x} \\ Y'_i &= Y_i - \bar{Y}, \quad X'_i = X_i - \bar{X} \end{aligned}$$

Eine Verallgemeinerung der Herleitung aus Kapitel 2.7.2.1 ergibt für die Berechnung der Substitutionsgrössen:

$$\text{Gl. 2.7-22} \quad a_T = \frac{\sum_i Y'_i \cdot x'_i - \sum_i X'_i \cdot y'_i}{\sum_i (x'^2_i + y'^2_i)}$$

$$\text{Gl. 2.7-23} \quad b_T = \frac{\sum_i Y'_i \cdot y'_i + \sum_i X'_i \cdot x'_i}{\sum_i (x'^2_i + y'^2_i)}$$

Diese beiden Formeln gelten nur, wenn die Koordinaten vorgängig auf ihren Schwerpunkt reduziert wurden.

Aus den Hilfsgrössen lassen sich, wie in Kapitel 2.7.2.1 beschrieben, die Transformationsparameter m und φ berechnen. Die Translation ergibt sich durch Einsetzen der Schwerpunktkoordinaten und der Substitutionsgrössen in die Gleichung (Gl. 2.7-19).

2.7.3 Numerisches Beispiel zur Bestimmung der Transformationsparameter mit Hilfe von 3 identischen Punkten

Gegeben:

Koordinaten im Landeskoordinatensystem (Zielsystem)

$$\begin{aligned} Y_A &= 680934.210 & X_A &= 251310.625 \\ Y_B &= 680876.893 & X_B &= 250672.722 \\ Y_C &= 680575.760 & X_C &= 251344.454 \end{aligned}$$

Koordinaten im lokalen Koordinatensystem (Quellsystem)

$$\begin{aligned} y_A &= 94.299 & x_A &= 228.931 \\ y_B &= 581.795 & x_B &= -186.495 \\ y_C &= -140.446 & x_C &= -44.097 \end{aligned}$$

Gesucht:

Transformationsparameter Y_0 , X_0 , m , φ

Vorgehen:

Schritt 1: Schwerpunkte der lokalen und Landeskoordinaten

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= 680795.621 & \bar{X} &= 251109.267 \\ \bar{y} &= 178.549 & \bar{x} &= -0.554 \end{aligned}$$

Schritt 2: Schwerpunktkoordinaten

$$\begin{aligned} Y'_A &= 138.589 & X'_A &= 201.358 \\ Y'_B &= 81.272 & X'_B &= -436.545 \\ Y'_C &= -219.861 & X'_C &= 235.187 \\ \\ y'_A &= -84.250 & x'_A &= 229.485 \\ y'_B &= 403.246 & x'_B &= -185.941 \\ y'_C &= -318.995 & x'_C &= -43.543 \end{aligned}$$

Schritt 3: Hilfsgrößen a_T und b_T berechnen

$$\sum(Y'_i \cdot y'_i) = 91231.045$$

$$\sum(X'_i \cdot x'_i) = 117139.507$$

$$\sum(X'_i \cdot y'_i) = -268022.914$$

$$\sum(Y'_i \cdot x'_i) = 26265.707$$

$$\sum(y'_i{}^2 + x'_i{}^2) = 360596.623$$

$$a_T = 0.816116$$

$$b_A = 0.577849$$

Schritt 4: Translation bestimmen

$$Y_0 = 680692.898$$

$$X_0 = 251255.304$$

Schritt 5: Rotation und Massstab berechnen

$$m = 0.9999775$$

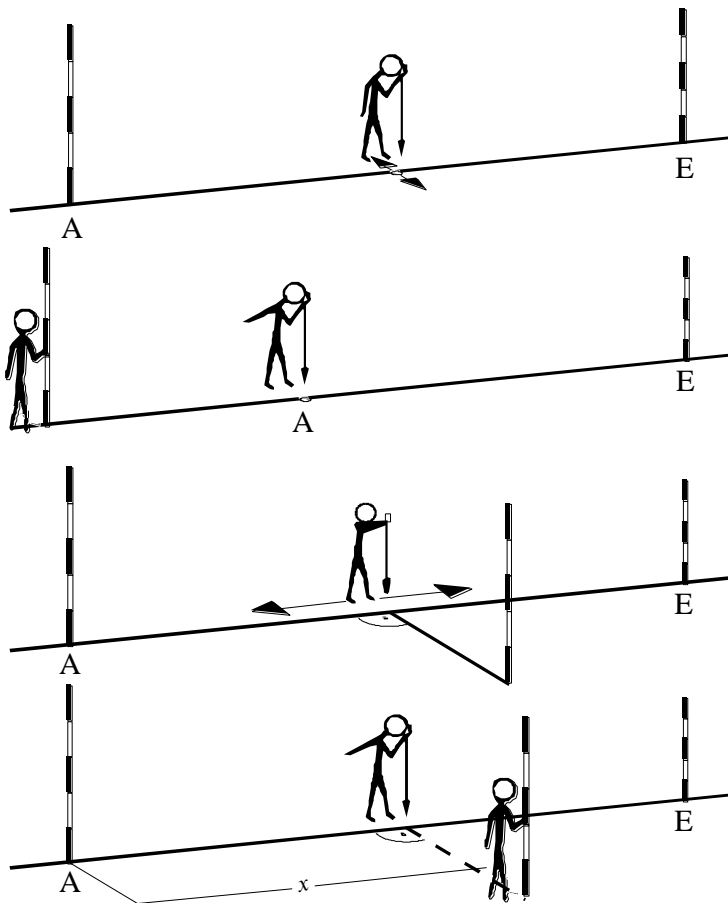
$$\varphi = 60.7774 \text{ gon}$$

Die vollständige Transformation lautet somit:

$$\begin{pmatrix} Y_P \\ X_P \end{pmatrix} = 0.9999775 \cdot \begin{pmatrix} 0.5779 & 0.8161 \\ -0.8161 & 0.5779 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_P \\ x_P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 680692.898 \\ 251255.304 \end{pmatrix}$$

KAPITEL 3

BASISMESSTECHNIKEN, LÄNGEN UND RICHTUNGEN



3 Längen und Richtungen

3.1	Einfache Hilfsmittel	58
3.1.1	Arbeiten mit dem Jalon	58
	3.1.1.1 Punktsignalisation.....	58
	3.1.1.2 Fluchten von Geraden.....	58
3.1.2	Arbeiten mit dem Senkel (Schnurlot).....	61
3.1.3	Arbeiten mit dem Doppelpentaprisma	61
3.1.4	Arbeiten mit dem Messband	62
	3.1.4.1 Einleitung.....	62
	3.1.4.2 Bandmessung in geneigtem Gelände, Staffelmessung	63
3.1.5	Handgefällmesser, Inklinometer	65
3.2	Einfache Verfahren zur Lageaufnahme.....	66
3.2.1	Einbindeverfahren.....	66
3.2.2	Orthogonalverfahren	67
3.3	Aufstellen eines geodätischen Sensors (Instrument)	69
3.3.1	Stativaufstellung.....	69
3.3.2	Zentrierung eines geodätischen Sensors	71
	3.3.2.1 Zentrierung mittels optischem Lot	71
	3.3.2.2 Zentrierung mittels Laserlot.....	71
	3.3.2.3 Zentrierung mittels Zentrierstab	71
	3.3.2.4 Zentrierung mittels Schnurlot	71
	3.3.2.5 Horizontierung eines geodätischen Sensors.....	73
3.3.3	Vorgehen zur Sensoraufstellung mit optischem Lot oder Laserlot.....	74
3.3.4	Zwangszentrierung	76
3.4	Richtungs- und Winkelmessung	77
3.4.1	Einleitung	77
3.4.2	Richtungsmessung	77
	3.4.2.1 Satzmessung.....	77
3.4.3	Vertikalwinkelmessung	79
3.4.4	Achsbedingungen	81
	3.4.4.1 Zielachsabweichung.....	82
	3.4.4.2 Die Kippachsabweichung.....	83
	3.4.4.3 Die Stehachsschiefe.....	85
	3.4.4.4 Zusammenfassung der Instrumentenabweichungen	86
3.5	Elektronische Distanzmessung	87
3.5.1	Einleitung	87
3.5.2	Impulsmessverfahren.....	89
3.5.3	Phasenvergleichsverfahren	90
3.5.4	Genauigkeitsklassen und Reichweiten von EDM	92
3.5.5	Instrumentell bedingte Korrekturen	93

3.6	Distanzreduktion	98
3.6.1	Zweck und Umfang der Distanzreduktion	98
3.6.2	Instrumentell bedingte Korrekturen	98
3.6.3	Meteorologische Korrekturen	98
3.6.4	Geometrische Reduktionen	99
	3.6.4.1 Reduktion auf Höhe Null	99
	3.6.4.2 Reduktion der Kugeldistanz D_0 in das Projektionssystem	102
3.6.5	Einfluss von Refraktion und Erdkrümmung auf die Distanzreduktion	104
3.6.6	Die Horizontal- oder Schrägdistanzmessung mit modernen Tachymetern	107
3.6.7	Die Distanzzentrierung.....	107

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

Δd	Korrekturfaktor des Durchhanges
D_h	Durchhang des Messbandes
d_{hor}	Horizontaldistanz
d_{ist}	gemessene Distanz
D_{Plan}	Distanz auf Plan gemessen
D_s	Schrägdistanz
d_{soll}	fehlerbereinigte Distanz, Solldistanz
F_i	Fusschrauben
K	Korrekturfaktor
M	Libellenmitte
S	Spielpunkt
λ	Wellenlänge elektromagnetischer Strahlung
φ	Rotationswinkel
a	Additionskonstante
a, b	Transformationsparameter
$\alpha, \beta, \delta, \varepsilon, \gamma$	Winkel
$A_{\text{Exz.}}$	Exzentrum des Zentrums A
$Az(A,B)$	Azimut vom Standpunkt A zum Zielpunkt B
c	Zielachsabweichung
c	Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagn. Strahlung in der Atmosphäre
c_0	Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagn. Strahlung im Vakuum
D	Distanz in der Projektionsfläche
D_0	Distanz auf die Höhe Null des Bezugssystems (Kugel) reduziert
D_{AB}	Distanz von A nach B (aus Koordinaten)
d_{hor}	Horizontaldistanz (meteokorrigiert)
d_m	meteokorrigierte Schrägdistanz
e	Distanz zwischen Exzentrum und Zentrum
F_i	Fixpunkte
H_m	mittlere Höhe der gemessenen Distanz
h_A, h_B	Punkthöhe bezüglich des Referenzsystems (Erdkugel)
i	Kippachsabweichung
I	Instrumentenhöhe (Theodolit oder Distanzmessgerät)
I_T, I_D	Theodolithhöhe bzw. Distanzmesserhöhe

m	Massstabsfaktor
n	Anzahl Vollsätze bei der Richtungsmessung
n	Brechungsindex der Luft
O_i	Orientierungsbetrag (Drehwinkel)
R	Erdradius
R_i	Richtung bzgl. Teilkreisnull
R_{or}	orientierte Richtungen
S	Signalhöhe (Zieltafel oder Reflektor)
T_R	Reflektorhöhe
T_Z	Zieltafelhöhe
v	Stehachsschiefe
v	Verbesserung
v_i	lokale Abszissenkoordinate
v_z	Indexabweichung
W_α	Winkelabschlussabweichung
Y_A, X_A	Landeskoordinate des Punktes A
X_m	mittlere X-Koordinate (Landeskoordinaten) der gemessenen Distanz
z_I, z_{II}	Zenitwinkel in erster bzw. zweiter Lage

3 Längen und Richtungen

Stichwörter:

Abloten (Abstecken), Adapter, Aufwinkeln, Ausschlag, Basispunkte, Bajonettverschluss, Distanzmessung, Distanzreduktion, Dosenlibelle, Dreifuss, Durchhang, Einbindeverfahren, Einvisieren, (Ein-) Fluchten, graphisches Werk, Handgefällmesser, Handriss, Jalon, Jalonstativ, Korrekturfaktor, Korrekturen, Lagefixpunkte, Längenbestimmung, Lattenrichter, Lotlaser, Lotstock, Messband, Messlinien, Messskala, optisches Lot, Orthogonalverfahren, Pendelgriff, (Doppel-) Pentaprisma, Pfeiler, Plan, Planabgriff, Planmassstab, Punktsignalisation, Refraktionen, Richtungsmessung, Röhrenlibelle, Satzmessung (Halb-, Vollsatz), Schraubverschluss, Senkel (Schnurlot), Sensoraufstellung, Spielpunkt, Staffeln, Stativ, Stativteller, Vermessungsskizze, Winkelmessungen, Zentrierkopf, Zentrierstab, Zentrierstativ, (Zwangs-) Zentrierung

Zusammenfassung: Im ersten Teil des nachfolgenden Kapitels soll eine Beschreibung der Basisvermessungstechniken und grundsätzlicher Handgriffe gegeben werden. Zusätzlich wird der Gebrauch der klassischen Feldausrüstung zur einfachen Lagevermessung mittels Einbinde- und Orthogonalverfahren erklärt.

Der zweite Teil befasst sich mit Richtungs- und Distanzmessungen. Die Achsbedingungen beim Tachymeter werden aufgezeigt und die Korrekturmöglichkeiten erläutert. Im Bereich elektronischer Distanzmessung werden die verschiedenen Messprinzipien vorgestellt. Die Abbildung der Distanzen ins Projektionssystem wird aufgezeigt.

3.1 Einfache Hilfsmittel

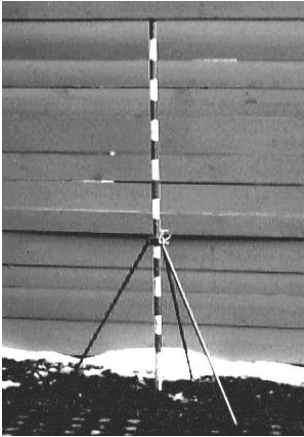


Abb. 3.1 Jalon mit Jalonstativ

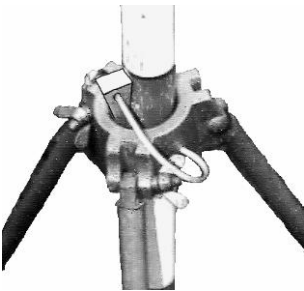


Abb. 3.2 Arretierung des Jalons mittels Keil

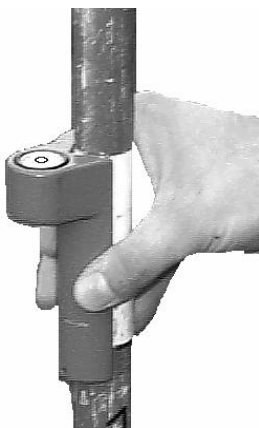


Abb. 3.3 Lattenrichter

3.1.1 Arbeiten mit dem Jalon

Jalons (oder Fluchtstäbe; Abb. 3.1) bestehen aus den Materialien Holz, Glasfaser oder Stahl. Üblich sind die Längen 2,00 und 2,50 Meter. Manche Modelle lassen sich zum Transport mit Steckverschlüssen in Einzelteile zerlegen.

Jalons werden meist zur Visualisierung von Punkten im Gelände verwendet. Der rot-weiße Anstrich in Streifen von 10 cm (ebenefalls 50 cm-Streifen sind erhältlich) ermöglicht zugleich einfache Distanzmessungen, so zum Beispiel Tiefenmessungen von Schächten oder Abstände zu unzugänglichen Punkten.

3.1.1.1 Punktsignalisation

Bei der Lagevermessung werden alle Punkte einer Lotlinie in einem Punkt auf der Bezugsfläche abgebildet. Um einen Punkt in der Örtlichkeit zu signalisieren, wird ein Ausschnitt der Tangente an die Lotlinie mit Hilfe eines Jalons und eines Jalonstativs visualisiert (Abb. 3.1). Deshalb muss der Jalon immer lotrecht gestellt werden. Praktisch geschieht dies mit Hilfe eines Lattenrichters (Dosenlibelle mit Auflageleiste, Abb. 3.3) oder eines Schnurlotes (Abb. 3.8).

Beim Lotrechtstellen eines Jalons mit dem Jalonstativ ist darauf zu achten, dass die Stativbeine guten Halt haben. Das heisst, das auf festem Untergrund die Beine genügend gespreizt und auf weichem Untergrund gut eingetreten sein müssen. Die Lotrechtstellung mit der Libelle muss immer auf Umschlag erfolgen und somit der Spielpunkt bestimmt werden. Anschliessend wird der Jalon mit einem Keil arretiert (Abb. 3.2).

Soll der Jalon, z.B. bei Fluchtungen, von Hand nahezu lotrecht gehalten werden, so ist dieser mittels Pendelgriff (Abb. 3.4) mit zwei Fingern im oberen Jalondrittel zu halten.

3.1.1.2 Fluchten von Geraden

Das Einfluchten von Jalons in eine Gerade zwischen dem Anfangspunkt (A) und dem Endpunkte (E) kommt häufig vor.

Beispiele:

- Zum Messen der Distanz von A nach E mit dem Messband, falls die Distanz länger ist als die Länge des Bandes selbst. Das vorgängige Markieren der Geraden ist wichtig, damit die Distanz auch in der Geraden richtig gemessen werden kann. Falls dies nicht beachtet wird, so wird die Distanz zu lang gemessen. (Abschätzung mittels Kathetenzuschlagsformel)

- Zum Aufwinkeln oder Abstecken von Detailpunkten mit dem Pentaprisma, bezogen auf die Gerade \overline{AE} . Das vorgängige Markieren der Geraden mit Jalons ist erforderlich, wenn die Distanz \overline{AE} gross ist, bzw. wenn das Gelände geneigt und somit die Punkte A und E mit dem Pentaprisma nicht mehr erfasst werden können.
- Auf Baustellen zum Visualisieren von Bauachsen, um von dort aus Absteckungen vornehmen zu können, z.B. für die Absteckung von Schächten, Strassenrändern etc.

Direktes Einfluchten von Punkten in eine Gerade

Hier soll das Einfluchten mit dem Auge beschrieben werden (Abb. 3.5). Das Einfluchten mit dem Pentaprisma oder Messfernrohr ist auch möglich.

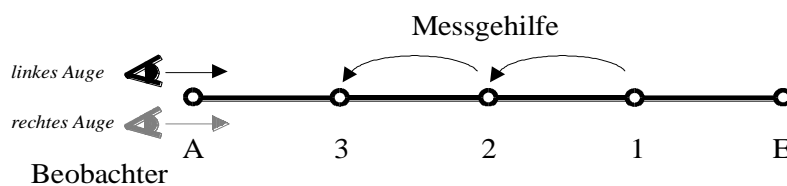


Abb. 3.5 Fluchten, Abwechselnd mit dem linken Auge links, mit dem rechten Auge rechts am Jalon vorbei

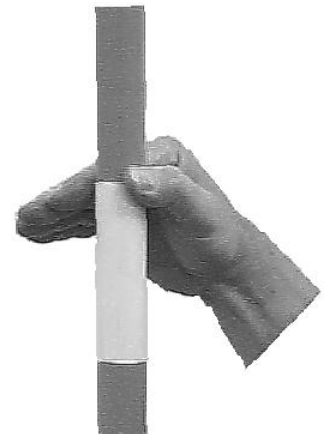


Abb. 3.4 Pendelgriff

Um das Einfluchten der Jalons mit einer Genauigkeit von 1-2 cm zu erreichen, sind folgende Punkte zu beachten:

- 1) Auf A und E stehen senkrecht gestellte Jalons, falls erforderlich, gehalten mit Jalonstativen.
- 2) Der Abstand des Beobachters hinter "A" ist so zu wählen, dass das Fluchten mit dem Auge möglichst nahe am Jalon optimal erfolgen kann. Das Fluchten erfolgt auf beiden Seiten des Jalons, indem von rechts und links geprüft wird. Wenn sich der einzuweisende Jalon in der Flucht befindet, so sollte er nicht mehr zu sehen sein, d.h. dieser wird durch den Jalon auf A verdeckt. Zu beachten ist deshalb der unter 3. genannte Hinweis.
- 3) Das Einfluchten der Jalons hat grundsätzlich von "E" zum Beobachter hin zu erfolgen.
- 4) Der Gehilfe steht senkrecht zur Geraden \overline{AE} und hält den Jalon im Pendelgriff.
- 5) Die Anweisungen des Beobachters müssen eindeutig sein und sich auf die Stellung des Gehilfen (Jalons) beziehen. "Vor": der Gehilfe hat den Jalon vom Körper wegzubewegen; "Rück": der Gehilfe hat den Jalon auf den Körper hinzubewegen (Abb. 3.6).

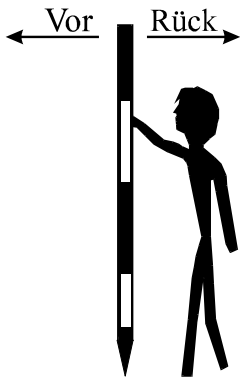


Abb. 3.6 Anweisungen

- 6) Bei der Anweisung "gut" ist der Jalon durch die Hand fallen zu lassen. Die Aufschlagstelle ist aus einer Höhe von wenigen Zentimetern eindeutig. Den Jalon stabil und senkrecht stellen. Der Beobachter prüft, ob das Setzen des Jalons richtig erfolgte.
- 7) Falls das Fluchten für die Distanzmessung mit dem Band in geneigtem Gelände erfolgt, so soll der Abstand zwischen den gefluchteten Jalons etwa den messbaren Bandlängen entsprechen.

Tip: Nicht verwendete Jalons immer gut sichtbar schief aufstellen, damit deutlich wird, dass diese nicht angezielt werden dürfen. So lassen sich grobe Fehler vermeiden.

Indirektes, gegenseitiges Einfluchten mit iterativem Verfahren

Ist ein direktes Visieren von A nach E nicht möglich, weil z.B. ein Hügel dazwischen ist, so sind zwei Jalons zum Einvisieren nötig. Dies geschieht mit zwei Beobachtern (Abb. 3.7).

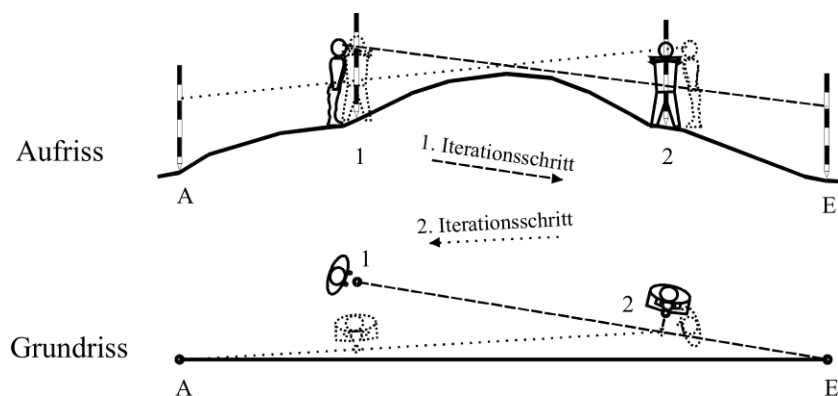


Abb. 3.7 Indirektes Einvisieren mit iterativem Verfahren

"1" stellt sich genähert in die Gerade \overline{AE} und fluchtet "2" in die Linie $\overline{1E}$ ein (1. Iterationsschritt). Danach bleibt "2" an Ort und fluchtet "1" in die Linie $\overline{2A}$ ein (2. Iterationsschritt). So geht es weiter, bis keine Änderung mehr nötig ist.

Nach dem Einfluchten der Jalons 1 und 2 in die Gerade \overline{AE} können (falls erforderlich) weitere Jalons durch direktes Einfluchten in die Gerade gebracht werden.

Tip: Eine leichte Überkorrektur bei der Richtungsangabe führt schneller zum Auffinden der Gerade.

3.1.2 Arbeiten mit dem Senkel (Schnurlot)

Der Senkel kann vielfältig eingesetzt werden:

- Lotrechtstellen von Jalons, siehe Abb. 3.8
- zum Abloten von Distanzen, siehe Abb. 3.9
- in Verbindung mit einem Pentaprisma, siehe Abb. 3.10
- zum Zentrieren von geodätischen Sensoren über einem Bodenpunkt.

Das Lotrechtstellen eines Jalons mit dem Senkel muss grundsätzlich von zwei senkrecht zueinander stehenden Richtungen erfolgen.

Beim Abloten oder beim Messen von Distanzen soll der Senkel in der Hand gut gleiten und nur wenige Zentimeter über dem Boden gehalten werden. Zur Vermeidung von Pendelbewegungen kann er ab und zu auf dem Boden aufgesetzt werden.

Beim Abloten (Abstecken) einer Distanz soll der Senkel fallen gelassen werden. Aus einer Höhe von wenigen Zentimetern ist die Aufschlagstelle eindeutig.

Bei der Aufmessung einer Distanz ist besondere Sorgfalt erforderlich: Der Senkel soll nur wenige Millimeter über dem Punkt schweben und möglichst nicht pendeln. Gleichzeitig ist die Distanz am Messband abzulesen.

Tip: Ein pendelndes Schnurlot kann durch kurzfristiges Absetzen auf dem Boden oder durch ruckartige Auf- und Abbewegung zur Ruhe gebracht werden.

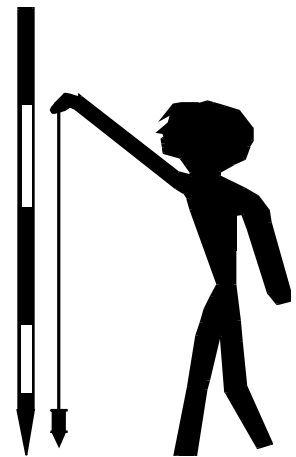


Abb. 3.8 Jalon senkrecht stellen mit einem Senkel

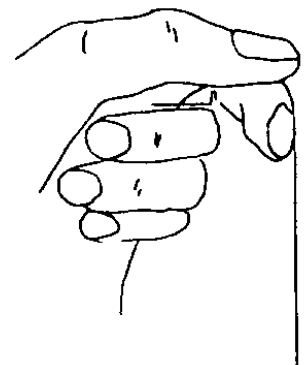


Abb. 3.9 Handhabung des Senkels beim Abloten

3.1.3 Arbeiten mit dem Doppelpentaprisma

Das Doppelpentaprisma kann vielfältig eingesetzt werden, siehe Abb. 3.11:

- zum Einfluchten von Punkten in eine Gerade
- zum Verlängern von Fluchten
- zum Aufwinkeln von Punkten auf eine Messlinie
- zum Abstecken von orthogonalen Werten bezogen auf eine Messlinie

Damit das Doppelpentaprisma senkrecht über einem Punkt aufgehoben werden kann, befestigt man daran einen Lotstock oder einen Senkel und hält es im Pendelgriff. Um sich zwischen zwei Jalons einzuflichten, stellt man sich ungefähr auf die Linie und verschiebt sich mit Blick durch die beiden Prismen so lange, bis man den Jalon im oberen Bild genau in der Verlängerung des Jalons im unteren Bild sieht.

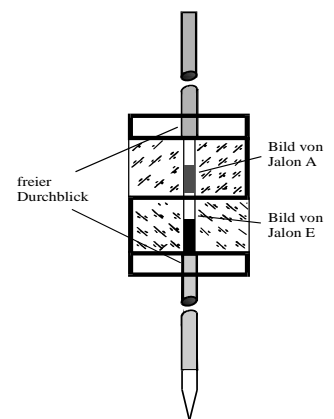
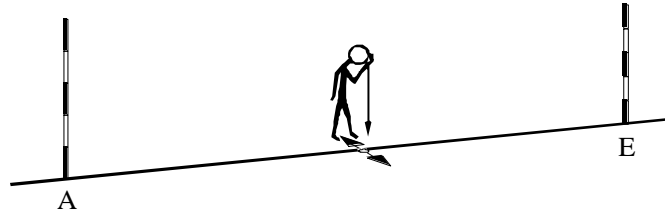


Abb. 3.10 Doppelpentaprisma

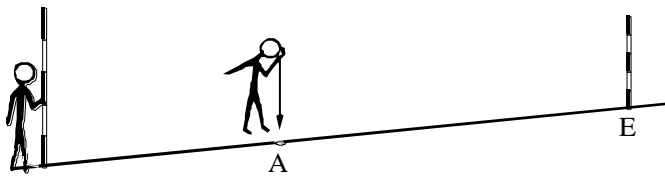
Ist von diesem Punkt aus ein rechter Winkel abzusetzen, weist man den Gehilfen mit dem Jalon so ein, dass man den dritten Jalon durch den obersten und untersten Sehschlitz genau in einer Linie mit den anderen beiden Jalons sieht. Je nach Modell sind die Sehschlitze wie folgt angeordnet:

- ein Sehschlitz zwischen den Prismen
- zwei Sehschlitze, ober- und unterhalb der Prismen

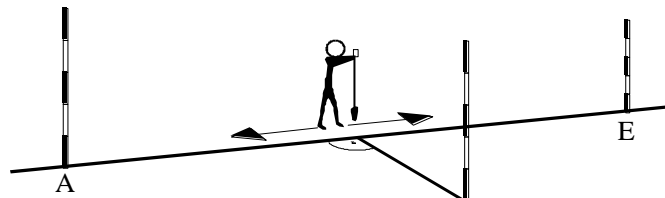
a) Einfluchten von Punkten in eine Gerade



b) Verlängern einer Flucht



c) Aufwinkeln eines Punktes auf eine Gerade. Bestimmung der Abszissen- und Ordinatenwerte



d) Abstecken eines rechten Winkels mit vorgegebenem Abszissenwert

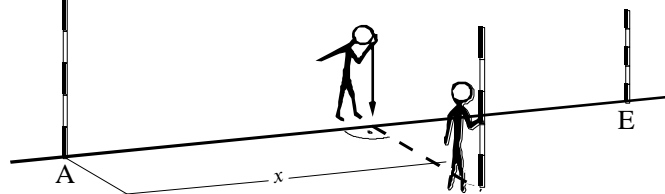


Abb. 3.11 Pentaprismenbenutzung

3.1.4 Arbeiten mit dem Messband

3.1.4.1 Einleitung

Das Messband (Abb. 3.12) ist das einfachste aber auch grundlegendste Instrument für Längenbestimmungen. In der Vermessung sollen nur Bänder aus Stahl mit einer Länge von höchstens 30 Meter verwendet werden. Für präzise Messungen sind der temperaturabhängige Längenausdehnungskoeffizient und der Durchhang des Bandes zu berücksichtigen.

Die meisten Messbänder haben nur in den ersten zehn Zentimetern eine Millimetereinteilung. Die Millimeter werden darum bei den Messungen geschätzt.



Abb. 3.12 Stahlmessband

Folgende Punkte sollten beim Gebrauch beachtet werden:

- Immer am Nullpunkt des Messbandes anhalten. Dieser kann von Messband zu Messband verschieden sein! (Abb. 3.13)
- Zum Messen muss immer ein Zug von 50 N auf dem Messband sein, denn für diese Kraft ist es kalibriert.
- Während der Messung darf das Messband nicht verdreht sein oder Schlingen bilden.
- Beim Messen über Strassen ist darauf zu achten, dass das Messband nicht von einem Auto überfahren und dabei beschädigt wird.
- Auf Gleisanlagen dürfen nur speziell isolierte Messbänder verwendet werden.

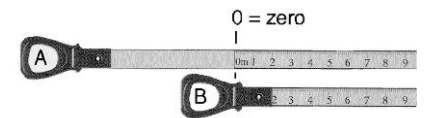


Abb. 3.13 Verschiedene Messbandanfassungen. Das Band, B' ist nur zum Messen von Innenmassen geeignet. Dazu kann der Haltering um 90° umgeklappt werden und somit die „Nullstelle“ direkt am Objekt angehalten werden

Einfluss des Durchhangs bei der Bandmessung

Falls mit freihängendem Band gemessen wird, so ist der Einfluss des Durchhangs zu berücksichtigen.

Der Korrekturwert beträgt:

$$Gl. 3.1-1 \quad \Delta d \approx -\frac{8 \cdot \Delta h^2}{3 \cdot d_{Ist}}$$

Beispiel:

$$d_{Ist} = 10 \text{ m}, \Delta h = 20 \text{ cm} \quad \Delta d = -1 \text{ cm}, d_{Soll} = 9.99 \text{ m}$$

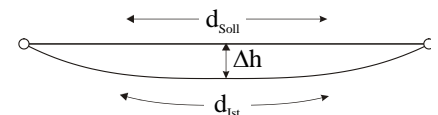


Abb. 3.14 Einfluss des Durchhangs

d_{Soll} : Soll-Länge
 d_{Ist} : gemessene Länge wegen Durchhang
 Δh : Durchhang
 Δd : Korrekturwert

Anmerkung: Falls in geneigtem Gelände eine Distanz mit einer Genauigkeit von < 3 cm abzustecken oder zu messen ist, so ist die elektro-optische Distanzmessung zu empfehlen.

3.1.4.2 Bandmessung in geneigtem Gelände, Staffelmessung

In der Vermessung, in der Projektierung und in der Bauabsteckung wird grundsätzlich mit Horizontaldistanzen gearbeitet. Soll eine Distanz mit einer Genauigkeit von < 3 cm gemessen oder abgesteckt werden, so bedarf es der Einhaltung wichtiger Regeln:

- 1) Als Verfahren ist das "Staffeln" anzuwenden, Prinzip siehe Abb. 3.15. Dabei werden "runde Meter" in Horizontallage mit einem Senkel oder Jalon abgelotet, und von dort aus weiter gemessen.

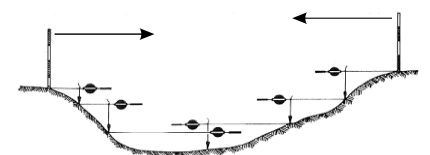


Abb. 3.15 Staffelmessung

- 2) Es wird grundsätzlich "abwärts" gemessen. In Abb. 3.15 ist dies bewusst dargestellt. D.h. die Nullstelle des Bandes liegt im Gelände oberhalb der zu messenden Teilstrecke. Die Nullstelle ist so nahe als möglich über dem Terrain zu halten.
- 3) Minimieren der Einflüsse systematischer Fehler. Diese sind:
 - a) Ausweichen aus der Geraden beim Staffeln
 - b) Schräglage des Bandes beim Staffeln.

Massnahmen:

- zu a) Jalons in der Geraden vorgängig einfluchten und entlang der Jalons staffeln.
- zu b) Die Jalons in der Geraden stehen senkrecht. Ein Gehilfe führt das gespannte Band entlang des Jalons aufwärts und abwärts und beobachtet während dieser Bandbewegung die Distanzen am Jalon. In der Bandlage mit kürzester Distanzablesung muss die Bandlage im Horizont sein (Abb. 3.16). Wichtig ist hierbei, dass die Nullstelle des Bandes gut angehalten wird und sich nicht bewegt. Nun wird in dieser Bandlage die gewünschte Distanz abgelotet.

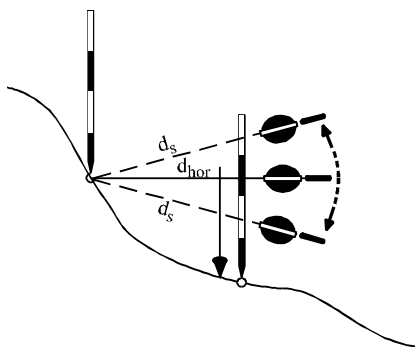


Abb. 3.16 Prinzip für das Horizontalhalten des Messbandes mit Jalon oder Senkel

- 4) Minimieren des Einflusses von zufälligen Abweichungen. Beim Abloten der Bandlagen können Abweichungen von > 1 cm erfolgen. Es muss also sorgfältig gearbeitet werden. Am sorgfältigsten kann dies mit dem Senkel ausgeführt werden. Dazu ist es zweckmässig, die Grasnarbe zu entfernen und die Senkelspitze nur wenig über Boden zu halten. Falls mit einem Jalon gelotet wird, ist zu überprüfen, ob der Jalon nicht verformt ist.

3.1.5 Handgefällmesser, Inklinometer

Es gibt verschiedene Arten von einfachen Handgefällmessern (Abb. 3.17). Entweder wird die Messskala durch einen Pendelkörper oder durch eine Flüssigkeit (Abb. 3.18) orientiert.

Durch das Fernrohr sieht man einen Bildausschnitt mit überlagerter Skala (Abb. 3.18 und Abb. 3.19).

Die Skalen können verschieden ausgebildet sein, so z.B. mit Alt- und Neugrad-Teilung, mit Prozentteilung oder mit Verhältnisteilung (Abb. 3.20).

Beispiele für die vielfältige Verwendung dieser Instrumente:

- Abstecken von Achsen mit einer vordefinierten Längsneigung.
- Bestimmung von Höhen (Bäume, Gebäude,...)
- Kontrolle von künstlichen Neigungen (Böschungen, Auffüllungen,...)

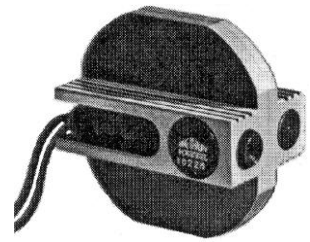


Abb. 3.17 Handgefällmesser

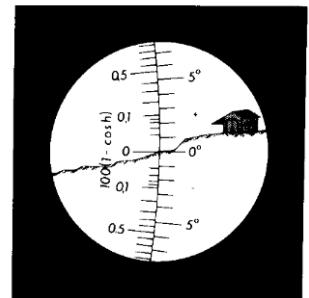


Abb. 3.18 flüssigkeitsgedämpfter Teilkreis



Abb. 3.21 Inklinometer

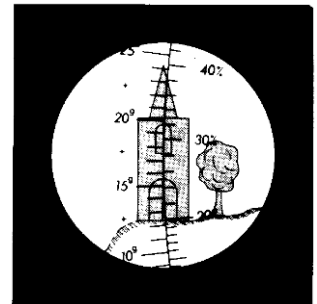


Abb. 3.19 Bildausschnitt mit Skala

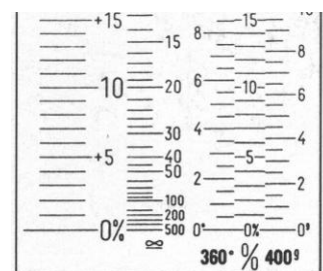


Abb. 3.20 Ausschnitt der Ablese skala

3.2 Einfache Verfahren zur Lageaufnahme

Unter einfachen Verfahren versteht man die Orthogonalaufnahme und das Einbindeverfahren. Mit den in diesem Kapitel gezeigten Instrumenten und Hilfsmitteln lassen sich diese bereits durchführen. Vor Beginn der Aufnahme ist das aufzunehmende Gebiet mit einem Rahmen von Messlinien zu überspannen. Die Messlinie muss sowohl im Plan als auch in der Örtlichkeit definiert sein. Als Endpunkte der Messlinien können demzufolge Grenzpunkte, Basispunkte und eindeutig definierte Detailpunkte verwendet werden. Sind Koordinaten der aufzunehmenden Punkte verlangt, so müssen die Koordinaten der Messlinien-Endpunkte im Landeskoordinatensystem bekannt sein bzw. bestimmt werden können.

Falls Koordinaten der aufgemessenen Punkte gerechnet werden, oder die Kartierung der Aufnahmewerte im Plan später erfolgt, so ist das Führen einer Vermessungsskizze unerlässlich. Falls die Aufnahmewerte aber sofort im Plan kartiert werden und eine Koordinatenberechnung nicht erwünscht ist, so muss der Plan-Massstab berücksichtigt werden. Dazu misst man die Distanz Anfangs- zu Endpunkt der Messlinie im Feld (d_{hor}) und vergleicht sie mit dem entsprechenden Planabgriff. Der Korrekturfaktor $k = D_{\text{Plan}}/d_{\text{hor}}$ wird bestimmt. Für die Kartierung müssen dann alle Messwerte korrigiert werden, es gilt dann $D_{\text{Plan}} = d_{\text{hor}} \cdot k$.

Ein graphisches Werk ist heute die Ausnahme. Eine Überführung in ein digitales Werk wird angestrebt.

Die "Vermessungsskizze" ist eine Skizze, in der Messwerte im Feld notiert werden. Sie ist nicht zu verwechseln mit dem "Handriss". Dieser ist eine Kopie des massstäblichen Grundbuchplanes mit Ergänzungen aus der Vermessungsskizze und wird im Büro erstellt.

Der Begriff "graphisches Werk" stammt aus der Amtlichen Vermessung und bedeutet, dass als Messresultat nur ein Plan besteht, also keine Koordinatenwerte von Fixpunkten, Grenzpunkten, Detailpunkten etc.

Unter dem Begriff "digitales Werk" wird in der Regel ein vollnumerisches Werk verstanden, in dem sämtliche Punkte eines Plans in Koordinaten vorhanden bzw. am Bildschirm abrufbar sind.

3.2.1 Einbindeverfahren

Die Mindestkonfiguration besteht aus Jalons, Senkel, Messband und zwei Personen.

Das Verfahren kann eine eigenständige Methode zur Ergänzung von bestehenden Plänen sein. Mehrheitlich wird das Verfahren in Verbindung mit der Orthogonalaufnahme, der Polaraufnahme und den Satellitenverfahren (GNSS) verwendet. Besonders bei Aufnahmen in überbauten Gebieten ist das Verfahren eine zweckmässige Ergänzung.

Die Messlinien werden in einem übergeordneten Rahmen (z.B. ins übergeordnete Messliniennetz \overline{AD}) eingebunden (Abb. 3.22). D.h. die Messlinien werden bis zur Rahmenseite verlängert und die daraus resultierenden Schnittpunkte eingemessen.

Durchgreifende Kontrollen sind unerlässlich, z.B. indem auf einer Messlinie die einzelnen Distanzen gemessen, aufsummiert und mit der Gesamtdistanz verglichen werden.

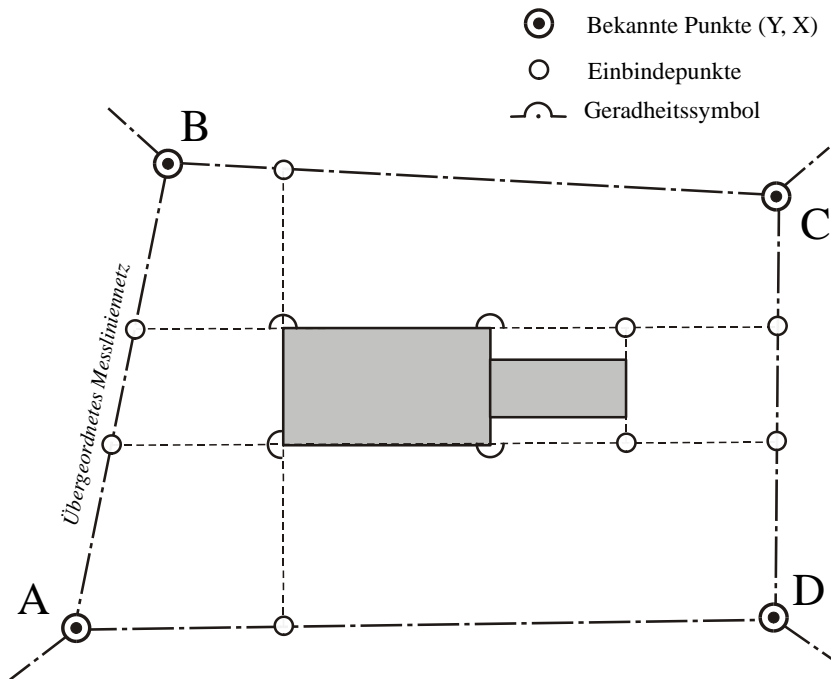


Abb. 3.22 Prinzip des Einbindeverfahrens

3.2.2 Orthogonalverfahren

Hierzu sind Jalons, Messband, Senkel und Doppelpentaprisma sowie zwei Personen notwendig.

Von der Messlinie werden rechtwinklige Abstände (Ordinatenwerte) zu den aufzunehmenden Punkten gemessen (Abb. 3.23). Man erhält so für jeden Punkt lokale Koordinaten, die ins Landeskoordinatensystem transformiert werden können. Die Bestimmung der rechten Winkel erfolgt mit dem Doppelpentaprisma (siehe Kap. 3.1.3).

Jeder Punkt soll durch Kontrollmasse gesichert werden (Pythagoras). Der Abstand der aufzunehmenden Punkte von der Messlinie sollte weniger als 30 m betragen.

- ① Basispunkt
- ② Endmass einer Messungslinie, hier am Beispiel einer Basislinie
- ③ Grenzmass
- ④ Spannmass
- ⑤ Konstruktionsmass
- ⑥ Parzellen-Nummer

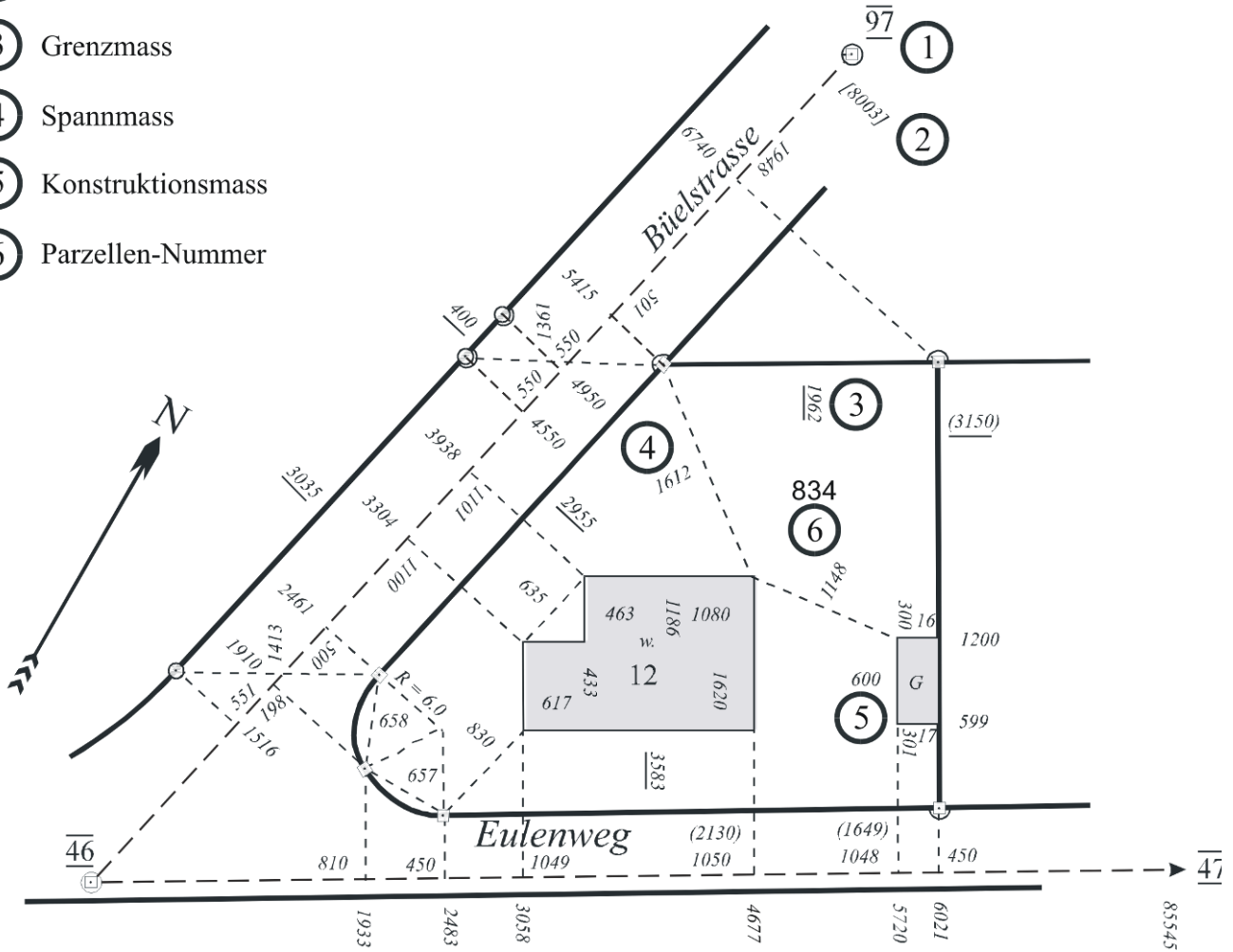


Abb. 3.23 Orthogonalaufnahme

3.3 Aufstellen eines geodätischen Sensors (Instrument)

In der GMT werden normalerweise Messungen mit geodätischen Sensoren auf Stativen ausgeführt. Für Präzisionsmessungen werden aber geologisch speziell gesicherte Pfeiler verwendet. Für Labormessungen kommen ebenfalls Pfeiler zum Einsatz (Abb. 3.24). Stative oder Pfeiler sind nötig, um überhaupt eine Sichtverbindung herzustellen, da auf Bodenhöhe nur eine beschränkte Sicht besteht. Das Messen muss ohnehin ausserhalb der bodennahen Schicht erfolgen, in der die terrestrische Refraktion (z.B. Flimmern über Asphalt) die Messung erheblich beeinträchtigen kann.

In der Praxis sind zwei Stativbauformen anzutreffen, das System Wild und das System Kern (Zentrierstativ). Beim System Wild wird mit einem Schraubverschlussgewinde (5/8 Zoll) der Dreifuss auf dem Stativteller arretiert, beim System Kern dagegen mit einem Bajonettverschluss. Hier ist der Dreifuss im Instrument integriert.

Die Stative sind wegen der verschiedenartigen Verschlusssysteme untereinander nicht kompatibel; es existieren jedoch Adapter.

3.3.1 Stativaufstellung

Je nach Verwendungszweck sind die Ausführungen der Stative verschieden (Abb. 3.25). Für Nivellierinstrumente werden leichte Bauausführungen (zum Teil mit fixen Beinen) angeboten.

Als Materialien kommen Holz und Aluminium zum Einsatz. Aluminiumstative sind leichter und zumeist besser handhabbar, dagegen sind sie anfälliger auf Erwärmung als Holzstative. Folge: Die Horizontierung und die Zentrierung des Sensors sind gefährdet.

Ein sorgfältiges Aufstellen des Sensors ist unerlässlich, denn die beste Messung nützt nichts, wenn das Instrument schlecht über dem Bodenpunkt zentriert ist und das Stativ während der Messung einsinkt.



Abb. 3.24 Pfeiler

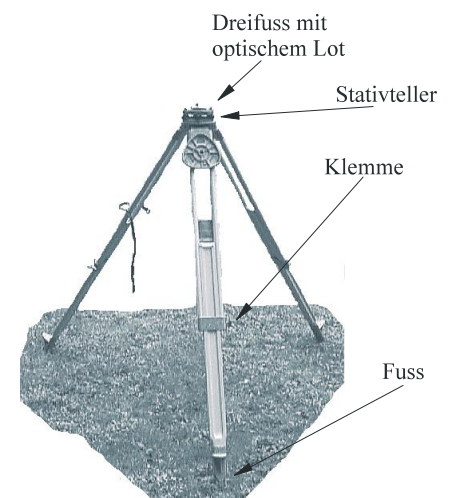


Abb. 3.25 Stativ



Abb. 3.26 Stativ mit Stativstern



Abb. 3.27 Handgriff zur Sicherung des Stativs und zur Ausführung von Feinbewegungen der Stativbeine

Allgemeine Regeln für das Aufstellen der Stativbeine:

- 1) Stativbeine nicht ganz ausziehen, ca. eine Handbreite frei lassen.
- 2) Die Stativbeine können radial und tangential bewegt werden. Dies ist eine grosse Hilfe zum Grobzentrieren des Stativs über dem Punkt und zum Horizontalstellen des Stativtellers (Abb. 3.29).
- 3) Die Stativhöhe so wählen, dass das Arbeiten am Instrument entspannt erfolgen kann (Okular in Kopfhöhe).
- 4) Die Stativbeine so weit auseinander stellen, dass eine optimale Stabilität gewährleistet ist.
- 5) Stativbeine gut eintreten. Das gilt auch für Messungen auf Beton oder Teer! Das Eintreten soll möglichst parallel zu den Stativbeinen erfolgen, damit keine Spannungen im Stativ entstehen. Falls die Bodenoberfläche zu glatt ist, das heisst falls die Standfestigkeit des Stativs nicht gewährleistet ist, so empfiehlt sich der Gebrauch eines Stativsterns (Abb. 3.26).
- 6) Wenn die Stativbeine eingetreten sind und diese nachträglich in der Höhe verstellt werden müssen, so darf der Stativfuss im Untergrund keine Veränderung erfahren.
- 7) Fuss auf Raste des Stativfusses setzen, Ober- und Unterteil des Stativbeines umfassen, Stativklemme leicht lösen und Feinbewegungen mit dem Oberteil des Stativbeines ausführen (Abb. 3.27).
- 8) Es ist empfehlenswert, das Instrument erst aufzusetzen, wenn das Stativ fertig aufgestellt ist.

3.3.2 Zentrierung eines geodätischen Sensors

Unter einer Zentrierung versteht man die Koinzidenz der vertikalen Sensorachse mit der Lotlinie durch den Bezugspunkt. Eine Sensorzentrierung wird mittels eines optischen Lotes, eines Lotlasers, eines Zentrierstabes oder eines Schnurlots herbeigeführt. Die einzelnen Techniken zur Zentrierung werden im Folgenden erläutert.

3.3.2.1 Zentrierung mittels optischem Lot

Die genaueste Zentrierung erlaubt das optische Lot (0.5 mm). Hierbei muss die Anzugsschraube des Stativs zum Durchblick hohl sein.

3.3.2.2 Zentrierung mittels Laserlot

Das Laserlot ist ein im Unterbau des Instrumentes integrierter Diodenlaser, welcher die Ziellinie des Lotes visualisiert (Abb. 3.28). Zentriert wird analog zum optischen Lot. Der Vorteil liegt in der Handhabung: durch die Projektion eines Laserpunktes auf den Boden wird die Zentrierung erleichtert.

3.3.2.3 Zentrierung mittels Zentrierstab

Das Stativ grob über das Zentrum des Punktes stellen. Anzugsschraube unter Stativteller lösen und den ausziehbaren Zentrierstab mit seiner Spitze in das Punktzentrum stellen. Die Dosenlibelle am Zentrierstab durch radiales und tangenciales Verschieben der Stativbeine grob zum Einspielen bringen. Stativbeine eintreten. Dann die Dosenlibelle des Zentrierstabes durch Höhenverstellen der Stativbeine und Verschieben des Zentrierkopfes zum Einspielen bringen. Anschliessend das Instrument aufsetzen. Das Instrument ist bereits grob horizontalisiert und auch zentriert. Somit ist nur noch die Feinhorizontalisierung vorzunehmen. Bei der Zentrierung mittels Zentrierstab ist eine Genauigkeit von etwa 1-2 mm zu erreichen.

3.3.2.4 Zentrierung mittels Schnurlot

Das Stativ ist grob über dem Punkt aufzustellen; es ist darauf zu achten, dass der Stativteller etwa horizontal ist. Der Senkel wird im Haken unten am Schraubverschluss des Stativtellers eingehängt. Der Schraubverschluss soll sich etwa in der Mitte der Stativtelleröffnung befinden.

Prüfen der Senkellage zum Bodenpunkt. Falls die Abweichung > 10 cm ist, Stativ anheben und versetzen. Stativ eintreten. Instrument aufsetzen, mit Schraubverschluss arretieren.

Zentrierungsarten:
mittels optischem Lot
mittels Laserlot
mittels Zentrierstab
mittels Schnurlot

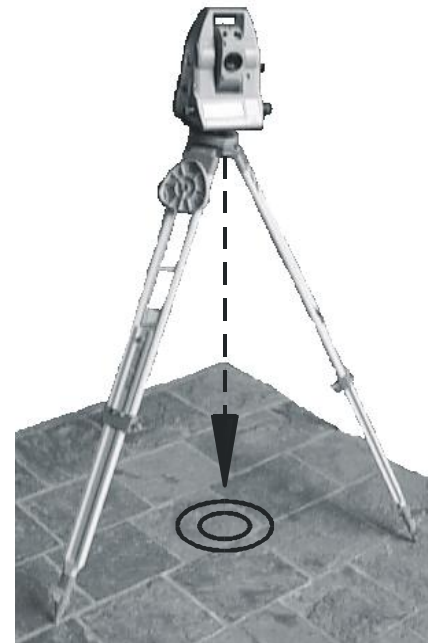


Abb. 3.28 Tachymeter TCA 1100 L mit integriertem Laserlot

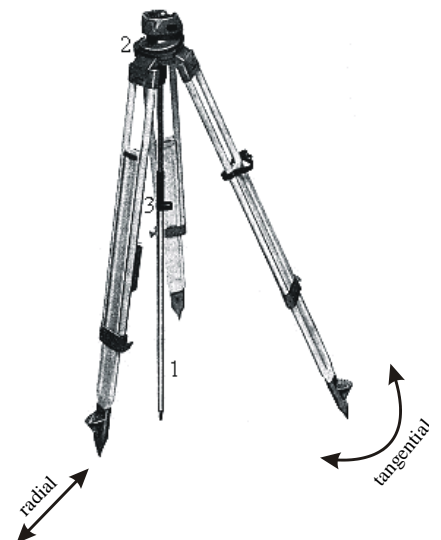


Abb. 3.29 Zentrierstab, System Kern
1) Zentrierstab
2) Kugelfläche
3) Dosenlibelle

Instrument mit Dosenlibellen grob Horizontieren, Senkel bis auf ca. 5 mm über Zentrum des Punktes stellen. Schraubverschluss leicht lösen und Instrument verschieben bis Senkel genau über dem Zentrum hängt. Schraubverschluss klemmen. Instrument fein Horizontieren.

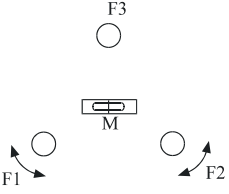
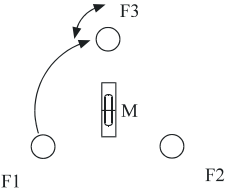
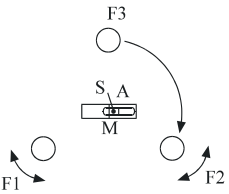
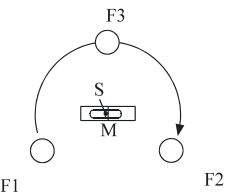
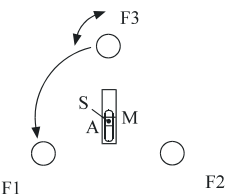
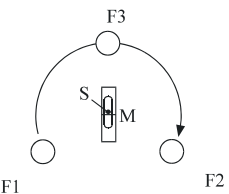
Nochmals Zentrierung überprüfen. Falls diese ungenügend ist, so sind Zentrierung und Feinhorizontierung zu wiederholen. Bei der Zentrierung mittels Schnurlot ist bei Windstille eine Genauigkeit von 2 mm erreichbar.

Anmerkung: Falls das Instrument oder der Dreifuß mit optischem Lot ausgerüstet ist, kann die Feinzentrierung anstatt mit dem Senkel mit dem optischen Lot erfolgen.

3.3.2.5 Horizontierung eines geodätischen Sensors

Das Horizontieren eines Sensors ist ein dynamischer Vorgang zur tangentialen Ausrichtung an die Lotlinie des Bezugspunktes

Tab. 3-1 Dreifusshorizontierung mit Röhrenlibelle oder äquivalenten elektronischen Anzeigen

	<p>Röhrenlibelle parallel zu zwei Fusssschrauben (F_1, F_2) stellen. Libellenblase in die Mitte der Libelleneinteilung (M) durch gegenläufiges Drehen von F_1, F_2.</p>
	<p>Alhidade (Theodolitoberbau) um 100 gon drehen und Libellenblase mit F_3 in "M" einstellen.</p>
	<p>Alhidade um 100 gon drehen und Ausschlag (A) der Libelle feststellen. Halber Ausschlag durch gegenläufiges Drehen von F_1, F_2 korrigieren. Damit erhält man den Spielpunkt S.</p>
	<p>Alhidade um 200 gon drehen und prüfen, ob die Libellenblase im Spielpunkt stehen bleibt. Damit ist das Instrument in der Ebene F_1, F_2 horizontiert.</p>
	<p>Alhidade um 100 gon drehen und Ausschlag "A" feststellen. Halber Ausschlag mit F_3 korrigieren (Spielpunkt).</p>
	<p>Alhidade um 200 gon drehen und prüfen, ob die Libellenblase im Spielpunkt stehen bleibt. Damit ist auch die Ebene rechtwinklig zu F_1, F_2 horizontiert.</p>

Merke: Die Bewegungsrichtung des linken Daumens ist auch die Bewegungsrichtung der Libellenblase.

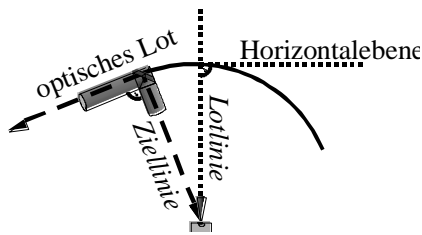


Abb. 3.30 Raumkurve des optischen Lotes während der Grobzentrierung und -horizontierung

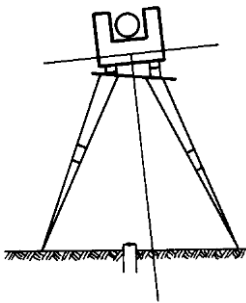


Abb. 3.31 Ausgangsstellung

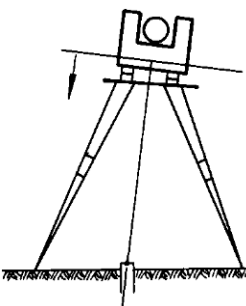


Abb. 3.32 Grobzentrierung

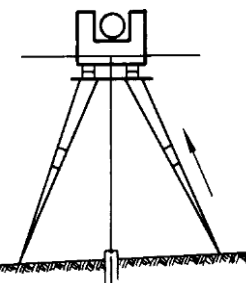


Abb. 3.33 Zentrierung mittels optischem Lot oder Laserlot

3.3.3 Vorgehen zur Sensoraufstellung mit optischem Lot oder Laserlot

Einleitung

Bei der Methode der Grobzentrierung und -horizontierung nach Meckenstock geht man von der Annahme aus, dass sich die Ziellinie des optischen Lotes auf einer Kugelfläche, mit annähernd gleichem Abstand zum Bodenpunkt, bewegt (Abb. 3.30). Dies gilt aber nur, wenn die Grobhorizontierung mit einem Stativbein erfolgt. Bei der Verstellung eines weiteren Beines beschreibt die Ziellinie des Lotes eine weitere Kugelfläche. Die Bewegungen sind in der Regel so klein, dass diese Art der Aufstellung für die folgende Feinhorizontierung und -zentrierung ausreicht, welche für alle Arten von Sensoraufstellungen gilt.

Durchführung

Ausgangsstellung

Das Stativ mit dem Sensor wird zunächst nach Augensinn über das Zentrum des Bodenpunktes gestellt und die Stativbeine fest in den Untergrund eingetreten. Der Stativteller soll annähernd horizontal sein (Abb. 3.31).

Grobzentrierung

Die Einstellmarke des optischen Lotes beziehungsweise der Laserpunkt wird mit Hilfe der Dreifussschrauben auf das Zentrum des Bodenpunktes eingestellt (Abb. 3.32).

Grobhorizontierung

Die Libelle wird durch Aus- und Einschleiben der Stativbeine eingespielt. Beim Verschieben der Stativbeine sind unbedingt die "Allgemeinen Regeln für das Aufstellen der Stative" zu beachten.

Feinhorizontierung

Einspielen der Röhrenlibelle durch Drehen an den Dreifussschrauben, siehe Tab. 3-1 Dreifusshorizontierung mit Röhrenlibelle. Jede Drehung an den Dreifussschrauben bewirkt jedoch auch eine Schwenkung der Ziellinie des optischen Lotes / Laserlotes und damit eine entsprechende Veränderung der Zentrierung.

Feinzentrierung

Durch Verschieben des Theodolits auf dem Stativteller wird die präzise Übereinstimmung der Ziellinie des Lotes und damit der Stehachse des Theodolits mit dem Zentrum des Bodenpunktes hergestellt. Um die erforderlichen Feinbewegungen zu ermöglichen, wird die Anzugschraube leicht gelöst. Beim Verschieben darf der Dreifuss gegenüber dem Stativteller jedoch nicht verdreht werden, weil sonst auf der schiefen Ebene des Stativtellers die Feinhorizontierung verloren geht.

Die Feinhorizontierung und –Zentrierung sind iterativ zu wiederholen, bis die gewünschte Genauigkeit erreicht ist.

Anmerkung: Falls beim Eintreten der Stativbeine grössere Einwirkungen auf den Sensor zu erwarten sind, so ist das Abnehmen des Sensors während dieses Vorgangs zu empfehlen.

3.3.4 Zwangszentrierung

Bei dieser Messanordnung werden vorgängig die Stative über den Punkten aufgestellt und die Dreifüsse über den Punktzentren horizontal zentriert. Diese Anordnung bleibt unverändert, bis alle Messungen auf diesen Punkten abgeschlossen sind, d.h. die Stative mit den darauf montierten, horizontalisierten und zentrierten Dreifüssen bleiben auf einem Punkt stehen, und nur die Messgeräte werden ausgetauscht. Die Zwangszentrierung (Abb. 3.34 – Abb. 3.36) stellt eine gleichbleibende Zentrierung (≤ 0.1 mm) während der gesamten Messdauer sicher, trotz Austausch der Geräte wie GNSS, Tachymeter, Reflektoren, Zieltafeln, etc (Abb. 3.37).

Die Zentrierung muss sehr sorgfältig sein, denn eine fehlerhafte Zentrierung kann durch die Berechnung nicht aufgedeckt werden. Eine fehlerhafte Zentrierung bewirkt eine Systematik.

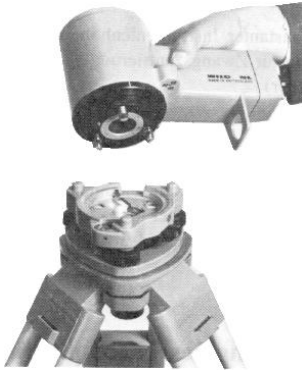


Abb. 3.34 Zentralverschlussssystem
Leica

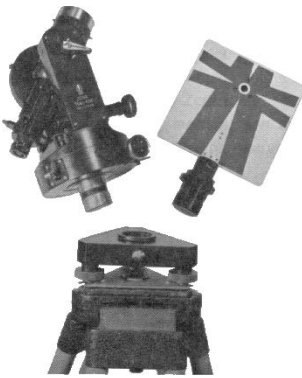


Abb. 3.35 Steckzapfensystem Zeiss

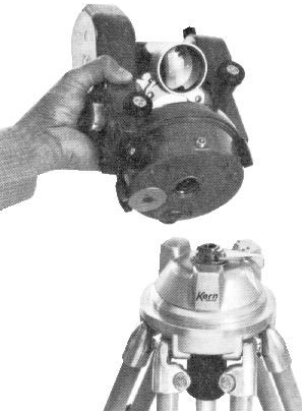


Abb. 3.36 Zentralverschlussssystem
Kern

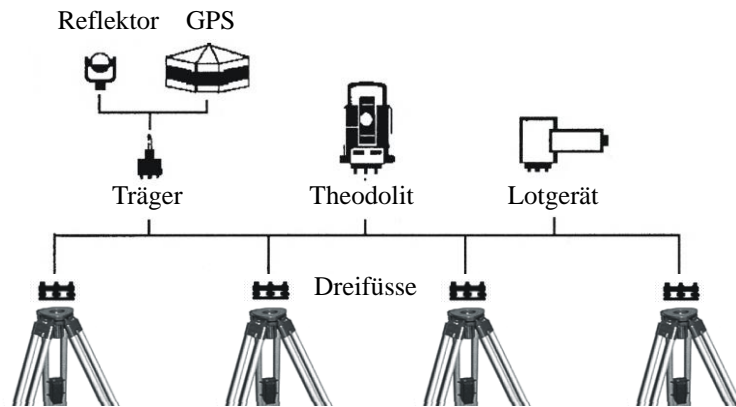


Abb. 3.37 Messanlage und Messungen mittels Zwangszentrierung

3.4 Richtungs- und Winkelmessung

3.4.1 Einleitung

In der Geodäsie werden Winkel in orientierten Ebenen angegeben. Diese Ebenen, in denen die Winkel bestimmt werden, richten sich nach der Lotrichtung (Tangente an die Lotlinie durch den Bezugspunkt).

Winkel, die in der Ebene senkrecht zur Lotrichtung, in der Horizontalebene liegen, werden als **Horizontalwinkel** bezeichnet.

Horizontalwinkel werden berechnet und nicht gemessen.

Winkel in lotrechten Ebenen heißen **Vertikalwinkel**. Es wird unterschieden in Zenitwinkel und Höhenwinkel.

Vertikalwinkel werden mit einem Theodolit direkt gemessen.

3.4.2 Richtungsmessung

In der GMT werden mit einem Theodolit in Bezug auf den Horizontalkreis Richtungen vom Standpunkt zum jeweiligen Zielpunkt gemessen. Die Beobachtungsgrößen sind somit die Richtungen. Unter einer Richtung versteht man in der Geodäsie einen vom Standpunkt ausgehenden Strahl verbunden mit einer zugeordneten Ableseung am Horizontalkreis. Ein Horizontalwinkel (α) berechnet sich aus der Differenz zweier Richtungen.

Wird eine der beiden Richtungen eines Winkels durch die Ordinate des jeweiligen Bezugssystems (Kartennord) charakterisiert, so wird der entsprechende Winkel zum Zielpunkt als Azimut bezeichnet. Falls der entsprechende Winkel mit einem Abriss berechnet wird, so wird dieser Wert als orientierte Richtung bezeichnet.

Azimute und orientierte Richtungen werden bei den Koordinatenberechnungen benötigt.

Grundsätzlich sollten Messungen mit einem Theodolit / Tachymeter immer in zwei Fernrohrlagen erfolgen. Hiermit wird erreicht, dass Einflüsse instrumenteller Abweichungen eliminiert werden.

3.4.2.1 Satzmessung

Im Messablauf werden in **Lage I** alle Zielpunkte im Uhrzeigersinn angezielt und die zugeordneten Werte (Richtungen) auf dem horizontalen Teilkreis erfasst. Die Messungen in einer Fernrohrlage bilden einen **Halbsatz**.

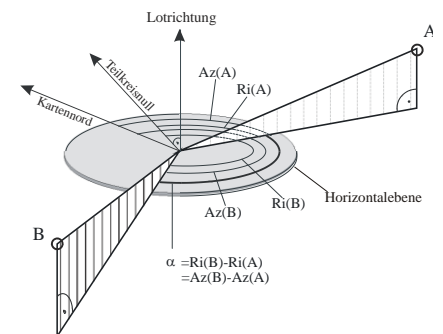


Abb. 3.38 dreidimensionale Darstellung von Richtungen, Winkeln, Azimuten

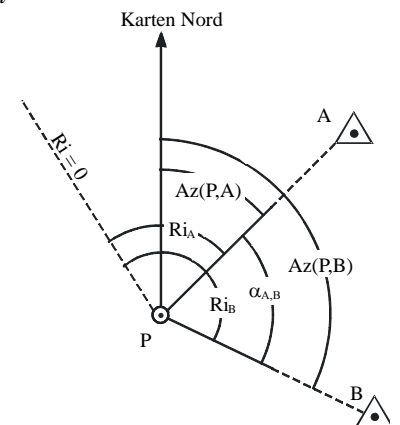


Abb. 3.39 2-dimensionale Definition von Richtung, Winkel, Azimut

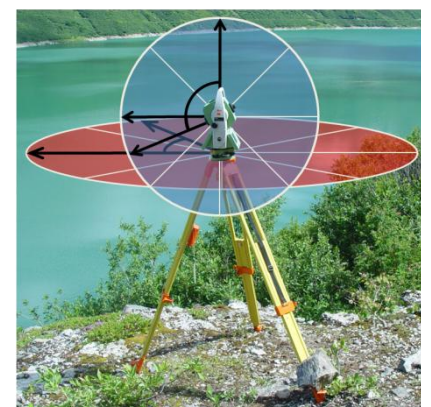


Abb. 3.40 Messprinzip des Tachymeter

Bei Verwendung von mechanischen Theodoliten kann zur Verringerung des Einflusses der Kreis-teilungungenauigkeit der Teilkreis zwischen den Vollsätzen (n) um ζ verstellt werden.

$$\zeta \cong \frac{200 \text{ gon}}{n}$$

Bevor mit einem Theodoliten beobachtet wird, muss das Strichkreuz auf den jeweiligen Beobachter eingestellt sein. Hierzu fokussiert man auf ∞ und hält zum besseren Kontrast eine helle Oberfläche (weisses Blatt Papier) vor das Objektiv. Nun wird am Okular das Strichkreuz scharf eingestellt

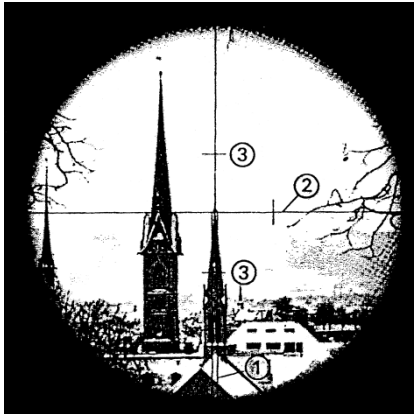


Abb. 3.41 Fernrohrbild

Regel zu Gl. 3.4-1:

Falls Wert von Lage I

$< 200 \text{ gon} \rightarrow 200 \text{ gon}$ subtrahieren

$\geq 200 \text{ gon} \rightarrow 200 \text{ gon}$ addieren

Durch Drehen des Fernrohrs um 200 gon in der Vertikalebene gelangt man in **Fernrohrlage II**. Hier wird der letzte Zielpunkt erneut angezielt und die restlichen Zielpunkte im Gegenuhrzeigersinn beobachtet. Das Beobachten aller Zielpunkte in zwei Fernrohrlagen wird als **Vollsatz** oder **Satz** bezeichnet.

Zur Zuverlässigkeitssteigerung sollte auf einem Standpunkt mehr als ein Vollsatz gemessen werden.

Zur Arbeitsweise mit modernen Tachymetern

Im Normalfall erfolgt eine automatische Registrierung der Messdaten. Hier wäre eine Satzmessung (ein Vollsatz) ausreichend. Zu beachten ist aber der Fehlereinfluss durch das Anzielen, die Meteorologie und die menschliche Fähigkeit. Es ist also immer zu entscheiden, ob eine Satzmessung ausreichend ist.

Falls mit automatischer Zielerfassung gearbeitet wird, so besteht die gleiche Problematik. Anstatt der menschlichen Unzulänglichkeit kann eine fehlerhafte Zielpunkt detektion auftreten.

Sollten im Ausnahmefall die Messdaten notiert werden, so sind noch mögliche Übermittlungsfehler zu beachten, wie Ablese-, Sprech-, Hör- und Schreibfehler. Zur Reduzierung dieser Fehlereinflüsse ist es empfehlenswert, alle Übermittlungen durch Wiederholen der Mitteilung zu bestätigen und/oder mehrere Sätze zu messen. Im unten angeführten Beispiel ist eine Horizontalrichtungsmessung mit drei Vollsätzen ($n = 3$) und die Auswertung angegeben.

Zum Vorgehen:

Wegen der manuellen Auswertung der Daten ist es zweckmässig für die erste Richtung einen kleinen Wert zu haben, also Fernrohr etwas links vom Zielpunkt stellen und den Horizontalkreis auf null setzen. Bei den folgenden Sätzen gilt das gleiche Vorgehen.

$$\text{Gl. 3.4-1} \quad \text{Mittel} = \frac{\text{Lage I} + \text{Lage II} \pm 200 \text{ gon}}{2}$$

Tab. 3-2 Beispiel einer horizontalen Richtungsmessung

Satz	Station	Ziel	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Mittel [gon]	Red. Mittel [gon]	Satzmittel [gon]
1	A	71	0.5770	200.5790	0.5780	0.0000	0.0000
		22	55.6180	255.6230	55.6205	55.0425	55.0420
		2	95.3410	295.3450	95.3430	94.7650	94.7640
		53	266.4890	66.4910	266.4900	265.9120	265.9127

Satz	Station	Ziel	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Mittel [gon]	Red. Mittel [gon]
2	A	71	10.5060	210.5130	10.5095	0.0000
		22	65.5480	265.5530	65.5505	55.0410
		2	105.2700	305.2790	105.2745	94.7650
		53	276.4220	76.4240	276.4230	265.9135

Satz	Station	Ziel	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Mittel [gon]	Red. Mittel [gon]
3	A	71	6.1500	206.1580	6.1540	0.0000
		22	61.1940	261.1990	61.1965	55.0425
		2	100.9130	300.9190	100.9160	94.7620
		53	272.0640	72.0690	272.0665	265.9125

Das reduzierte Mittel entsteht dadurch, dass einer beliebigen Richtung in allen Sätzen der Wert 0.0000 gon zugeordnet wird. Entsprechend sind dann die Werte der übrigen Richtungen zu reduzieren.

3.4.3 Vertikalwinkelmessung

Vertikalwinkel werden mit einem Theodolit direkt gemessen.

Begründung:

Die Ablesestelle des Vertikalkreises ist fest installiert und eindeutig definiert; es ist die Tangente an die Lotlinie durch den Instrumenten-Standpunkt.

Diese Soll-Einstellung erfolgt bei modernen Instrumenten selbstständig durch einen Kompensator, siehe als Beispiel Abb. 3.42. Bei älteren Instrumenten erfolgt diese Soll-Einstellung manuell durch das jeweilige Einspielen der Höhenindexlibelle, siehe als Beispiel Abb. 3.43.

Die Ablesung bzw. der Abgriff an der Kreisstelle erfolgt am Vertikalkreis, der zentrisch mit der Kippachse verbunden ist und somit die Drehbewegung des Fernrohres mitmacht.

Jede Ablesung/Abgriff am Vertikalkreis ist also ein Bezugswert zur Tangente an die Lotlinie und somit ein Winkelwert.

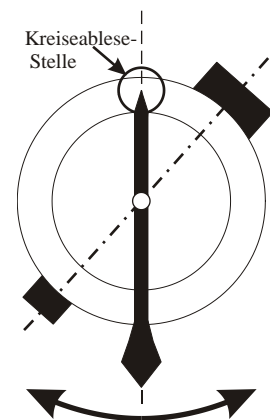


Abb. 3.42 Schematische Darstellung der Funktion eines Kompensators (Pendel)

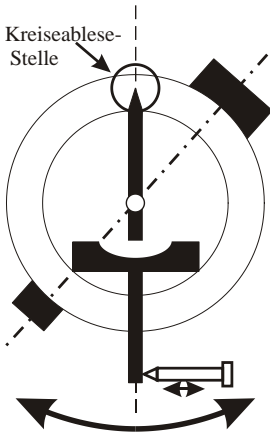


Abb. 3.43 Schematische Darstellung der Funktion einer Indexlibelle

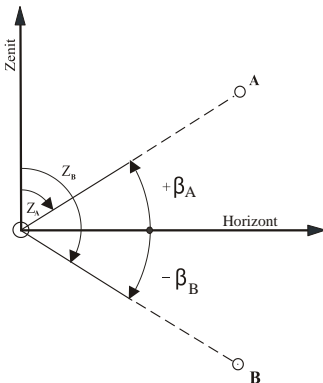


Abb. 3.44 Begriffe Zenitwinkel (z) und Höhenwinkel (β)

Die Indexabweichung ist instrumentell bedingt, Restfehler der Justierung, Strichkreuzplatte, Höhenindexlibelle. Daher ist sie auf einem Standpunkt bei allen Sätzen und zu allen Zielen nahezu konstant.

- O: Nullstelle der Vertikalkreis-teilung
- A: Ablesung an der Vertikal-kreis-teilung
- z: Zenitwinkel

Zenitwinkel:

Hierunter wird derjenige Vertikalwinkel verstanden, der auf den Zenit als Nullrichtung bezogen ist; frühere Bezeichnung auch Zenitdistanz. Diese Bezifferungsart bedeutet, dass die Ablesung an der Vertikalkreisstelle bei horizontaler Fernrohrlage 100.0000 gon beträgt.

Höhenwinkel:

Hierunter wird derjenige Vertikalwinkel verstanden, der auf den Horizont als Nullrichtung bezogen ist. Dies bedeutet, in horizontaler Fernrohrlage beträgt die Vertikalkreisablesung 0.0000 gon.

Moderne Instrumente haben die Möglichkeit die Messwerte als Zenit- oder Höhenwinkel, in grad oder gon anzugeben. Das Software-Paket in den Instrumenten erlaubt wahlweise Einstellung / Anzeigen der Messwerte (Abb. 3.44).

Die Anzeige eines Vertikalkreis-Messwertes ist das Produkt einer Verknüpfung von Neigungsmesser und Teilkreisablesung.

Bedingung bei der Zenitwinkelmessung

Bei einer Messung zum selben Zielpunkt in beiden Fernrohrlagen müssen sich die Werte zu 400 gon ergänzen.

Die Bedingung lautet also:

$$Gl. 3.4-2 \quad z_I + z_{II} = 400 gon$$

Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so liegt eine **Indexabweichung** v_z vor, die beide Ablesungen verfälscht.

Bestimmung der Indexabweichung und Auswertung der Zenitwinkelmessung

Durch Messung in zwei Fernrohrlagen lässt sich die Indexabweichung bestimmen und eliminieren.

In Abb. 3.45 ist schematisch eine Zenitwinkelmessung mit Indexabweichung dargestellt.

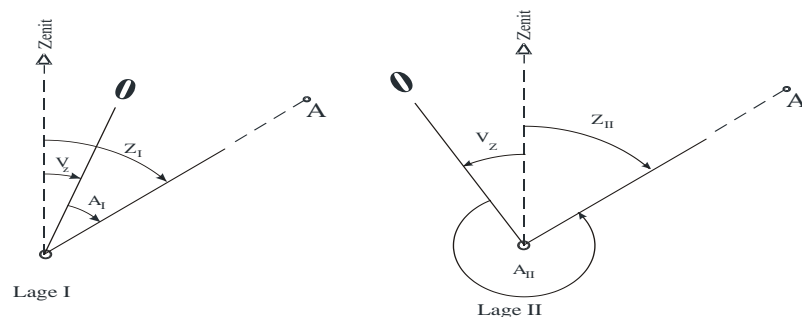


Abb. 3.45 Schematische Darstellung der Zenitwinkelmessung mit Indexabweichung v_z . Die Messung erfolgt in beiden Fernrohrlagen zum Punkt A, wobei die Ablesestelle des Vertikalkreises sich jeweils in der Sollage befindet.

$$\text{Gl. 3.4-3} \quad A_I = z - v_z \quad z = A_I + v_z$$

$$\text{Gl. 3.4-4} \quad A_{II} = 400\text{gon} - z - v_z \quad -z = A_{II} - 400\text{gon} + v_z$$

Der gesucht Zenitwinkel beträgt somit:

$$\text{Gl. 3.4-5} \quad z = \frac{(A_I + 400\text{gon}) - A_{II}}{2}$$

Die gesuchte Indexabweichung beträgt:

$$\text{Gl. 3.4-6} \quad v_z = \frac{400\text{gon} - (A_I + A_{II})}{2}$$

Im Folgenden ist ein Zahlenbeispiel für die Zenitwinkelmessung mit 2 Sätzen und deren Auswertung gegeben.

Tab. 3-3 Beispiel einer Zenitwinkelmessung

Satz	Stationspunkt	Zielpunkt	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Lage I + II [gon]	v_z [gon]	z [gon]	Mittel aus allen Beobachtungen
1	A	TP B	97.3822	302.6219	400.0041	-0.0021	97.3801	97.3803
		TP C	97.8886	302.1183	400.0069	-0.0035	97.8852	97.8847

Satz	Stationspunkt	Zielpunkt	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Lage I + II [gon]	v_z [gon]	z [gon]	Mittel aus allen Beobachtungen
2	A	TP B	97.3830	302.6221	400.0051	-0.0026	97.3805	
		TP C	97.8874	302.1192	400.0066	-0.0033	97.8841	

3.4.4 Achsbedingungen

Bei der Fertigung (Montage) eines Theodolits gibt es hinsichtlich der Achsgeometrie gewisse Fertigungstoleranzen, die einen limitierenden Faktor bezüglich der Messgenauigkeit darstellen. Die Messgenauigkeit kann jedoch signifikant erhöht werden, wenn durch geeignete Messverfahren die Einflüsse dieser instrumentellen Fertigungstoleranzen eliminiert werden. Um geeignete Messverfahren sinnvoll anzuwenden, ist es erforderlich, Ursachen, Einflüsse und funktionale Zusammenhänge zwischen Fertigungstoleranz und Messgröße zu kennen. Instrumentell bedingte Einflüsse bezüglich der Achsgeometrie treten auf, wenn folgende Achsbedingungen nicht eingehalten werden:

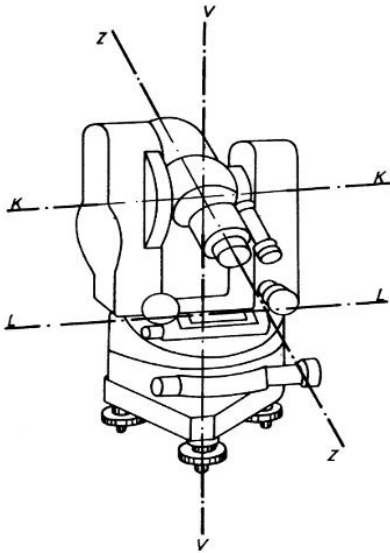


Abb. 3.46 Achsbezeichnungen beim Theodolit

Z = Zielachse

K = Kippachse

L = Libellenachse

V = Vertikal- oder Stehachse

(aus DEUMLICH [2001])

für $c < 20$ mgon
wobei c = Zielachsabweichung,
und z = Zenitwinkel

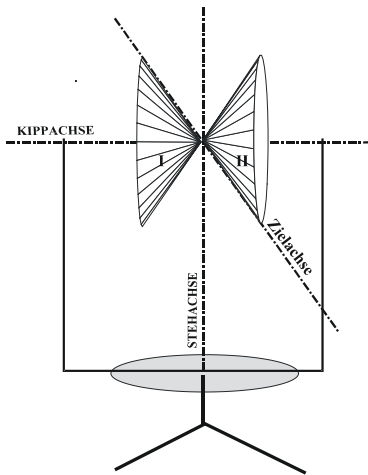


Abb. 3.47 Zielachsabweichung

Aus Gl. 3.4-8 folgt:

- $f(c)$ ist proportional zu c
- $f(c)$ nimmt mit ansteigendem Zenitwinkel ab
- für $z=100$ gon (Zielung im Horizont) wird $f(c) = c$

1) Zielachse \perp Kippachse

2) Kippachse \perp Stehachse

Somit resultieren bei Nichteinhaltung der obigen Bedingungen:

1. Zielachsabweichung

2. Kippachsabweichung

Weiterhin besteht die Forderung, dass sich Kipp-, Ziel- und Stehachse in einem Punkt schneiden.

3.4.4.1 Zielachsabweichung

Die Zielachsabweichung (auch Kollimationsfehler genannt) tritt bei Nichteinhaltung der Bedingung 1 auf. Sie ist nicht konstant und kann mit Temperatur und Distanz (Fokusablauffehler) variieren.

Einfluss der Zielachsabweichung

Für eine Zielachsabweichung c kleiner als 20 mgon können Glieder 2. Ordnung vernachlässigt werden. Der Einfluss der Zielachsabweichung auf die Richtung ist aus der Abb. 3.48 zu erkennen:

$$\text{Gl. 3.4-7} \quad \sin f(c) = \frac{\sin c}{\sin z}$$

$$\text{Gl. 3.4-8} \quad f(c) = \frac{c}{\sin z}, \text{ für } c < 20 \text{ mgon}$$

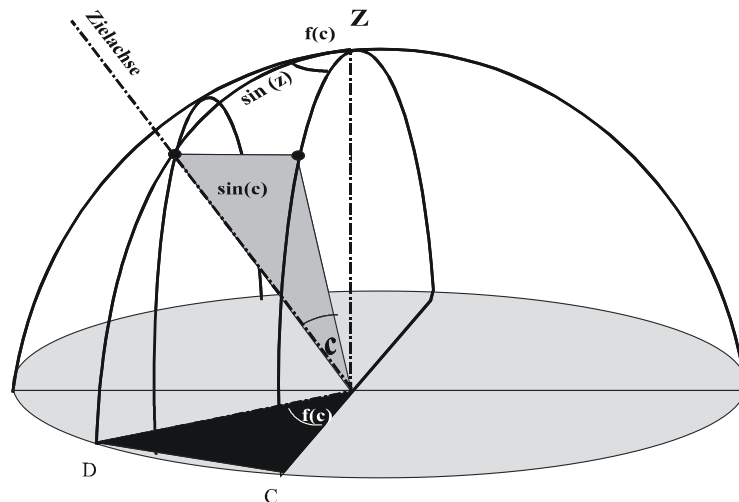


Abb. 3.48 Einfluss auf die Richtung durch die Zielachsabweichung

Bestimmung der Zielachsabweichung

Die Zielachsabweichung wird bestimmt, indem man einen gut anzielbaren Punkt im Horizont (Zenitwinkel ≈ 100 gon) in beiden Lagen anzielt und die Richtungen A_I und A_{II} abliest. Der

Unterschied zwischen den Ablesungen entspricht der doppelten Zielachsabweichung.

$$Gl. 3.4-9 \quad c = \frac{A_{II} - A_I - 200 \text{ gon}}{2}$$

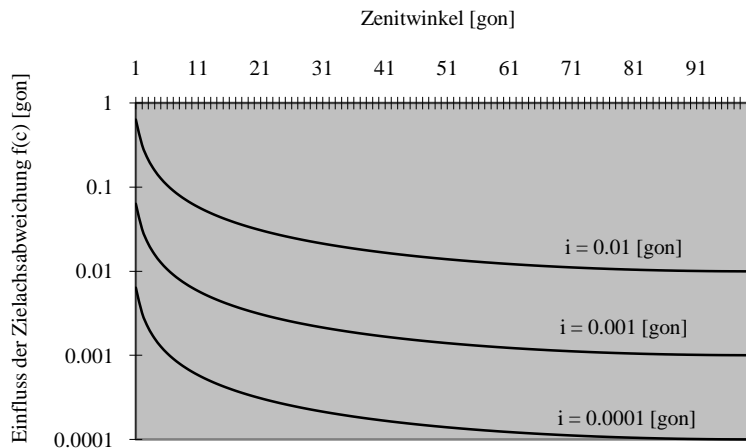


Abb. 3.49 Einfluss der Zielachsabweichung

3.4.4.2 Die Kippachsabweichung

Die Kippachsabweichung ist die Abweichung vom rechten Winkel zwischen Kippachse und Stehachse (Nichteinhaltung der Bedingung 2).

Einfluss der Kippachsabweichung

Der Einfluss der Kippachsabweichung i auf die Richtungsmessung (für $i < 20 \text{ mgon}$):

$$Gl. 3.4-10 \quad \tan f(i) = \frac{\tan i^* \cos z}{\sin z}$$

$$Gl. 3.4-11 \quad f(i) = i^* \cot z$$

Aus Gl. 3.4-11 folgt:

- 1) Der Einfluss der Kippachsabweichung $f(i)$ ist proportional zu i
- 2) $f(i)$ nimmt mit dem Zenitwinkel ab (negatives Vorzeichen für $z > 100 \text{ gon}$)
- 3) Für $z = 100 \text{ gon}$ folgt $f(i) = 0$, somit hat die Kippachsabweichung auf eine horizontale Zielung keinen Einfluss.

i = Kippachsabweichung,
 z = Zenitwinkel

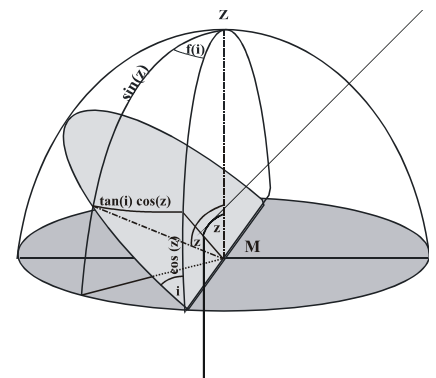


Abb. 3.50 Einfluss der Kippachsabweichung

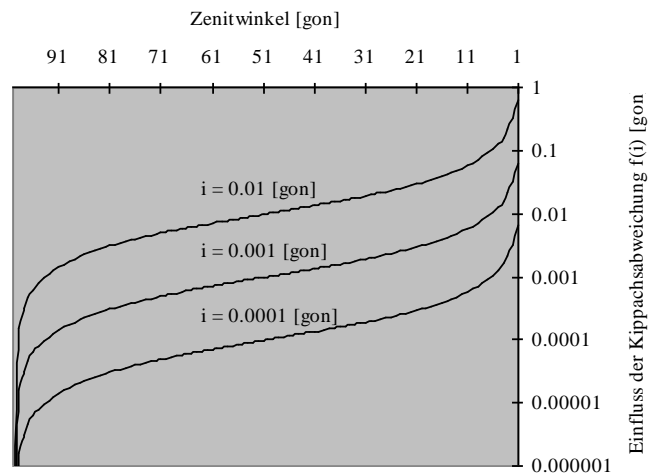


Abb. 3.51 Einfluss der Kippachsabweichung auf die Richtungsmessung

Bestimmung der Kippachsabweichung

Um eine Prüfung der Kippachsabweichung durchzuführen, muss zuerst die Stehachse genau in die Lotlinie gebracht werden (Horizontieren des Theodolits). Danach wird ein hochgelegener Punkt mit Zenitwinkel z angezielt und die Richtung in 1. und 2. Lage abgelesen.

Herleitung:

$$\text{Gl. 3.4-12} \quad A_I = A_0 - \frac{c}{\sin z} - i \cdot \cot z$$

$$\text{Gl. 3.4-13} \quad A_{II} = A_0 + 200 \text{ gon} + \frac{c}{\sin z} + i \cdot \cot z$$

A_I, A_{II} : Abgelesene Richtungen in beiden Fernrohrlagen

$\frac{c}{\sin z}$: Einfluss der Zielachsabweichung (bereits bekannt)

$i \cdot \cot z$: Einfluss der Kippachsabweichung

Gl. 3.4-14

$$\begin{aligned} A_{II} - A_I &= \frac{2c}{\sin z} + 2i \cdot \cot z \pm 200 \text{ gon} \\ &= 2 \cdot \left(\frac{c}{\sin z} + i \cdot \cot z \right) \pm 200 \text{ gon} \end{aligned}$$

Somit ist die Kippachsabweichung:

$$\text{Gl. 3.4-15} \quad i = \frac{1}{2} \left(A_{II} - A_I - \frac{2c}{\sin z} \pm 200 \text{ gon} \right) \cdot \tan z$$

3.4.4.3 Die Stehachsschiefe

Man spricht von Stehachsschiefe (oder Stehachsneigung) wenn die Stehachse nicht mit der Tangente an die Lotlinie zusammenfällt. Die Stehachsschiefe ist keine instrumentenbedingte Abweichung, sondern die Folge einer schlechten Horizontierung des Instrumentes.

Bedeutung:

Annahme: Die Ebene, in der sich die Kippachse bewegt, bilde einen Winkel v mit der Horizontalen, siehe Abb. 3.53.

Befindet sich die Kippachse in der Lage 2-4, liegt die Zielachse des Fernrohrs also in der Vertikalebene 1-3, so ist die Kippachse in Horizontallage, der Einfluss der Stehachsschiefe ist Null:

$$f(v) = 0.$$

Bei Drehung des Instrumentes um 100 gon liegt die Kippachse in der Lage 1-3 und die Zielachse des Fernrohrs in der Vertikalebene 2-4. Dies bedeutet, dass sich die Kippachse nun in maximaler Neigung befindet, d.h. der Einfluss ist bei horizontaler Zielung gleich dem Betrag der maximalen Stehachsschiefe:

$$f(v) = v.$$

Bei Zielung in allgemeiner (horizontaler) Fernrohrlage gilt:

$$\text{Gl. 3.4-16} \quad f(v) = v \cdot \sin u$$

Bei nicht horizontaler Zielung ist der Betrag des Zenitwinkels zu berücksichtigen und es gilt:

$$\text{Gl. 3.4-17} \quad f(v) = v \cdot \sin u \cdot \cot z$$

Sollen Messungen mit einem Tachymeter / Theodolit ausgeführt werden, so kann der Einfluss der Stehachsschiefe durch Messung in 1. und 2. Fernrohrlage nicht eliminiert werden, siehe Tab. 3-4 Instrumentabweichung.

Sind Messungen mit steilen Visuren und hoher Genauigkeit verlangt (Absteckungen oder Kontrollmessungen an Türmen, Hochhäusern und auch Messungen im Gebirge), so müssen die Korrekturen an die Messwerte angebracht werden.

Bestimmung der Stehachsschiefe

Wenn die Neigung der Stehachse in zwei zueinander normalen Richtungen bekannt ist, lässt sich daraus die Neigungskomponente für eine beliebige Richtung berechnen. Dazu wird das Fernrohr in einer beliebigen Vertikallage arretiert (Vertikalklemme). In den vier Richtungen 0, 100 , 200 und 300 gon (Anzeige des Horizontalkreises) wird der Zenitwinkel abgelesen. Die Anzielung eines Punktes ist nicht notwendig, es wird lediglich die Ablesung des Vertikalkreises gebraucht. Die Werte erhalten die Bezeichnungen z_0 , z_1 , z_2 und z_3 .

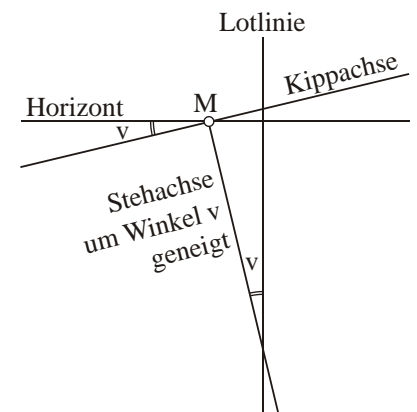


Abb. 3.52 Stehachsschiefe

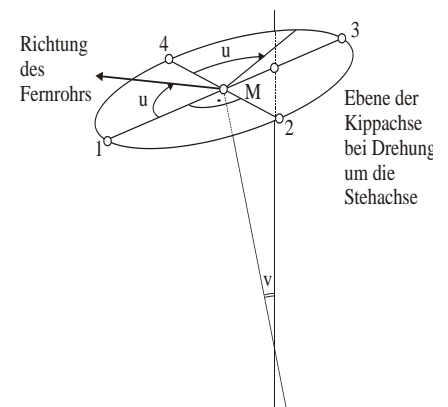


Abb. 3.53 Einfluss der Stehachsschiefe

Das Vorzeichen gilt für die 1. Fernrohrlage

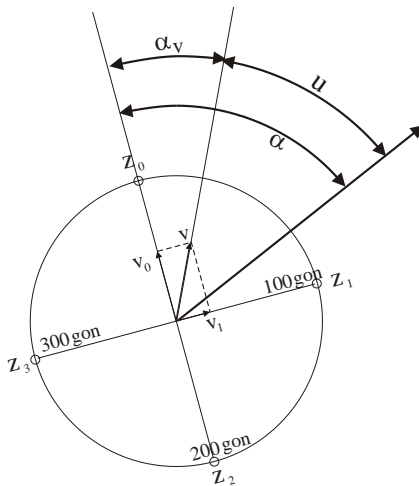


Abb. 3.54 Schematische Darstellung der Bestimmung der Stehachsschiefe

Je zwei Ablesungen in entgegengesetzter Richtung unterscheiden sich um den doppelten Betrag der entsprechenden Komponente der Stehachsschiefe. In Abb. 9.85 sind die Werte der Neigungen v_0, v_1 dargestellt. Im vorliegenden Fall sind beide positiv.

$$\text{Gl. 3.4-18} \quad v_0 = \frac{1}{2}(z_0 - z_2)$$

$$\text{Gl. 3.4-19} \quad v_1 = \frac{1}{2}(z_1 - z_3)$$

In der Richtung α_v hat die Stehachsschiefe den grössten Wert: v .

Gl. 3.4-16 lautet nun für eine beliebige Richtung:

$$\begin{aligned} \text{Gl. 3.4-20} \quad f(v) &= v \cdot \sin u = v \cdot \sin(\alpha - \alpha_v) \\ &= v \cdot (\sin \alpha \cos \alpha_v - \cos \alpha \sin \alpha_v) \end{aligned}$$

Werden in diese Gleichung die Werte v_0 und v_1 wie folgt eingesetzt

$$\text{Gl. 3.4-21} \quad v_0 = v \cdot \sin(100^g - \alpha_v) = v \cdot \cos \alpha_v$$

$$\text{Gl. 3.4-22} \quad v_1 = v \cdot \sin(200^g - \alpha_v) = v \cdot \sin \alpha_v$$

resultiert:

$$\text{Gl. 3.4-23} \quad f(v) = v_0 \cdot \sin \alpha - v_1 \cdot \cos \alpha$$

Ein beliebiger Wert α' am Horizontalkreis wird wie folgt korrigiert:

$$\text{Gl. 3.4-24} \quad \alpha = \alpha' - (v_0 \cdot \sin \alpha' - v_1 \cdot \cos \alpha') \cdot \cot z$$

3.4.4.4 Zusammenfassung der Instrumentenabweichungen

Die instrumentellen Abweichungen können durch eine geeignete Messanordnung (Messung in zwei Lagen) eliminiert werden. Die Stehachsschiefe, die keine instrumentelle Abweichung, sondern eine Aufstellungsungenauigkeit darstellt, ist auch durch zweilagiges Messen nicht zu eliminieren.

Tab. 3-4 Instrumentenabweichung

Abweichung	Zielachsabweichung	Kippachsabweichung	Höhenindexabweichung	Stehachsschiefe
Messen in zwei Lagen	eliminiert	eliminiert	eliminiert	nicht eliminiert

3.5 Elektronische Distanzmessung

3.5.1 Einleitung

Die Einheit „Meter“ ist seit 1983 im Internationalen Einheitensystem (SI) über die Zeit in Verbindung mit der Naturkonstanten c_0 , der Vakuumlichtgeschwindigkeit, definiert. Demzufolge stellt die elektronische Distanzmessung eine Längenbestimmung getreu dieser Definition dar. Bei der elektronischen Distanzmessung wird ein Signal von einem Sender ausgesendet über die Distanz geschickt und von einem Empfänger empfangen. Die Signallaufzeit multipliziert mit dem Wert der Lichtgeschwindigkeit im Ausbreitungsmedium ergibt die Distanz.

Die heutigen EDM-Geräte arbeiten nach folgendem Verfahren: Eine elektromagnetische Welle wird von einem Sender erzeugt, über die zu bestimmende Distanz durch die Atmosphäre zu einem Reflektor gesandt, dort reflektiert, durchläuft wiederum die Atmosphäre und wird von einem Empfänger empfangen und ausgewertet. Die einzelnen Formen der elektronischen Distanzmessung unterscheiden sich dadurch, wie ein Signal (Messsignal) über die zu messende Distanz geschickt wird, d.h. ob, und wenn ja in welcher Weise, dieses einer elektromagnetischen Trägerwelle aufmoduliert wird. Hierbei versteht man unter Modulation die Veränderung von Signalparametern eines Trägers in Abhängigkeit von einem modulierenden Signal, siehe Abb. 3.56. In der Geodäsie wird durch die Atmosphäre gemessen. Deshalb fungieren als Träger Mikrowellen (elektronische Distanzmessung) oder Lichtwellen (elektrooptische Distanzmessung). Für spezielle Anwendungen wird auch Ultraschall angewendet.

Modulationsformen

Zur Aufmodulation von Signalen auf Trägerwellen unterscheidet man vier verschiedene Modulationsformen. Bei der Amplitudenmodulation, siehe Abb. 3.57, ändert sich die Amplitude der Trägerschwingung mit dem Modulationssignal. Bei der Phasenmodulation, siehe Abb. 3.58, ändert sich die Phasenlage der Trägerschwingung in Abhängigkeit vom Modulationssignal, bei der Frequenzmodulation, siehe Abb. 3.58, die Frequenz, wobei sich beide mathematischen Beschreibungen ineinander überführen lassen.

Gruppierung von Sender und Empfänger

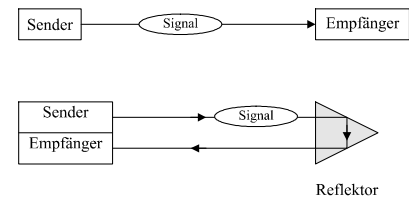


Abb. 3.55 Gruppierung von Sender und Empfänger

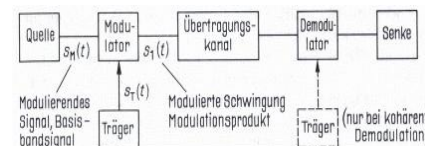


Abb. 3.56 Anwendung der Modulation

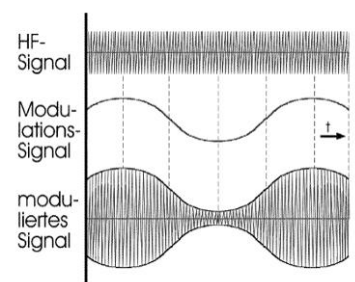


Abb. 3.57 Amplitudenmodulation

Trägerwelle:

$$y_T = A_T * \sin(\omega_T * t + \varphi_T)$$

mit

$$A_T = \text{Trägerwellenamplitude}$$

$$\omega_T = 2 * \pi * f_T$$

$$f_T = \text{Trägerfrequenz}$$

$$\varphi_T = \text{Trägerphase}$$

$$T = \text{Zeit}$$

Amplitudenmodulation:

$$A_T = A_M * \sin(\omega_M * t + \varphi_M)$$

mit

$$A_M = \text{Amplitude des Modulationssignals}$$

$$\omega_M = 2 * \pi * f_M$$

$$f_M = \text{Modulationsfrequenz}$$

$$\varphi_M = \text{Modulationsphase}$$

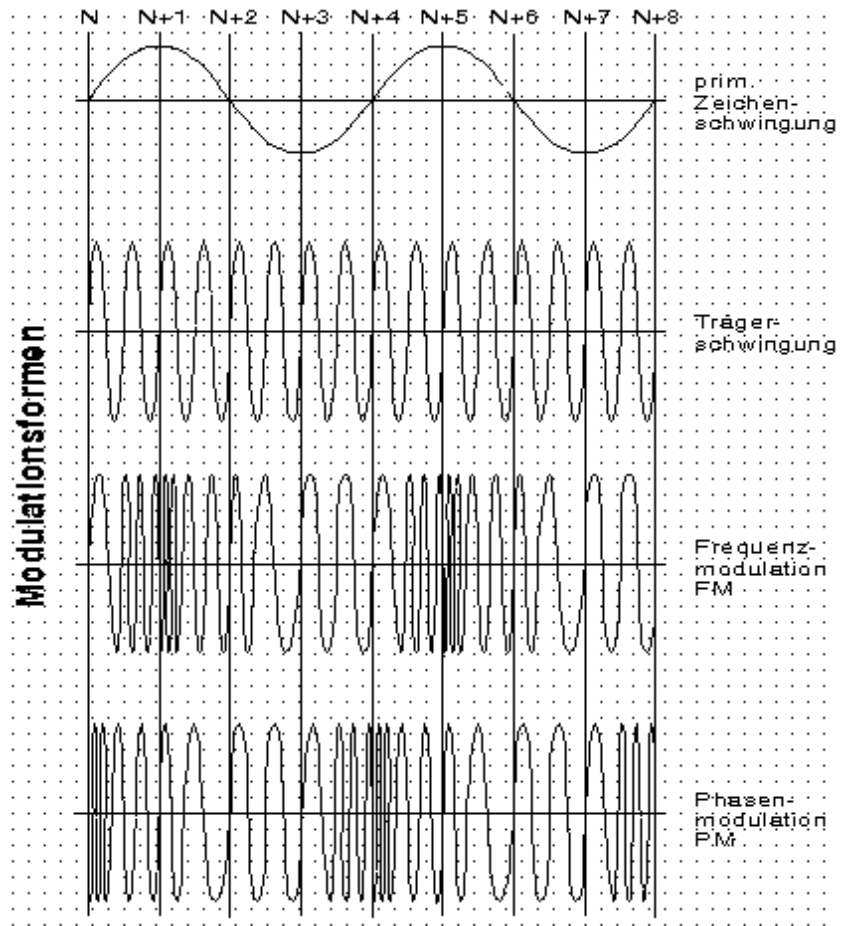


Abb. 3.58 Frequenz- und Phasenmodulation

Bei der Polarisationsmodulation, siehe Abb. 3.59, die beim Mekometer ME 5000, eingesetzt wird, werden die Polarisations-eigenschaften der ausgesendeten Welle in funktionaler Abhängigkeit zur Modulationsfrequenz geändert.

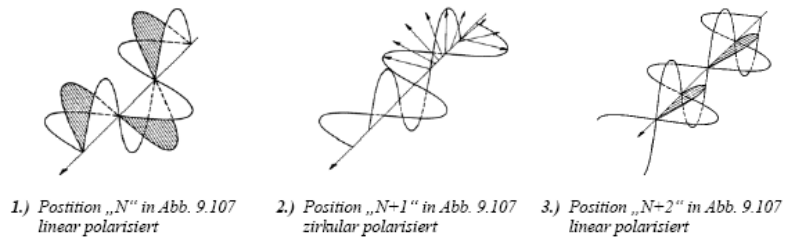


Abb. 3.59 Polarisationsmodulation (aus HENNES [1995])

Wellenbereiche

Das Spektrum elektromagnetischer Strahlung reicht von extrem kurzwelliger kosmischer Strahlung bis zu Radiowellen von einigen Kilometern Länge.

In Abb. 3.60 sind zwei Wellenbereiche für die geodätische Entfernungsmessung von grosser Relevanz. Hier ist die Atmosphäre relativ gut durchdringbar.

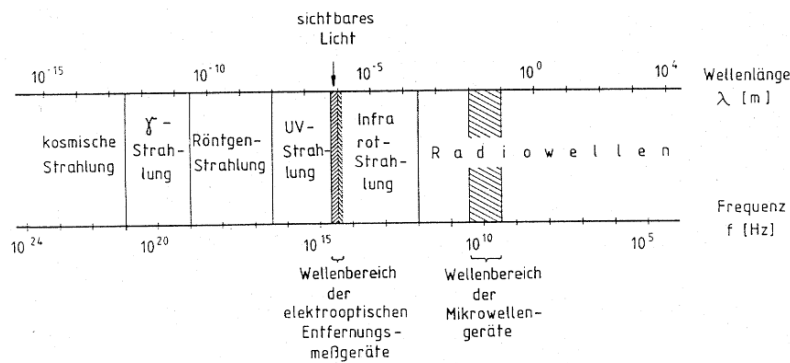


Abb. 3.60 Spektrum der elektromagnetischen Strahlung (aus JOECKEL, STOBER [1992])

Die angesprochenen Wellenbereiche sind im Einzelnen:

- 1) Sichtbares Licht und angrenzender Bereich der kurzwelligen Infrarotstrahlung mit $0.4 \mu\text{m} - 1.3 \mu\text{m}$ für elektrooptische Distanzmesser
- 2) Ausschnitt aus dem Bereich der Radiowellen:
 $\lambda_1 = 0.1905 \text{ m}$ und $\lambda_2 = 0.2445 \text{ m}$ für Mikrowellen des GNSS. Hier am Beispiel von GPS. (GLONASS und GALILEO haben ähnliche Wellenlängen)

3.5.2 Impulsmessverfahren

Beim Impulsmessverfahren, oder Impulslaufzeitverfahren, sendet der Sender nur während sehr kurzer Zeit und das gesamte Wellenpaket dient als Messsignal (Puls). Misst man die Laufzeit t eines Impulses, der zum Reflektor und wieder zurück zum Empfänger läuft, so ergibt sich für die Distanz zum Reflektor

$$\text{Gl. 3.5-1} \quad d = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_0}{n} \cdot t$$

Für eine Impulsdauer von $1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ ergibt sich ein "Lichtbalken" von ca. 3 m Länge. Soll die Streckenmessung mit einer Genauigkeit von 5 mm erfolgen, so muss die Zeitmessung mit einer Genauigkeit von $0.33 \cdot 10^{-10} \text{ s}$ erfolgen. Zur Zeitmessung werden grundsätzlich zwei Verfahren eingesetzt, die digitale (Ibeo) und die kombinierte analog-digitale Zeitmessung (WILD). Um die Auflösung zu steigern, wird eine Mittelung, über in schneller Folge ausgeführte Einzelmessungen, durchgeführt. Der Sender erzeugt mittels einer Laserdiode einen Strahlungsimpuls von beispielsweise $1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$, die Repetitionsfrequenz liegt in der Größenordnung von 2 kHz. Zur Elimination des zeitlichen Driftens der Elektronik wird eine innere Eichstrecke eingeführt.

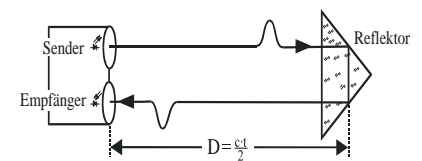


Abb. 3.61 Prinzip des Impulsmessverfahrens

n : Brechungsindex des Ausbreitungsmediums

Vorteile des Impulsmessverfahrens:

- Innerhalb kurzer Zeit eindeutige Messergebnisse (von der Theorie her eindeutig, Repetitionsfrequenz bei 2 oder mehr Pulsen muss bekannt sein.)
- Grössere Reichweite, da höhere Strahlstärke möglich
- Wegen der energiereichen Impulse ist dieses Verfahren über grössere Distanzen reflektorlos verwendbar

Nachteil des Impulsmessverfahrens:

- Ein hoher technischer Aufwand ist notwendig, um u.a. die durch atmosphärische Einflüsse hervorgerufenen Impulsdeformationen zu erfassen.

3.5.3 Phasenvergleichsverfahren

90% aller EDM arbeiten nach dem Phasenvergleichsverfahren. Hierbei wird das Messergebnis von einer Massstabswellenlänge abgeleitet. Ein Schwingungsvorgang mit der Frequenz f erzeugt daher die Massstabswellenlänge λ :

$$\text{Gl. 3.5-2} \quad \lambda = \frac{c_0}{n \cdot f}$$

Auf einer Trägerwelle wird ein sinusförmiges Signal in Form einer Intensitäts- (Amplituden-) Änderung aufmoduliert. (Abb. 3.62.)

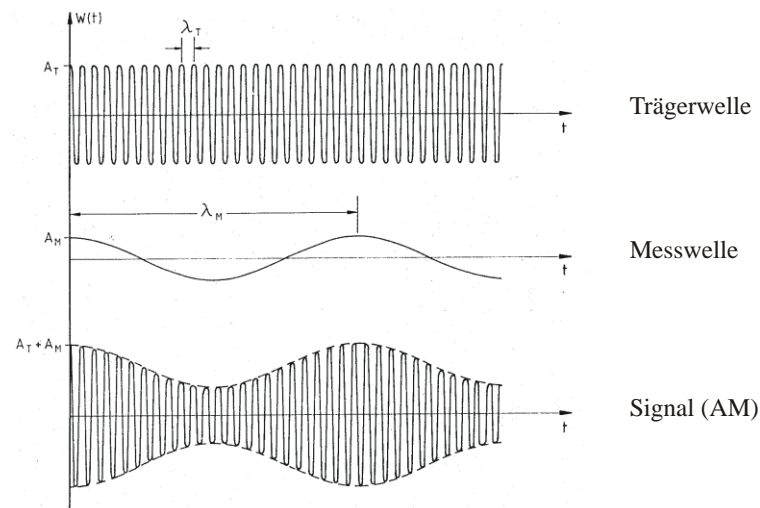


Abb. 3.62 Amplitudenmodulation (aus JOECKEL, STOBBER [1996])

Hierbei gilt die aufmodulierte Welle als Masseinheit für die Streckenmessung. Nach obiger Beziehung wird mittels der Modulationsfrequenz die Wellenlänge des Messsignals festgelegt.

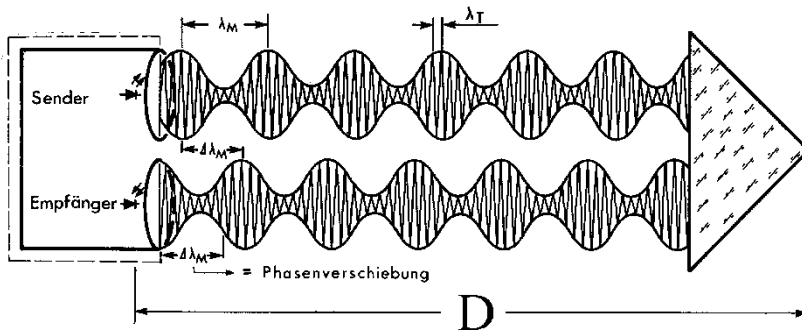


Abb. 3.63 Prinzip der Distanzmessung durch das Phasenvergleichsverfahren (aus WITTE [1995])

Diese Messwelle wird von einem Sender ausgestrahlt, geht zu einem Reflektor und trifft im Empfänger phasenverschoben gegenüber der ausgesendeten Welle ein. Die Distanz setzt sich aus dem ganzzahligen Vielfachen der Modulationswellenlängen und einem funktional durch die Phasenverschiebung auszudrückenden Wellenreststück zusammen. Es gilt:

$$Gl. 3.5-3 \quad d = \frac{1}{2} \cdot (N \cdot \lambda + \Delta\lambda)$$

N = Mehrdeutigkeiten (Ambiguities)
 $\Delta\lambda$ = Restwellenlänge

Das funktional mit der im Zeitbereich gemessenen Phasenverschiebung $\Delta\phi$ zusammenhängende Wellenreststück $\Delta\lambda$ erhält man aus

$$Gl. 3.5-4 \quad \Delta\lambda = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \cdot \lambda$$

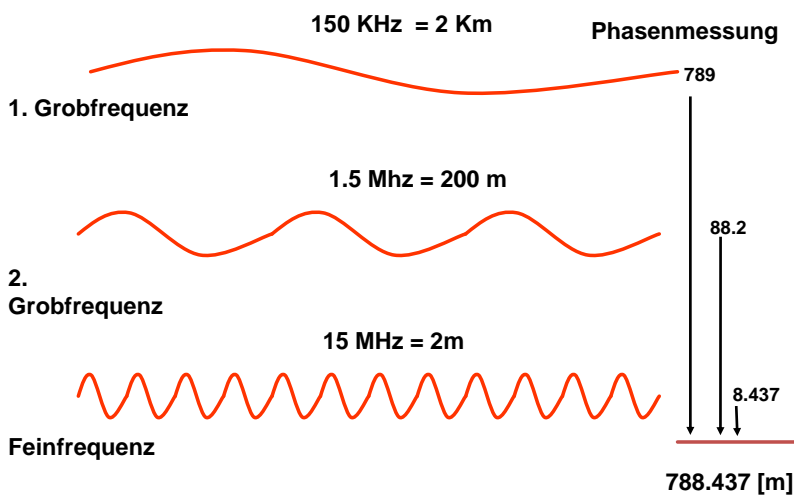


Abb. 3.64 Bestimmung der Mehrdeutigkeiten (Ambiguities)

Die Vielfachen N_k (Ambiguities) der Messwellenlängen werden dadurch bestimmt, dass zusätzlich zu einer Feinmesswellenlänge ($\lambda_M \approx 1..10m$, instrumentenspezifisch) mit einer Grobwellenlänge ($\lambda_M \approx 0.3..5km$) die Distanz grob bestimmt wird.

Vorteile des Phasenvergleichsverfahrens

- Ausgereiftes Verfahren
- Kompakte Geräte

Nachteil des Phasenvergleichsverfahrens

- Eine eindeutige Streckenmessung ist für Strecken länger als die Massstabswellenlänge mit einer einzigen Massstabswellenlänge nicht möglich.

3.5.4 Genauigkeitsklassen und Reichweiten von EDM

EDM eignet sich gut um Messungen von wenigen Metern bis ca 5km durchzuführen. Messungen von Distanzen $> 5\text{km}$ werden mittels GNSS bestimmt. Dazu werden die Koordinaten der Endpunkte der Strecke mittels GNSS bestimmt und daraus die Distanz abgeleitet.

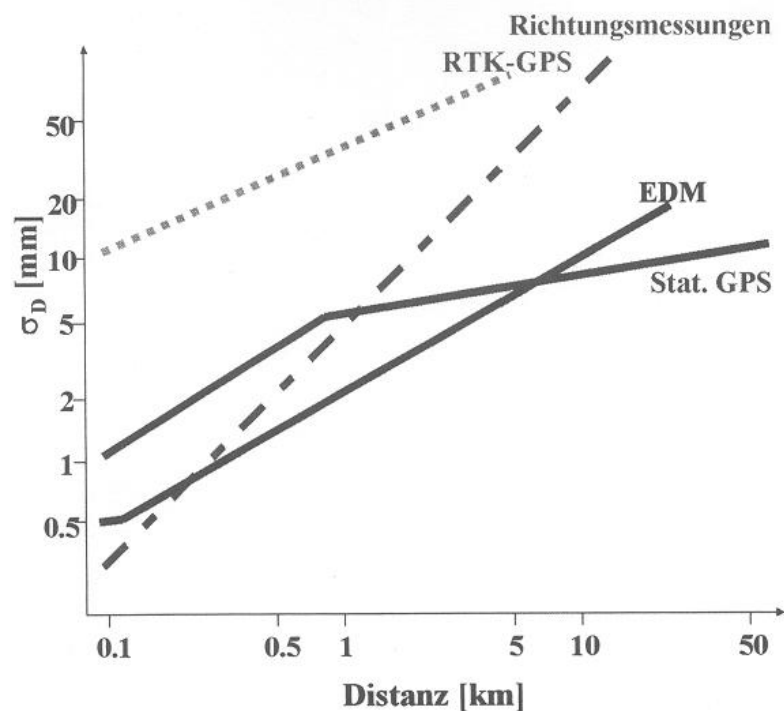


Abb. 3.65 Genauigkeits- und Reichweitenvergleich von EDM, Richtungs- und GNSS (nach F. Brunner, TU Graz)

3.5.5 Instrumentell bedingte Korrekturen

Kalibrierung

Üblicherweise weisen elektronische Instrumente Fehlverhalten auf, die sich hauptsächlich durch Offsets, Linearitätsfehler und Driften beschreiben lassen. Bei EDM-Geräten schlagen sie sich in der Additions- und Frequenzkorrektur nieder. Driften werden intern kompensiert, indem während des normalen Messvorgangs eine innere Eichstrecke zur Kontrolle bzw. zum Abgleich gemessen wird. Zusätzlich auftretende Effekte (wie z.B. zyklisch in Abhängigkeit von der Distanz auftretende Fehler) werden an dieser Stelle nicht weiter behandelt; allerdings sollte man periodisch und auch vor Präzisionsdistanzmessungen die fehlerfreie Arbeitsweise des Instrumentes überprüfen, da man nicht von der Konstanz der einmal bestimmten Korrekturgrößen ausgehen kann. Während bei der Richtungsmessung (aus der Historie der Instrumentenentwicklung begründet) in der Regel die Elimination der Fehlereinflüsse durch das Messverfahren erreicht wird, kam bei der elektrooptischen Distanzmessung schon früh der Gedanke auf, das Instrument auf Sollwerte abzugleichen und die Korrekturen rechnerisch anzubringen. Die Bestimmung dieser Abweichungen nennt man Kalibrierung. Wird sie auf amtliche Normale bezogen, nennt man sie Eichung. Das „Wegstellen“ eines derart ermittelten Fehlers, also die „Justierung“ wird bei EDM-Geräten in der Regel nicht angewendet.

Für die Bestimmung dieser Korrekturen sei auf die weiterführende Literatur WITTE, SCHWARZ [1996], JOECKEL, STOBBER [1995], RUEGER [1987] verwiesen.

Additionskorrektion

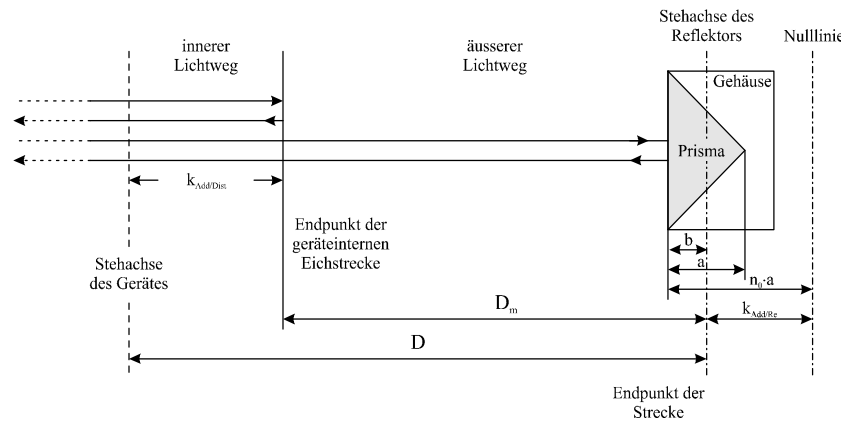


Abb. 3.66 Additionskorrektur

Aufgrund des Unterschiedes zwischen innerem und äußerem Lichtweg einer Instrument- und Reflektor-Kombination, siehe Abb. 3.66, ist eine Additionskorrektion k_{Addition} , die in erster Näherung konstant ist, anzubringen. Aufgrund obiger Definition der Additionskorrektion, oder Nullpunktskorrektur, ist diese für eine bestimmte Distanzmesser-Reflektor-Kombination zu ermitteln. Die Bestimmung der Additionskorrektion wird auf Vergleichsstrecken durchgeführt und durch einen Vergleich zwischen Soll- und Ist-Strecken ermittelt. Für die Überprüfung im Nahbereich sind Vergleichsmessungen gegen ein Interferometer zu empfehlen.

Das im Folgenden beschriebene Feldverfahren kann zu einer Bestimmung der Additionskonstanten angewendet werden. Es ist darauf zu achten, dass eine redundante (überbestimmte) Bestimmung auf diesen linearen Streckennetzen erfolgt. Zur Berechnung der Additionskorrektion sind zunächst die gemessenen Strecken meteorologisch, geometrisch und instrumentell (Frequenzkorrektur) zu korrigieren.

Die Additionskorrektion wird immer für eine bestimmte Distanzmesser-Reflektor-Kombination bestimmt. Beim Feldverfahren (ohne Überbestimmung!) wird folgende Messanordnung gewählt.

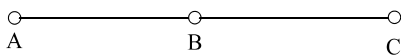


Abb. 3.67 Messanordnung zur Bestimmung der Additionskonstanten

a : Additionskonstante

Aufstellen von drei Stativen A, B und C streng in einer Geraden. Zwangszentrierung verwenden. Die Distanzen zwischen den Punkten A, B und C müssen nicht bekannt sein.

Gemessen werden die Distanzen AB, BC, AC. Es gilt nun:

$$\overline{AB} + a + \overline{BC} + a = \overline{AC} + a$$

Gl. 3.5-5

$$a = \overline{AC} - (\overline{AB} + \overline{BC})$$

Frequenzkorrektion

Beim Phasenvergleichsverfahren soll durch die Modulation der Trägerwelle mit der Modulationsfrequenz f eine bestimmte Wellenlänge erzeugt werden. Weicht diese Frequenz von ihrer Sollfrequenz (Bezugsfrequenz f_M) ab, z.B. aufgrund der Alterung und Temperaturabhängigkeit des frequenzerzeugenden Bauteils (Quarz), so ist eine Frequenzkorrektur anzubringen.

$$\text{Gl. 3.5-6} \quad k_{\text{Frequenz}} = \frac{f_M - f}{f}$$

Die frequenz- (oder massstabs-)korrigierte Distanz d_f ergibt sich aus

$$\text{Gl. 3.5-7} \quad d_f = d_{\text{Roh}} + k_{\text{Frequenz}} \cdot d_{\text{Roh}}$$

k_{Frequenz} wird oft in [ppm] = „parts per million“ angegeben. Üblicherweise sollte der Betrag der Massstabskorrektur 5 ppm nicht überschreiten. Im Hinblick auf die gewünschte Distanzmessgenauigkeit (meist 1 ppm) ist die Frequenzkorrektur mit entsprechender Genauigkeit zu bestimmen. Dies wird im Labor mit einem Frequenznormal hoher Genauigkeit (besser $1 \cdot 10^{-7}$) vorgenommen, dem entweder direkt die am Prüfling abgegriffene Modulationsfrequenz oder die mittels einer Photodiodenschaltung aus dem ausgesendeten optischen Signal aufbereitete Modulationsfrequenz zugeführt wird.

Meteorologische Korrektion

Die meteorologische Korrektion beruht auf einer Abweichung des tatsächlichen Brechungsindex n von dem der Normatmosphäre infolge von Temperatur-, Luftdruck- und Feuchteänderungen. Dieser ist funktional mit der Messwellenlänge λ , die sich aus der Modulationsfrequenz f ergibt, verknüpft:

$$\text{Gl. 3.5-8} \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{c_0}{n \cdot f}$$

bzw. ändert die Laufzeit eines Pulses

$$\text{Gl. 3.5-9} \quad t = \frac{2 \cdot d}{c} = \frac{2 \cdot n \cdot d}{c_0}$$

Das heisst, dass man instrumentenbautechnisch eine bestimmte (z.B. ganzzahlige) Modulationswellenlänge λ durch die Auswahl der Modulationsfrequenz f_M festlegen kann, aber wegen Gl. 3.5-8 auch über den Bezugsbrechungsindex n_B verfügt. Weil bei Licht als Trägerwelle n eine Funktion der Trägerwellenlänge und meteorologischen Parametern

$$\text{Gl. 3.5-10} \quad n = n(\lambda_T, T, p, e)$$

ist, hat man damit auch über ein Tripel atmosphärischer Parameter verfügt.

Dieses Tripel beschreibt die Bezugsatmosphäre. Abweichungen von dieser Bezugsatmosphäre während der Messung bewirken also wegen Gl. 3.5-8 eine Änderung des durch die Modulationswellenlänge vorgegebenen Massstabs. Die meteorologische Korrektur ist also im strengen Sinn nicht als vollständig instrumentell bedingte Korrektur anzusehen, weil sie neben dem Bezugsbrechungsindex viel mehr von den bei jeder Messung variierenden meteorologischen Parametern abhängt. Sie wird an dieser Stelle nochmals aufgeführt, um den Zusammenhang mit Instrumentenparametern aufzuzeigen.

Da n sehr nahe bei 1 liegt, wird vielfach die Brechzahl N verwendet:

$$\text{Gl. 3.5-11} \quad (n-1) \cdot 10^6 = N$$

Bei der Ausbreitung von Licht sind **Phasen- und Gruppengeschwindigkeit** zu unterscheiden:

Phasengeschwindigkeit ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer monochromatischen Welle (z.B. Laserinterferometrie). Da aber das Licht bei EDM-Geräten moduliert ist und sich deswegen wie ein schmales Frequenzband von Wellen unterschiedlicher Wellenlängen, eine sogenannte Wellengruppe, verhält, breitet sich hier die Energie mit dem Intensitätsmaximum dieser Wellengruppe, der Gruppengeschwindigkeit aus. Die Gruppengeschwindigkeit ist immer kleiner als die Phasengeschwindigkeit der einzelnen Wellenlängen. Analog den Begriffen Phasen- und Gruppengeschwindigkeit sind die Begriffe **Phasen- und Gruppenbrechungsindex** zuzuordnen.

Da somit die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen auch von der Trägerwellenlänge abhängt, muss zunächst einmal die Gruppenbrechzahl N_{Gr} , beispielweise nach Barrel und Sears, bestimmt werden:

$$\lambda_T = \text{Trägerwellenlänge in } \mu\text{m} \quad \text{Gl. 3.5-12} \quad N_{Gr} = 287.6155 + \frac{4.88660}{\lambda_T^2} + 5 \cdot \frac{0.0136}{\lambda_T^4}$$

Dieser Wert bezieht sich auf eine Normatmosphäre:

$$\begin{aligned} T &= 0^\circ\text{C} \\ p &= 1013.25 \text{ hPa} = 760 \text{ Torr} \\ \text{CO}_2\text{-Gehalt} &= 0.03\% \end{aligned}$$

und trockene Luft.

Der Wert ist auf die tatsächlich herrschenden atmosphärischen Verhältnisse umzurechnen (die (optische) Dichte ändert sich mit Druck, Temperatur und Dampfdruck):

$$Gl. 3.5-13 \quad N = \frac{N_{Gr}}{1 + 0.003661 \cdot T} \cdot \frac{p}{1013.25} - \frac{0.041}{1 + 0.003661 \cdot T} \cdot e$$

$$0.003661 = \frac{1}{273.15} = \alpha$$

T = Lufttemperatur in °C
 p = absoluter Luftdruck in hPa
 e = Partialdruck des Wasserdampfes in hPa
 α = Ausdehnungskoeffizient der Luft

Mit der Bezugsbrechzahl N_B ergibt sich die meteorologische Korrektur k_{meteo} in der Dimension [ppm] zu:

$$Gl. 3.5-14 \quad k_{meteo} = N_B - N$$

Die Bezugsbrechzahl N_B ist den Herstellerangaben zu entnehmen oder aus Referenzdaten zu berechnen.

Die meteorologisch korrigierte Distanz d_m ergibt sich aus

$$Gl. 3.5-15 \quad d_m = d_{roh} + k_{meteo} \cdot d_{roh}$$

Für eine Abschätzung, wie genau die meteorologischen Parameter zu ermitteln sind, sei folgende Relation heranzuziehen. Das Messergebnis ändert sich um 1 ppm, wenn sich

- die Lufttemperatur um 1.0 K oder
- der Luftdruck um 3.4 hPa oder
- der Partialdruck des Wasserdampfes um 25 hPa ändert.

Verschiedene Hersteller, wie z.B. Leica, bieten Formeln zur Distanzreduktion an, in der die instrumentenspezifische Atmosphäre bereits eingerechnet wurde und vom Benutzer die Eingabe repräsentativer Werte für Druck und Temperatur verlangen. Für Leica-Distanzmesser gilt:

$$Gl. 3.5-16 \quad k_{Leica} = 281.8 - \frac{0.29065 \cdot p}{1 + 0.00366 \cdot T}$$

Diese Darstellung ist äquivalent zu Gl. 3.5-14

3.6 Distanzreduktion

3.6.1 Zweck und Umfang der Distanzreduktion

Mit Hilfe der Distanzreduktion werden die gemessenen Distanzen in Distanzen des ebenen Projektionssystems umgerechnet. Somit gelten für die in das Projektionssystem reduzierten Distanzen die Regeln des ebenen Koordinatenrechnens.

Grundsätzlich sind folgende Korrekturen und Reduktionen massgebend:

- 1) Instrumentell bedingte Korrekturen
- 2) Meteorologische Korrekturen
- 3) Geometrische Reduktionen

In der umgekehrten Reihenfolge und mit umgekehrtem Vorzeichen müssen diese Korrekturen und Reduktionen an Distanzen angebracht werden, welche aus Koordinaten bestimmt wurden und im Gelände für Absteckungsarbeiten benötigt werden.

Im Falle der Koordinatenbestimmung mittels Distanzmessung werden die Korrekturen und Reduktionen in der oben erwähnten Reihenfolge an die gemessenen Rohdistanzen angebracht.

3.6.2 Instrumentell bedingte Korrekturen

Je nach eingesetztem Distanzmessverfahren (EDM, GNSS, Messband) sind unterschiedliche instrumentell bedingte Korrekturen notwendig.

Beispiele für instrumentell bedingte Korrekturen sind bei der elektronischen Distanzmessung die Frequenzkorrektur (Massstabsabweichung) und die Additionskonstante.

Im folgenden Abschnitt wird vorausgesetzt, dass Schrägdistanzen d_s vorliegen, bei welchen die instrumentell bedingten Korrekturen bereits angebracht worden sind oder bei welchen diese im Rahmen der gewünschten Genauigkeit vernachlässigbar klein sind.

3.6.3 Meteorologische Korrekturen

Meteorologische Korrekturen sind bei Distanzmessverfahren anzubringen, welche elektromagnetische Wellen benutzen, denn die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c variiert mit dem Brechungsindex n der Luft:

$$\text{Gl. 3.6-1} \quad c = \frac{c_0}{n}$$

Bei elektromagnetischen Wellen ist c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

Der Brechungsindex ist eine Funktion der Temperatur T , des Luftdruckes p , des Dampfdruckes e und der Wellenlänge λ :

$$\text{Gl. 3.6-2} \quad n = f(p, T, e, \lambda)$$

Für LEICA-Distanzmesser ($\lambda = 0.850 \mu\text{m}$) und unter Vernachlässigung des Dampfdruckes der Luft ergibt sich folgende Gebrauchsformel für die meteokorrigierte Schrägdistanz:

$$\text{Gl. 3.6-3} \quad d_m = d_s + d_s \cdot 10^{-6} \cdot \left[282 - \frac{0.29 \cdot p [\text{hPa}]}{1 + 0.0037 \cdot T [^\circ\text{C}]} \right]$$

3.6.4 Geometrische Reduktionen

Um aus der meteokorrigierten Schrägdistanz d_m die Distanz D im Projektionssystem (d.h. Landeskoordinatensystem) zu erhalten, müssen geometrische Reduktionen in folgenden Schritten angebracht werden:

Schritt	Input	Output
1. Reduktion auf Höhe Null (Meereshöhe)	d_m	D_0
2. Reduktion der Kugeldistanz D_0 in das Projektionssystem	D_0	D

Diese Schritte werden nachfolgend näher erläutert. Zu beachten ist, dass diese Reduktionen nur für Distanzen $< \text{ca. } 5 \text{ km}$ angewendet werden sollen.

3.6.4.1 Reduktion auf Höhe Null

Wie aus Abb. 3.68 ersichtlich ist, verbindet die Schrägdistanz d_m die unterschiedlich hohen Punkte A und B. Deren Höhen h_A bzw. h_B stehen senkrecht zur Erdkugel mit Radius R .

Im Folgenden soll also aus der Schrägdistanz d_m die Kugeldistanz D_0 auf Höhe Null bestimmt werden. Dazu werden noch weitere Informationen benötigt,

- entweder die Höhen h_A bzw. h_B ; siehe Abschnitt in diesem Kapitel „Distanzreduktion aus Punkthöhen“
- oder der Zenitwinkel; siehe Abschnitt in diesem Kapitel „Distanzreduktion mit Zenitwinkeln“

Je nach den in den verschiedenen Ländern verwendeten Projektionssystemen wird ein anderer Wert für den Erdradius R verwendet. In der Schweiz gilt: $R = 6379000 \text{ m}$.

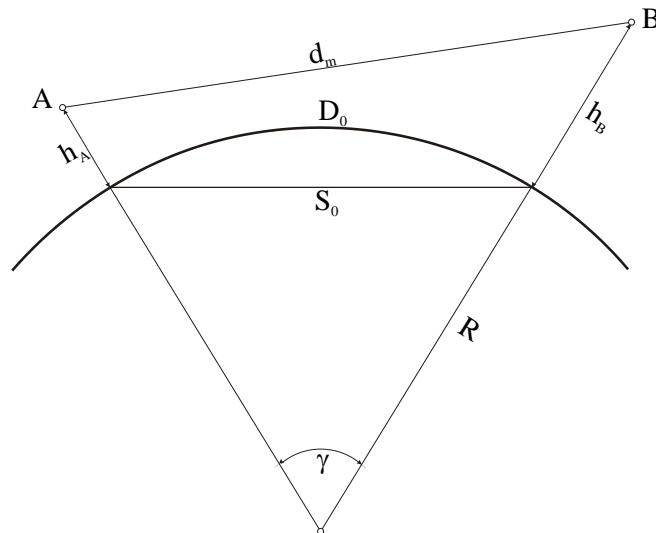


Abb. 3.68 Distanzreduktion auf Höhe Null (aus Punkthöhen)

Distanzreduktion aus Punkthöhen

Die Distanzreduktion aus Punkthöhen ist die genaueste Reduktionsmethode und kommt dann zum Einsatz, wenn die ellipsoidischen Höhen h_A und h_B der Punkte A bzw. B genügend genau bekannt sind.

Aufgrund der Abb. 3.68 kann die Kugeldistanz auf Höhe Null wie folgt berechnet werden:

$$\text{Gl. 3.6-4} \quad D_0 \cong S_0 = \sqrt{\frac{d_m^2 - \Delta h^2}{\left(1 + \frac{h_A}{R}\right)\left(1 + \frac{h_B}{R}\right)}}$$

wobei

$$\text{Gl. 3.6-5} \quad \Delta h^2 = (h_B - h_A)^2$$

Herleitung von Gl. 3.6-4:

$$d_m^2 = (h_A + R)^2 + (h_B + R)^2 - 2 \cdot (h_A + R)(h_B + R) \cdot \cos \gamma$$

$$d_m^2 = (h_A + R)^2 + (h_B + R)^2 - 2 \cdot (h_A + R)(h_B + R) + 2 \cdot (h_A + R)(h_B + R)(1 - \cos \gamma)$$

mit $(1 - \cos \gamma) = 2 \cdot \sin^2 \frac{\gamma}{2}$ folgt:

$$d_m^2 = h_A^2 + h_B^2 - 2 \cdot h_A h_B + 2 \cdot (h_A + R)(h_B + R) \cdot 2 \cdot \sin^2 \frac{\gamma}{2}$$

$$d_m^2 = (h_A - h_B)^2 + 4 \cdot (h_A + R)(h_B + R) \cdot \sin^2 \frac{\gamma}{2} = \Delta h^2 + 4 \cdot (h_A + R)(h_B + R) \left(\frac{S_0}{2 \cdot R}\right)^2$$

Für Distanzen kleiner als 10 km darf die Sehnenlänge S_0 mit der Kugeldistanz D_0 gleichgesetzt werden (Fehler < 1 mm).

Ebenfalls darf für die ellipsoidischen Höhen h_A und h_B die orthometrische Höhe ("Gebrauchshöhen") H_A und H_B der Punkte A bzw. B verwendet werden, obwohl sich diese auf das Geoid und nicht auf die Kugel mit Radius R beziehen.

Hingegen übt die Standardabweichung der Höhendifferenz zwischen A und B den massgebenden Einfluss auf die Genauigkeit der Kugeldistanz D_0 aus. Zur Abschätzung der Genauigkeitsanforderung an die Höhendifferenz kann folgende Formel verwendet werden:

$$Gl. 3.6-6 \quad \sigma_{D_0} = \sqrt{\frac{1 - \frac{h_A + h_B}{R}}{d_m^2 - \Delta h^2} \cdot \Delta h^2 \cdot \sigma_{\Delta h}^2}$$

wobei: $\sigma_{\Delta h}$ Standardabweichung der Höhendifferenz Δh

σ_{D_0} Standardabweichung der Kugeldistanz D_0

Herleitung von Gl. 3.6-4:

$$D_0 = \sqrt{\frac{d_m^2 - \Delta h^2}{\left(1 + \frac{h_A}{R}\right)\left(1 + \frac{h_B}{R}\right)}} \cong \sqrt{\frac{d_m^2 - \Delta h^2}{1 + \frac{h_A + h_B}{R}}} \cong \sqrt{(d_m^2 - \Delta h^2) \left(1 - \frac{h_A + h_B}{R}\right)}$$

$$\frac{\partial D_0}{\partial \Delta h} = - \frac{1 - \frac{h_A + h_B}{R}}{\sqrt{(d_m^2 - \Delta h^2) \left(1 - \frac{h_A + h_B}{R}\right)}} \cdot \Delta h$$

$$\sigma_{D_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial D_0}{\partial \Delta h}\right)^2 \cdot \sigma_{\Delta h}^2} = \sqrt{\frac{1 - \frac{h_A + h_B}{R}}{d_m^2 - \Delta h^2} \cdot \Delta h^2 \cdot \sigma_{\Delta h}^2}$$

Beispiel:

Gegeben:

$$d_m = 1000 \text{ m} \quad h_A = 450 \text{ m}$$

$$\sigma_{\Delta h} = 0.10 \text{ m} \quad h_B = 750 \text{ m}$$

daraus folgt:

$$\Delta h = 300 \text{ m}$$

$$D_0 = 953.85 \text{ m} \quad \sigma_{D_0} = 0.03 \text{ m}$$

Distanzreduktion mit Zenitwinkeln

Die Distanzreduktion mit Zenitwinkeln ist mit der trigonometrischen Höhenbestimmung verwandt. Das Prinzip ist in Abb. 3.69 Reduktion auf Horizontal-distanz dargestellt. Hierbei müssen die Punkthöhen, zwischen denen die Distanzmessung erfolgt, nur näherungsweise bekannt sein. Für die Reduktion der Horizontal-distanzen d_{hor} auf die Kugeldistanz D_0 wird die Mittelhöhe H_m zwischen den Beobachtungspunkten verwendet.

Die Reduktion erfolgt grundsätzlich in 2 Schritten:

Schritt 1:

Berechnung der Horizontal-distanz d_{hor} :

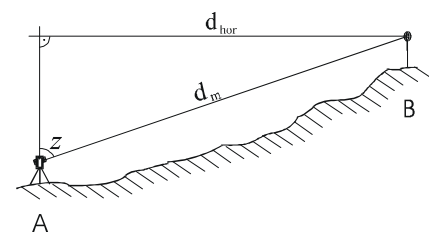


Abb. 3.69 Reduktion auf Horizontal-distanz

Für Distanzen ≤ 500 m kann die Reduktion auf die Horizontal-distanz d_{hor} gemäss folgender Formel erfolgen:

$$\text{Gl. 3.6-7} \quad d_{\text{hor}} = d_m \cdot \sin(z)$$

Für Distanzen > 500 m ist gemäss den Formeln in Kap. 3.6.5 vorzugehen.

Schritt 2:

Reduktion der Horizontal-distanz d_{hor} auf die Kugeldistanz D_0 auf Höhe Null:

Die in Gl. 3.6-7 erhaltene Distanz wird im folgenden Schritt auf die Höhe Null (Meereshöhe) reduziert (vgl. Abb. 3.70 Reduktion ins schweizerische Projektionssystem):

$$\text{Gl. 3.6-8} \quad D_0 = d_{\text{hor}} - d_{\text{hor}} \cdot \frac{H_m}{R + H_m}$$

wobei

R Erdradius (R= 6379000 m)

h_A, h_B Höhen der Punkte A und B

H_m $(h_A + h_B) / 2$

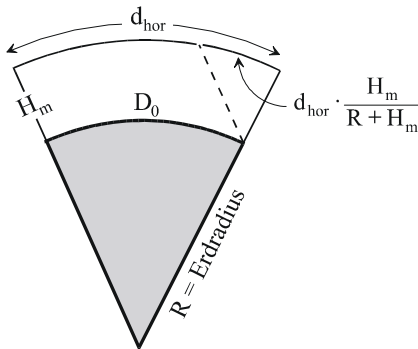


Abb. 3.70 Reduktion ins schweizerische Projektionssystem

Beispiel:

Genauigkeitsbetrachtung für die Höhe H_m

Statt der tatsächlichen Höhe H_m von 530 m wird eine Näherungshöhe $H_{m,Naeh}$ von 520 m in der Gl. 3.6-8 verwendet. Dadurch entsteht folgende Abweichung:

$$\frac{D_0 - D_{0,Naeh}}{D_0} \cong \frac{H_m - H_{m,Naeh}}{r} = -\frac{530 - 520}{6379000} = -16 \cdot 10^{-6} = -1.6 \left[\frac{mm}{km} \right]$$

Falls also die tatsächliche Höhe H_m 10 m grösser als die Näherungshöhe $H_{m,Naeh}$ ist, muss somit von einer Distanz $D_{0,Naeh}$, welche aus der Näherungshöhe bestimmt wurde, noch 1.6 mm/km subtrahiert werden, um die korrekte Distanz D_0 zu erhalten.

3.6.4.2 Reduktion der Kugeldistanz D_0 in das Projektionssystem

Das Projektionssystem der Schweizer Landesvermessung verursacht eine Vergrößerung der Kugeldistanz D_0 , wobei diese Vergrößerung mit der Nord/Süd-Entfernung von Bern quadratisch zunimmt (vgl. auch Kap. 2.5):

$$\text{Gl. 3.6-9} \quad D = D_0 + D_0 \cdot \frac{X_m^2}{2R^2}$$

wobei

Bei der Distanzreduktion mit Zenitwinkel muss die mittlere Höhe H_m nur näherungsweise bekannt sein.

$$X_m = \frac{X_A + X_B}{2}$$

X_A, X_B X-Koordinaten des Anfangspunktes A
bzw. des Endpunktes B
 $R = 6379000 \text{ m}$

Wenn für X die üblichen Landeskoordinaten verwendet werden, bei welchen Bern die Koordinaten (600000 / 200000) aufweist, muss von X [m] jeweils 200000 m subtrahiert werden.

Beispiel:

Die ETH Höggerberg / Zürich hat die X=Koordinate 251400 m und befindet sich auf 550 m.ü.M. Die Nord/Süd-Entfernung bezüglich Bern beträgt somit 51.4 km.

a) Die Reduktion auf Höhe Null verkürzt eine Distanz d_{hor} um

$$\Delta d_{hor,H} = -\frac{H_m}{R + H_m} = -\frac{550}{6379000 + 550} = -86 \cdot 10^{-6} = -86 \left[\frac{mm}{km} \right]$$

b) Die Reduktion in das Projektionssystem verlängert die Distanz d_{hor} ($\sim D_0$) um

$$\Delta d_{hor,X} = \frac{X_m^2}{2R^2} = \frac{51.4^2}{2 \cdot 6379^2} = 32 \cdot 10^{-6} = 32 \left[\frac{mm}{km} \right]$$

Für kurze Distanzen, welche in der Umgebung der ETH Höggerberg gemessen werden, kann aus der gemessenen Horizontaldistanz die Distanz D im Projektionssystem wie folgt berechnet werden:

$$D = d_{hor} + d_{hor} \cdot (\Delta d_{hor,H} + \Delta d_{hor,X})$$

$$D = d_{hor} + d_{hor} \cdot (-86 + 32) \cdot 10^{-6} = d_{hor} - 54 \cdot 10^{-6} \cdot d_{hor}$$

In den Diagrammen der Abb. 3.71 sind die Reduktionen an d_{hor} auf Höhe Null und ins Projektionssystem übersichtlich dargestellt. Ein Beispiel für eine solche Distanzreduktion ist in Tab. 3-5 dargestellt.

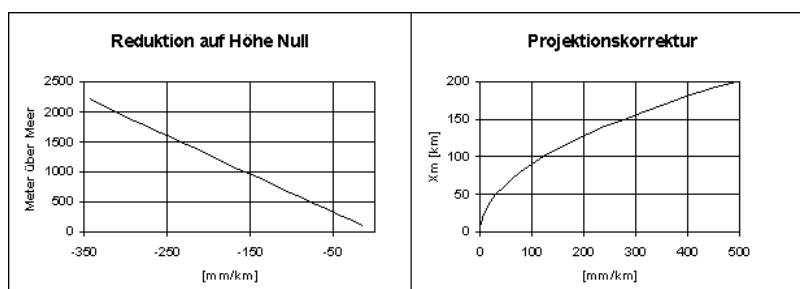


Abb. 3.71 Relative Distanzkorrekturen bei den Reduktionen auf die Höhe Null und ins Projektionssystem

Tab. 3-5 Beispiel einer Distanzreduktion mit dem Excel-Formular Distanzreduktion.xls

Distanzreduktion

Für kurze Distanzen < 5 km

Erdradius R= 6379000 m

gemessene Daten:		Meteodaten	Meteokorrektur	Reduktion auf Horizontaldistanz	Korr. wegen Höhe	Projektionsverzerrung	D = Distanz im Projektionssystem
Schrägdistanz d_s [m]	mittl. Nord/Süd-Abstand von Bern X_m [km]	Luftdruck [hPa]	$= d_s \cdot 10^{-6} \cdot \left(282 - \frac{0.29 \cdot p}{1 + 0.0037 \cdot T} \right)$	$\zeta_s = z - 0.00433 \cdot d_s \cdot 10^{-3} \cdot \sin z$	$= -d_{hor} \cdot \frac{H_m}{(R + H_m)}$	$= D_0 \cdot \frac{X_m^2}{2 \cdot R^2}$	
Zenitwinkel z [gon]	mittlere Höhe H_m [m]	Temperatur [°C]	$d_m =$ meteokorrigierte Schrägdistanz	$d_{hor} = d_m \cdot \sin z_s$	$D_0 =$ Distanz auf Meereshöhe	$D =$ Distanz im Projektionssystem	
345,123	51	942,0	0,011	86,143	-0,029	0,011	
86,1440	552	25,0	345,134	336,990	336,961	336,972	336,972

3.6.5 Einfluss von Refraktion und Erdkrümmung auf die Distanzreduktion

Bei der Berechnung der Horizontaldistanz aus Schrägdistanz und Zenitwinkel gemäss Gl. 3.6-7 und Abb. 3.69 wurden die Einflüsse von Refraktion und Erdkrümmung auf den Zenitwinkel und somit auf die Horizontaldistanz vernachlässigt. Diese Einflüsse sind ab Distanzen von ca. 500 m zu berücksichtigen. Wie Abb. 3.72 zeigt, muss der gemessene Zenitwinkel z_{mess} daher wie folgt korrigiert werden:

$$Gl. 3.6-10 \quad z = z_{mess} - \frac{\gamma}{2} + \kappa \cdot \frac{\gamma}{2}$$

Für den Refraktionskoeffizienten κ findet man in der Literatur häufig den Wert $\kappa = 0.13$. Der Refraktionskoeffizient ist jedoch abhängig von den jeweils aktuellen atmosphärischen Bedingungen und bewegt sich im Normalfall im Bereich von ca. -1 bis +1. Dies gilt unter der Annahme, dass der Abstand der Ziellinie zum Boden ca. 1.5 m beträgt.

Hierbei ist

- R: Erdradius (R = 6379000 m)
- d_m : (meteokorrigierte) Schrägdistanz [m]
- z_{mess} : Gemessener Zenitwinkel [gon]
- κ : Refraktionskoeffizient [-]
- $\gamma/2$: Winkel der Erdkrümmung zwischen A und B [gon]
- ρ : 200/π

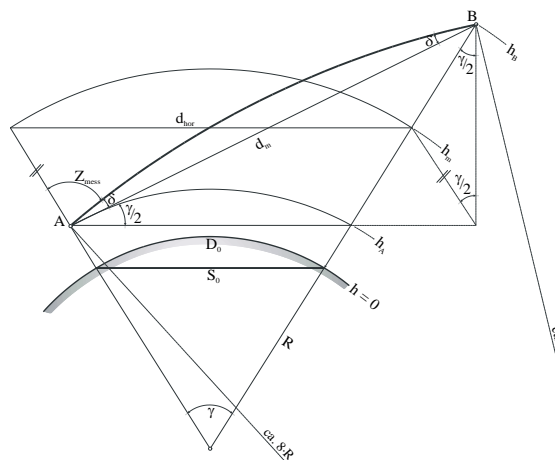


Abb. 3.72 Distanzreduktion mit Zenitwinkeln, Annahme: Lichtbogen = Kreis mit Radius ca. 8R

Aus diesen Gründen wird im Folgenden empfohlen, bei der Distanzreduktion von grossen Distanzen ($0.5 \text{ km} < d_m < 5 \text{ km}$) wie folgt vorzugehen:

Schritt 1:

Analyse des Refraktionseinflusses durchführen und abklären, ob im Rahmen der vorgegebenen Genauigkeit $\kappa = 0$ gesetzt und somit die Distanzreduktion mit Zenitwinkel durchgeführt werden darf.

Schritt 2:

Falls die Distanzreduktion mit Zenitwinkel unter der Annahme $\kappa = 0$ möglich ist:

$$\text{Gl. 3.6-11} \quad d_{hor} = d_m \cdot \sin \left(z_{mess} - \frac{d_m \cdot \sin z_{mess}}{2R} \cdot \rho \right)$$

Falls die Distanzreduktion mittels Zenitwinkel unter der Annahme $\kappa = 0$ zu ungenau ist, so stehen folgende Möglichkeiten offen:

- die Höhen der Punkte A und B bestimmen und mittels h_A und h_B die Kugeldistanz D_0 direkt berechnen gemäss Gl. 3.6-4
- gegenseitig, gleichzeitige Beobachtung der Zenitwinkel
- durch Messung von Temperatur, vertikalem Temperaturgradient und Druck den Refraktionskoeffizienten κ und somit die Horizontaldistanz bestimmen:

$$\text{Gl. 3.6-12} \quad d_{hor} = d_m \cdot \sin \left(z_{mess} - \frac{d_m \cdot \sin z_{mess}}{2R} \cdot \rho \cdot (1 - \kappa) \right)$$

Hierbei berechnet sich κ gemäss folgender Formel:

$$\text{Gl. 3.6-13} \quad \kappa = 503 * \frac{p}{T^2} * (0.0342 + \tau)$$

p = Luftdruck [hPa]
 T = Temperatur [K]
 τ = vertikaler Temperaturgradient [dT/dh]

In Abb. 3.73 ist zur besseren Übersicht der Ablauf einer Distanzreduktion (EDM) für Distanzen < ca. 5 km dargestellt:

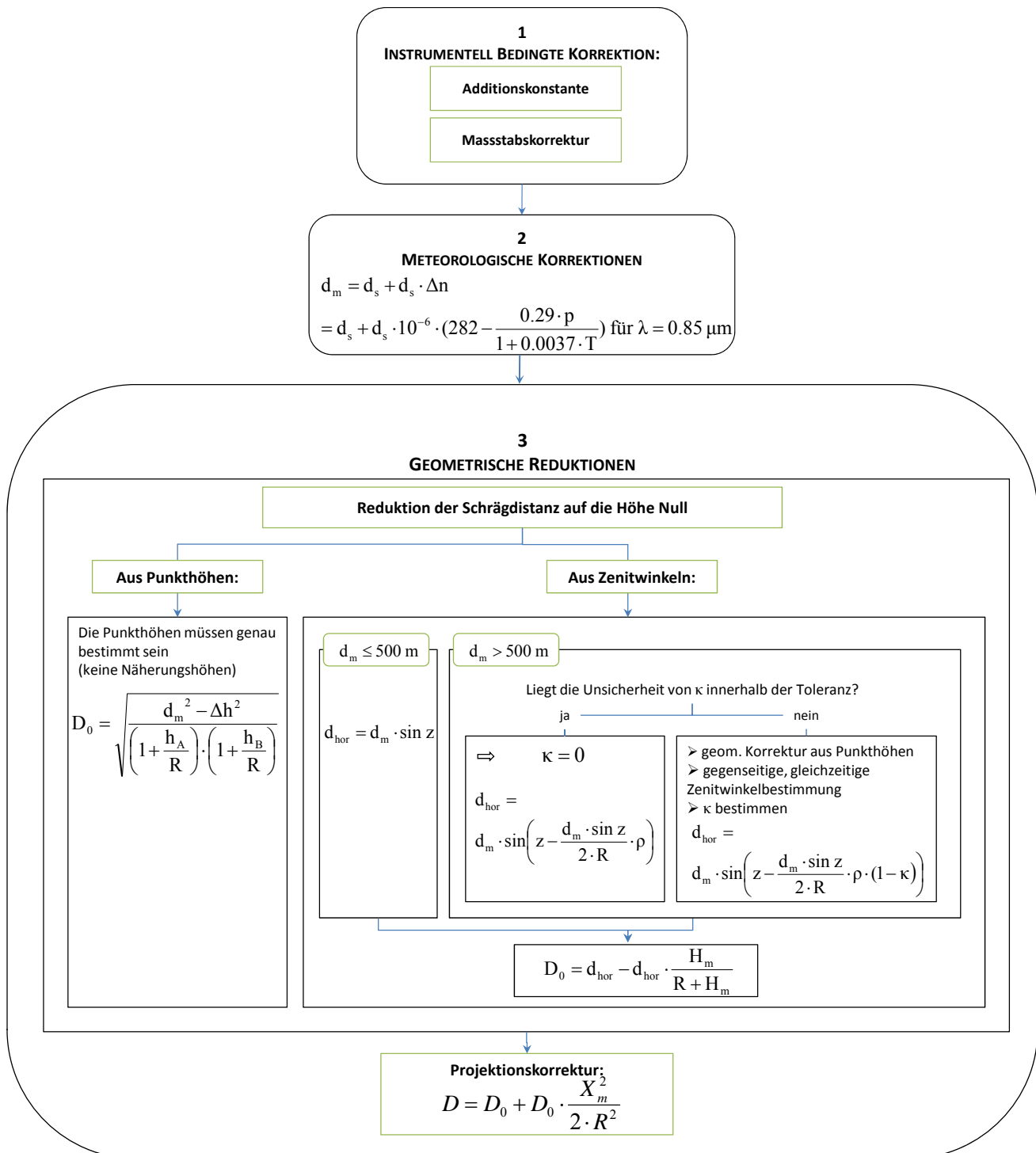


Abb. 3.73 Ablauf einer Distanzreduktion mit EDM für Distanzen unter 5 km

3.6.6 Die Horizontal- oder Schrägdistanzmessung mit modernen Tachymetern

Bei den heutigen Tachymetern kann bei Distanzmessungen wahlweise die Horizontal- oder die Schrägdistanz angezeigt werden. Ferner ist es möglich, die Meteodaten direkt am Instrument einzugeben, womit die angezeigten Werte bereits meteorologisch korrigiert werden.

Bei Messungen im Landesnetz, wie z.B. die Punktbestimmung (einzel-, linien- oder netzweise), ist es zweckmässig, mit Schrägdistanzen zu arbeiten, da für die Koordinatenberechnung ohnehin noch weitere Distanzreduktionen auszuführen sind. Ferner können exzentrische Messungen die Verwendung von Schrägdistanzen notwendig machen.

Bei Arbeiten in lokalen Netzen, wie z.B. Absteckung von Achs- oder Detailpunkten, ist es hingegen sinnvoll, direkt Horizontal-distanzen zu verwenden.

3.6.7 Die Distanzzentrierung

Es stehen verschiedene Arten von Distanzmessern und Reflektoren zur Verfügung, siehe Abb. 3.74 und Abb. 3.75. Die Kombination dieser Geräte bei der Messung kann zu weiteren Korrekturen der gemessenen Schrägdistanzen führen.



Abb. 3.74 links: TC1100, Elektronischer Tachymeter mit integriertem Distanzmesser; rechts: Reflektor für koaxiale EDM-/Theodolitoptik: Zielmarke ist identisch mit Rundprisma

Falls der Theodolit und der Distanzmesser sowie die Zieltafel für die Winkelmessung und der Reflektor für die Distanzmessung sich jeweils nicht auf gleicher Höhe befinden, wie es beim Einsatz eines Distanzmessers als Einzel- oder Aufsatzgerät vorkommen kann, muss vor der Umrechnung der Distanz d_m in die Horizontal-distanz d_{hor} und in den Höhenunterschied Δh am Zenitwinkel z eine Korrektur angebracht werden (Abb. 3.76):



Abb. 3.75 T1000, Elektronischer Theodolit mit aufgesetztem Distanzmessgerät; rechts: Reflektor zu Theodolit mit aufgesetztem EDM: Zielmarke befindet sich unter dem Rundprisma;

Bei schlecht ausgerichteten Prismen wird die Distanzmessung fehlerhaft.

- d_m : Schrägdistanz, meteokorrigiert
 d_{hor} : Horizontaldistanz
 z : gemessener Zenitwinkel
 z^* : korrigierter Zenitwinkel
 I_T : Theodolithhöhe
 I_D : Distanzmesserhöhe
 T_Z : Zieltafelhöhe
 T_R : Reflektorhöhe

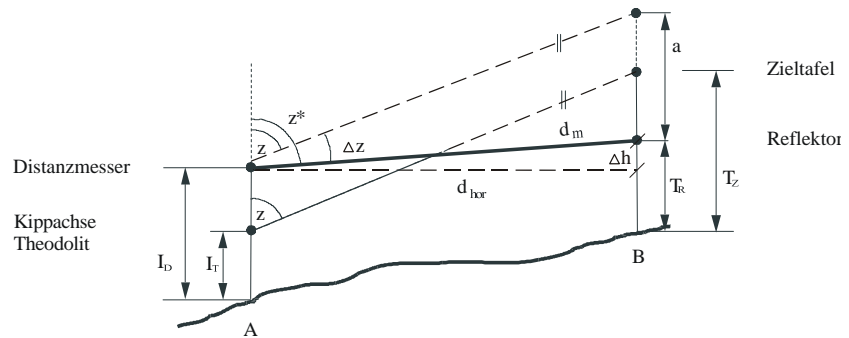


Abb. 3.76 Allgemeiner Fall der Distanzzentrierung

$$a = (T_Z - T_R) - (I_T - I_D)$$

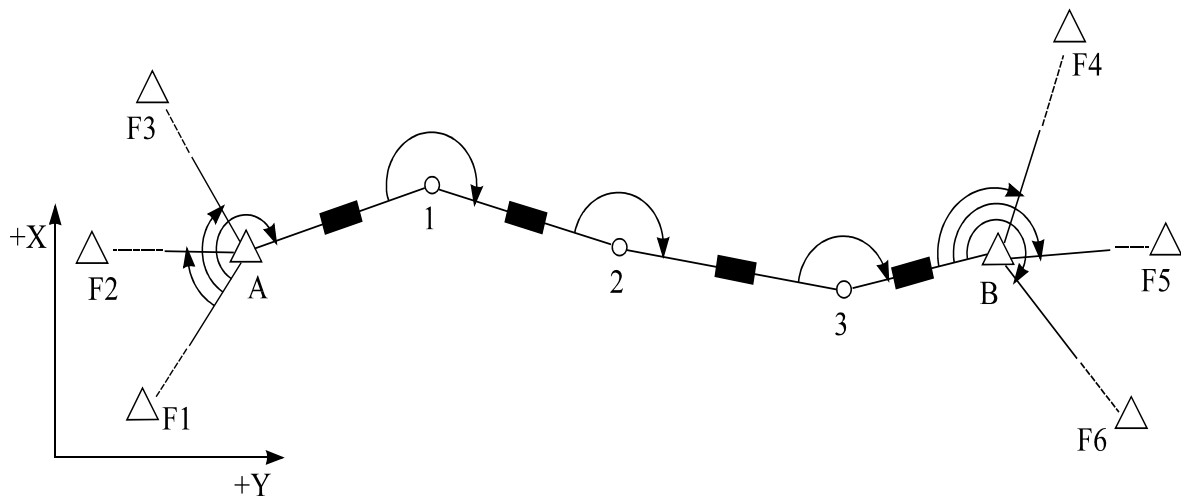
Gl. 3.6-14 $\sin \Delta z = \frac{a}{d_m} \cdot \sin z \rightarrow z^* = z + \Delta z$

$$d_{hor} = d_m \cdot \sin z^* \rightarrow \Delta h = d_m \cdot \cos z^*$$

Bei der Berechnung des Wertes "a" ist zu beachten, dass in der Formel I_D und T_R gegeneinander vertauscht werden müssen, falls die Zenitwinkelmessung und die elektrooptische Distanzmessung nicht vom selben Standpunkt, sondern von den entgegengesetzten Streckenendpunkten aus erfolgen.

KAPITEL 4

GEODÄTISCHE KOORDINATENBESTIMMUNG



4 Geodätische Koordinatenbestimmung

4.1	Definition des geodätischen Koordinatensystems	116
4.2	Erste geodätische Hauptaufgabe (polares Anhängen)	117
4.3	Zweite geodätische Hauptaufgabe	118
4.3.1	Vorzeichenregel über Arcus-Tangens	118
4.3.2	Vorzeichenregel über P→R-Taste	119
4.3.3	Berechnung mit EXCEL	119
4.4	Fixpunktnetze der Ingenieurgeodäsie.....	120
4.4.1	Netzanlage für ein Verkehrsprojekt	120
4.4.2	Netzanlage für die Erstellung einer Industrieanlage	120
4.5	Der Abriss	122
4.5.1	Bedeutung und Anwendung des Abrisses	122
4.5.2	Bestimmung von orientierten Richtungen, Rechengang	123
4.5.3	Genauigkeitsangaben beim Abriss	125
4.6	Terrestrische Methoden der Netzverdichtung	126
4.6.1	Einzelpunkteinschaltung	126
4.6.1.1	Vorwärtseinschneiden über Azimute	126
4.6.1.2	Seitwärtseinschneiden	127
4.6.1.3	Geradenschnitt	127
4.6.1.4	Bogenschnitt	128
4.6.1.5	Rückwärtseinschneiden	129
4.6.1.6	Lösung nach Collins	129
4.6.1.7	Lösung nach Cassini	130
4.7	Freie Stationierung.....	132
4.8	Polygonometrische Bestimmungsarten	134
4.8.1	Freier Polygonzug	134
4.8.2	Einseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug	134
4.8.3	Beidseitig nach Koordinaten angeschlossener Polygonzug	135
4.8.4	Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug	136
4.8.5	Geschlossener Polygonzug oder Ringpolygon	136
4.9	Angewandte Methoden der polygonometrischen Bestimmungsarten	137
4.9.1	Freier Polygonzug	137
4.9.2	Beidseitig nach Koordinaten angeschlossener Polygonzug	138
4.9.2.1	Einleitung	138
4.9.2.2	Berechnungsmodell	139
4.9.2.3	Numerisches Beispiel	141
4.9.3	Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug	146
4.9.4	Schlussbemerkung zu den Polygonzugmethoden	148
4.10	Flächenberechnung	150

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

$\alpha, \beta, \delta, \varepsilon, \gamma$	Winkel
$Az(A,B)$	Azimet vom Standpunkt A zum Zielpunkt B
D_{AB}	Distanz von A nach B (aus Koordinaten)
d_{hor}	Horizontaldistanz (meteokorrigiert)
Fi	Fixpunkte
n	Anzahl Vollsätze bei der Richtungsmessung
O_i	Orientierungsbetrag (Drehwinkel)
R_i	Richtung bzgl. Teilkreisnull
R_{or}	orientierte Richtungen
v	Verbesserung
Y_A, X_A	Landeskoordinate des Punktes A
$\Delta Y, \Delta X$	Y-, X-Koordinatendifferenz im globalen Koordinatensystem

4 Geodätische Koordinatenbestimmung

Stichwörter: Abriss, Azimutberechnung, Basispunkte, Einzelpunktbestimmung (Freie Stationierung, Geodätische Hauptaufgaben, Geradenschnitt, Kleinpunktberechnung, Rückwärtseinschneiden, Vorwärtseinschneiden), Fernziele, Lagefixpunkte, Messanordnung, Messprogramm, Netzanlagen, Netzplan, Netzverdichtung, Polares Anhängen, Polygonometrische Bestimmungsarten, Satzmessung (Halb-, Vollsatz), Terrestrische Methoden, Winkelmessungen.

Zusammenfassung: Im folgenden Kapitel soll eine Einführung in die Grundzüge der geodätischen Rechenmethoden gegeben werden. In diesem Zusammenhang werden die beiden geodätischen Hauptaufgaben eingeführt, auf die prinzipiell alle Probleme des geodätischen Koordinatenrechnens zurückgeführt werden können.

Ausgehend von diesen Grundlagen soll die Methodik des Netzaufbaus und der Netzverdichtung erläutert werden. Eine Übersicht über die polygonometrische, punktweise und netzweise Bestimmung von Neupunktkoordinaten schliessen daran an.

4.1 Definition des geodätischen Koordinatensystems

In der Geodäsie zeigen die positive X-Achse nach Norden und die Y-Achse nach Osten. Koordinatenpaare werden wie folgt angegeben: (Y, X).

Die Winkel sind im Uhrzeigersinn positiv definiert. Die trigonometrischen Rechenregeln sind jedoch dieselben wie im mathematischen Koordinatensystem,

$$\text{z.B. } \Delta Y = \sin \text{Az}(A,B) \cdot D_{AB}$$

Legende:

- A, B Punkte
- Y_A Y-Abschnitt von A
- X_A X-Abschnitt von A
- $\text{Az}(A,B)$ Azimut von A nach B
- $\text{Az}(B,A)$ Azimut von B nach A
= $\text{Az}(A,B) + 200 \text{ gon}$
- D_{AB} Distanz von A nach B

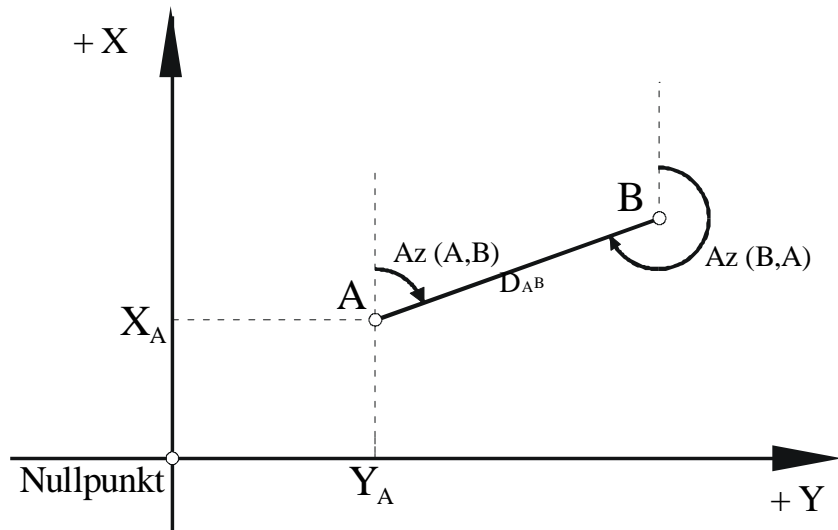


Abb. 4.1 Ebenes, kartesisches, geodätisches Koordinatensystem

4.2 Erste geodätische Hauptaufgabe (polares Anhängen)

Gegeben: Y_A, X_A

Gemessen: $D_{AB}, Az(A,B)$

Gesucht: Y_B, X_B

$$Gl. 4.2-1 \quad \Delta Y = D_{AB} \cdot \sin Az(A,B)$$

$$Gl. 4.2-2 \quad \Delta X = D_{AB} \cdot \cos Az(A,B)$$

Mit den bekannten Koordinaten des Punktes A ergeben sich die Koordinaten des Punktes B aus:

$$Gl. 4.2-3 \quad Y_B = Y_A + \Delta Y = Y_A + D_{AB} \cdot \sin Az(A,B)$$

$$Gl. 4.2-4 \quad X_B = X_A + \Delta X = X_A + D_{AB} \cdot \cos Az(A,B)$$

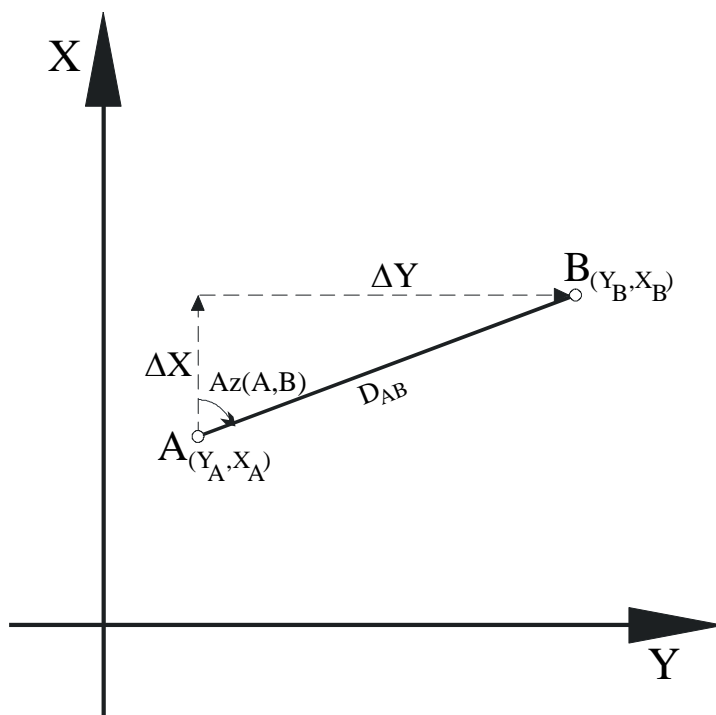


Abb. 4.2 Punktanordnung zur 1. Geodätischen Hauptaufgabe; Punkt A sowie $Az(A,B)$ und D_{AB} sind bekannt, gesucht ist Punkt B

4.3 Zweite geodätische Hauptaufgabe

Gegeben: Y_A, X_A, Y_B, X_B

Gesucht: $Az(A,B), D_{AB}$

$$Gl. 4.3-1 \quad Az(A,B) = \arctan \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \arctan \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$$

$$Gl. 4.3-2 \quad D_{AB} = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2} = \sqrt{(Y_B - Y_A)^2 + (X_B - X_A)^2}$$

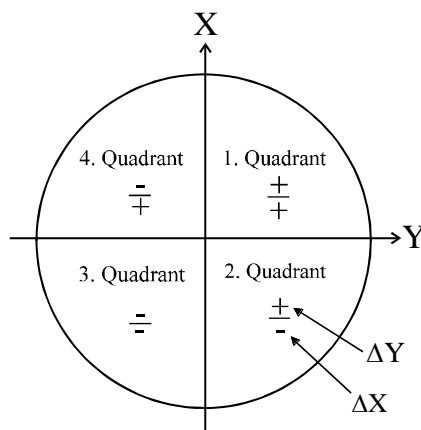


Abb. 4.3 Vorzeichenregel für die zweite Geodätische Hauptaufgabe

4.3.1 Vorzeichenregel über Arcus-Tangens

Der Quadrant des Azimuts hängt vom Vorzeichen von ΔY und ΔX ab. Werden bei Rechnungen mit dem Taschenrechner für $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ die vorzeichenbehafteten Werte ΔY und ΔX eingegeben, dann erhält man mit den Tasten \arctan oder \tan^{-1} einen Winkel Az , zu dem je nach Quadrant die in Tab. 4-1 angegebenen Gon-Werte zu addieren sind. Der Quadrant ergibt sich aus dem Vorzeichen von Zähler und Nenner (Abb. 4.3).

Tab. 4-1 Azimut über \arctan oder \tan^{-1}

ΔY	+	+	-	-
ΔX	+	-	-	+
$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$	+	-	+	-
Quadrant	1	2	3	4
Azimut	Az	$Az + 200$ gon	$Az + 200$ gon	$Az + 400$ gon

Faustregel:

Ist das Vorzeichen von ΔX negativ, dann addiere zum angezeigten Wert 200 gon.

Ist das Vorzeichen von ΔX positiv, dann addiere zum angezeigten Wert 400 gon.

Kontrollrechnung für die Hauptaufgaben:

Grundsätzlich sollten die Koordinatenwerte kartiert werden. Somit ist es möglich, die Berechnungen auf grobe Fehler zu überprüfen.

$$Gl. 4.3-3 \quad \Delta X + \Delta Y = D_{AB} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin[50^g + Az(A,B)]$$

$$Gl. 4.3-4 \quad \Delta X - \Delta Y = D_{AB} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos[50^g + Az(A,B)]$$

4.3.2 Vorzeichenregel über P→R-Taste

Mit den Taschenrechnern, die eine P→R und R→P Funktion besitzen, lassen sich die beiden Hauptaufgaben bequem lösen:

1. HA: Az(A,B) und D_{AB} als Vektor eingeben, Taste P→R ergibt ΔX und ΔY .
2. HA: ΔX und ΔY als Vektor eingeben, Taste R→P ergibt Az(A,B) und D_{AB} .

Um das richtige Azimut zu erhalten, Addition von 400 gon beachten, siehe Tab. 4-2.

Tipp: Auf X und Y achten! Umgekehrte Reihenfolge beim geodätischen Koordinatensystem!

Tab. 4-2 Ermittlung des Azimuts über die R→P - Taste

ΔX	Anzeige	Azimut	Quadrant
+	Az	Az	I
-	Az	Az	II
-	Az'	$Az = Az' + 400^{\text{g}}$	III
+	Az'	$Az = Az' + 400^{\text{g}}$	IV

4.3.3 Berechnung mit EXCEL

Tab. 4-3 Berechnung mit Excel

Punkt	Koordinaten		ΔY [m]	ΔX [m]	D_{AB} [m]	Az(A,B) [gon]
	Y	X				
A	10.28	21.71				
B	-87.44	-58.92	-97.72	-80.63	126.69	-143.918
						+400.000
						256.082

Formeln (Excel Notation):

$$D_{AB} = \text{WURZEL}(\Delta Y^2 + \Delta X^2)$$

$$\text{Az}(A,B) = \text{ARCTAN2}(\Delta X; \Delta Y) \cdot \rho$$

Anmerkung: Der ARCTAN2 ist eine Funktion, die in EXCEL und anderen Programmiersprachen implementiert ist und die Quadrantenabfrage für den Arcustangens automatisch vollzieht, wenn die Argumente ΔX und ΔY übergeben werden. Der Winkel wird im Bogenmass ausgegeben, weshalb der Faktor ρ für die Umrechnung in Gon nötig ist. Ein positives Ergebnis entspricht einem Winkel, der bezogen auf die X-Achse im Uhrzeigersinn abgemessen wird; ein negatives Ergebnis entspricht einem im Gegenuhrzeigersinn abgemessenen Winkel. Deshalb muss einem negativen Ergebnis immer noch 400 gon dazu addiert werden. Das richtige Azimut im Beispiel ist demnach

$$-143.918 \text{ gon} + 400 \text{ gon} = \mathbf{256.082 \text{ gon}}$$

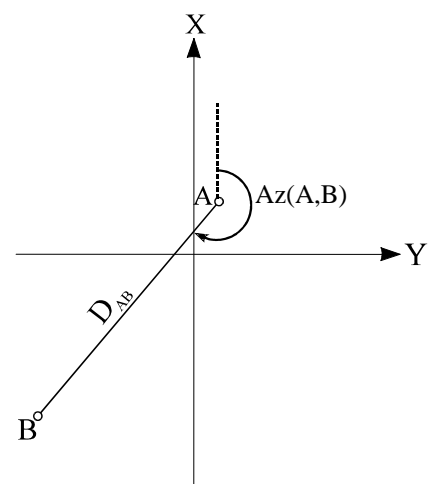


Abb. 4.4 Punktlagen und berechnete Werte gemäss Tab. 4-3



Abb. 4.5 Vermessungspfeiler mit GNSS-Antenne



Abb. 4.6 Vorsicherungsbolzen



Abb. 4.8 Holzpflocke

4.4 Fixpunktnetze der Ingenieurgeodäsie

Fixpunkte sind in Lage und Höhe bekannte Vermessungsmarken. Ihre Verteilung und Qualität soll der Vermessungsaufgabe genügen. Folgende Vermarkungen können eingesetzt werden:

- Pfeiler
- Bolzen
- Nagel
- Holzpflock

Bei grösseren Projekten sind oftmals auf Bauachsen bezogene Fixpunktnetze zweckmässig. Die Aufnahme, Absteckung und Punkverdichtung basieren dann auf diesen Fixpunkten. Die angewendete Absteckungsmethode entscheidet darüber, ob Fixpunkte als Standpunkte oder Zielpunkte dienen. Die Koordinatenbestimmung des Standpunktes erfolgt dann zum Beispiel mit der Methode „Freie Stationierung“.

4.4.1 Netzanlage für ein Verkehrsprojekt

Die Planungsgrundlagen sind in der Regel im Landeskoordinatensystem definiert; darum werden die Koordinaten der Fixpunkte ebenfalls im Landeskoordinatensystem bestimmt.

Für die Netzverdichtung werden Polygonzüge durchgeführt (Basispunkte).

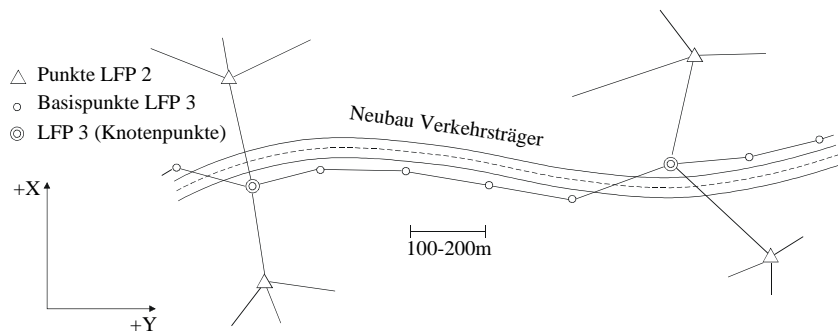


Abb. 4.7 Polygonale Netzanlage für den Bau einer Verkehrsanlage

4.4.2 Netzanlage für die Erstellung einer Industrieanlage

Beispiel: Werkraster

Hierbei wird ein Raster festgelegt, welches sich über den gesamten Projektbereich erstreckt. Das Raster dient als lokales Koordinatensystem für die Projektierung sowie für die Baubegleitende Absteckung. Die abzusteckenden Fixpunkte sind hier die Koordinatenschnittpunkte des Rasters.

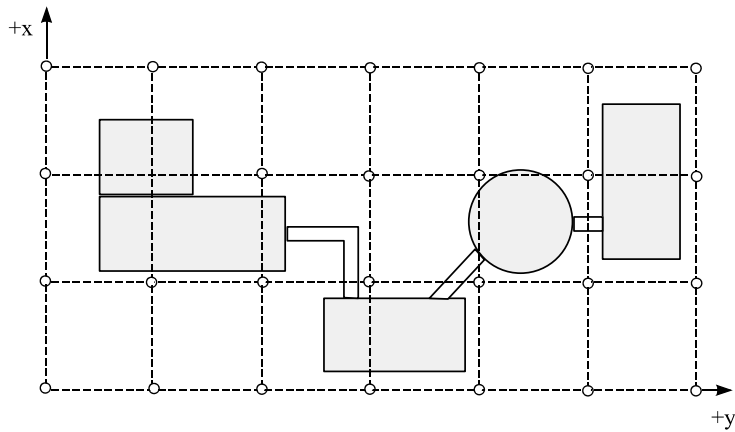


Abb. 4.9 Beispiel: Netzanlage für den Bau einer Industrieanlage

Beispiel: Flexible Netzanlage für den Bau oder die Überwachung einer Wasserkraftanlage

Hierbei werden zumeist Teilnetze angelegt, die miteinander verbunden sind.

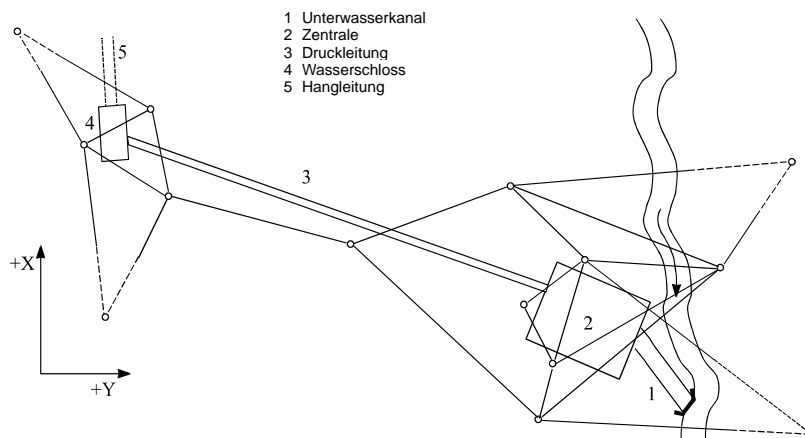


Abb. 4.10 Netzplan am Beispiel einer Wasserkraftanlage

4.5 Der Abriss

Mit „Abriss“ wird die Berechnung der Orientierung des Horizontalkreises eines Sensors bezüglich Kartennord (X-Achse) bezeichnet. Dies ist nötig, wenn man sich auf einem Fixpunkt stationiert und bekannte Anschlusspunkte zur Verfügung stehen.

Da bei der Richtungsmessung die Nullstelle des Horizontalkreises des Sensors beliebig orientiert ist, ist das beobachtete Richtungsbündel zu den Fixpunkten F1 bis F3 und den Neupunkten N1, N2, siehe Abb. 4.11 so zu drehen, bis die Nullrichtung des Teilkreises parallel zur X-Achse des Bezugskoordinatensystems (Kartennord) steht.

Mit dem Abriss wird der Winkelbetrag der Drehung zwischen der Parallelen zur X-Achse durch den Sensorstandpunkt und der Nullstelle der Kreisteilung berechnet. Dieser Betrag wird als Orientierung „O“ bezeichnet.

$$O_i = Az(S, F_i) - R_i(F_i)$$

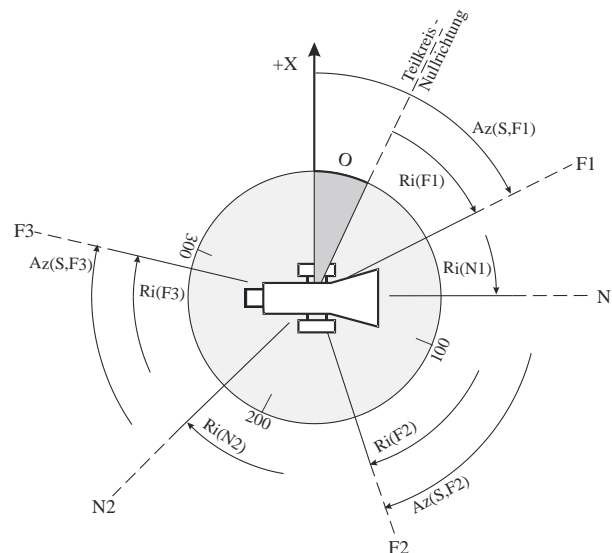


Abb. 4.11 Prinzip des Abrisses. Schematische Darstellung des beobachteten Strahlenbündels zu den Fix- und Neupunkten

4.5.1 Bedeutung und Anwendung des Abrisses

1. Als Grundlage für die Koordinatenberechnung

- bei der polaren Detailaufnahme. Mit der vorgängigen Bestimmung der Orientierung werden die Fixpunkte überprüft und man erhält die Richtungen zu den Aufnahmepunkten direkt als orientierte Richtungen.
- bei der Koordinatenbestimmung mit polygonometrischer Methode. Hier ist der Abriss besonders wichtig bei einseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossenen Polygonzug, ebenfalls beim Geschlossenen Polygonzug.

- bei der Einzelpunkteinschaltung, wie das Vorwärtseinschneiden oder das Seitwärtseinschneiden.
- 2. Als Beurteilungskriterium für die Überprüfung des Koordinatenwertes eines Punktes mit der Lage seiner Versicherung.**

Gründe hierfür sind

- Mögliche Geländeverschiebungen, die Lage der Punktversicherung ist verändert
 - Beschädigung der Punktversicherung
 - Verlegung der Punktversicherung
- 3. Als Beurteilungskriterium für die Überprüfung der Homogenität des Fixpunktnetzes eines Gebietes.**

Aus der Berechnung der Orientierungsbeträge zu den Fixpunkten (Azimut minus beobachteter Richtung) kann auf eventuelle Inhomogenitäten im Fixpunktnetz geschlossen werden.

Massnahmen für eine zuverlässige Berechnung des Orientierungsbetrages und damit der Berechnung der orientierten Richtungen, sowie zur Beurteilung der Punktgenauigkeit und der Netzhomogenität sind:

- genaue Zentrierungen der Sensoren über den Punktversicherungen unerlässlich
- genaue und zuverlässige Messungen mit Überbestimmung unerlässlich

4.5.2 Bestimmung von orientierten Richtungen, Rechengang

Die Berechnung soll anhand von Abb. 4.11 erläutert werden.

- 1) Mit der zweiten geodätischen Hauptaufgabe werden die Azimute $Az(S,F1)$, $Az(S,F2)$ und $Az(S,F3)$ berechnet.
- 2) Nun kann der Orientierungsbetrag " O_i " (Drehwinkel) n -fach berechnet und gemittelt werden.

Gemäss Abb. 4.11 dreifach, jeweils zu den drei Fixpunkten

$$\begin{aligned}
 O_{F1} &: Az(S, F1) - Ri(F1) \\
 O_{F2} &: Az(S, F2) - Ri(F2) \\
 O_{F3} &: Az(S, F3) - Ri(F3)
 \end{aligned}$$

Gl. 4.5-1

" O_{mittel} " ist das arithmetische Mittel

$$O_{\text{mittel}} = \frac{\sum O_i}{n}$$

Gl. 4.5-2

Anmerkung zu den O_i :

Die Werte der O_i sollen innerhalb der Messgenauigkeit streuen. Falls dies nicht der Fall ist, so dürfen die Werte mit grosser Abweichung vom wahrscheinlichen Wert (arithmetisches Mittel) nicht für die Mittelbildung verwendet werden. In diesem Fall ist zunächst die Ursache für diese Abweichung zu prüfen.

Ursachen für grobe Abweichungen: Punktkoordinaten stimmen nicht mehr mit der Punktlage überein (z.B. wegen Rutschung, Beschädigung des Punktes), Punktverwechslung, Messfehler oder auch eine Verdrehung des Stativs.

- 3) Berechnen der orientierten Richtungen für alle Fixpunkte und den Neupunkt:

$$Gl. 4.5-3 \quad R_{Or_i} = R_i + O_{\text{mittel}}$$

Die orientierten Richtungen R_{or} entsprechen den Azimutwerten.

- 4) Rechenkontrolle und Genauigkeitsangabe:

Bei fehlerfreier Messung und fehlerfreien Koordinaten der verwendeten Fixpunkte (Standpunkt und Anschlusspunkte), müssten die Werte der Azimutberechnungen und den ermittelten orientierten Richtungen identisch sein. Dies wird aber praktisch nicht der Fall sein.

In *Tab. 4-4* ist ein Berechnungsschema für die Abrissberechnung gegeben.

Gegeben:

- Koordinaten der Fixpunkte S, F1, F2 und F3
- Azimute $Az(S,F1)$, $Az(S,F2)$, $Az(S,F3)$ mit 2. Hauptaufgabe berechnet
- (gemittelte) Richtungen zu den Fixpunkten $R_i(F1)$, $R_i(F2)$, $R_i(F3)$

Gesucht:

- orientierte Richtungen O_{F1} , O_{F2} , O_{F3}

Tab. 4-4 Berechnungsschema eines Abrisses

Punkt	gerechnetes Azimut Az [gon]	beobachtete Richtung [gon]	Az-Ri O_{mittel} [gon]	orientierte Richtung $R + O_{\text{mittel}}$	Verbesserungen $v_i = O_{\text{mittel}} - O_{Fi}$ [gon]
F1	$Az(S,F1)$	$R_i(F1)$	O_{F1}	$R_{or}(F1)$	v_{F1}
N1		$R_i(N1)$		$R_{or}(N1)$	
F2	$Az(S,F2)$	$R_i(F2)$	O_{F2}	$R_{or}(F2)$	v_{F2}
N2		$R_i(N2)$		$R_{or}(N2)$	
F3	$Az(S,F3)$	$R_i(F3)$	O_{F3}	$R_{or}(F3)$	v_{F3}
			$O_{\text{mittel}} = \frac{\sum O_i}{n}$		$\sum v_i = 0$

Nun können die orientierten Richtungen zu den Fixpunkten und Neupunkten berechnet werden, siehe *Gl. 4.5-3*.

4.5.3 Genauigkeitsangaben beim Abriss

Tab. 4-5 Abriss-Berechnung

Eingabetabelle					
Standpunkt			Anschlusspunkte		
Punkt	Koordinaten		Punkt	Koordinaten	
	Y	X		Y	X
A	717448.560	102691.650	F1	717326.613	102850.171
Neupunkte			F2	717227.766	102554.354
Punkt			Punkt	F3	717573.567
	N1				

Punkt	Gerechn. Azimut [gon]	Beob. Richtung R [gon]	Az-R Omitt. [gon]	Orientierte Richtung (R + Omitt.)	Verbesserungen	
					v [mgon]	vv
F1	358.2552	0.0000	358.2552	358.2560	-0.8	0.64
F2	264.5839	306.3240	358.2599	264.5800	3.9	15.21
F3	172.6381	214.3850	358.2531	172.6410	-2.9	8.41
N1		152.3750		110.6310		
			Omitt. = 358.2560	Σ	0.2	24.26

Standardabweichung einer Orientierung (Richtung):

$$Gl. 4.5-4 \quad s_o = \sqrt{\frac{\sum vv}{n-1}} = \sqrt{\frac{24.26}{2}} = 3.5 \text{ [mgon]}$$

Standardabweichung der gemittelten Orientierung:

$$Gl. 4.5-5 \quad s_{o_{\text{mittel}}} = \frac{s_o}{\sqrt{n}} = \frac{3.5}{\sqrt{3}} = 2.0 \text{ [mgon]}$$

Standardabweichung einer orientierten Richtung:

$$Gl. 4.5-6 \quad s_{R_{OR}}^2 = s_o^2 + s_{o_{\text{mittel}}}^2 = s_o^2 + \frac{1}{n} \cdot s_o^2 = s_o^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) = s_o^2 \cdot \frac{n+1}{n}$$

$$= \frac{\sum vv}{n-1} \cdot \frac{n+1}{n} = \frac{\sum vv \cdot (n+1)^2}{(n-1) \cdot (n+1) \cdot n} = \frac{\sum vv \cdot (n+1)^2}{n \cdot (n^2 - 1)}$$

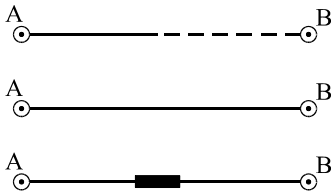
wobei n = Anzahl Anschlussrichtungen, in diesem Fall n = 3

$$Gl. 4.5-7 \quad s_{R_{OR}} = (n+1) \cdot \sqrt{\frac{\sum vv}{n(n^2 - 1)}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{24.26}{24}} = 4.0 \text{ [mgon]}$$

4.6 Terrestrische Methoden der Netzverdichtung

Die Bestimmung von Neupunktkoordinaten kann auf drei Arten erfolgen:

- punktweise Bestimmung, auch Einzelpunkteinschaltung genannt
- polygonometrische (linienweise) Bestimmung
- netzweise Bestimmung



Legende zu den in diesem Kapitel folgenden Abbildungen:

Richtungsmessung von A nach B

Richtungsmessung vom A nach B und umgekehrt

Richtungs- und Distanzmessung von A nach B und umgekehrt

4.6.1 Einzelpunkteinschaltung

Die Einzelpunkteinschaltung fasst Methoden der Netzverdichtung zusammen, mit denen Koordinaten eines einzelnen Punktes bestimmt werden.

Die Einzelpunkteinschaltung kann entweder mit GNSS erfolgen oder konventionell mit Hilfe von Richtungs- oder Distanzmessungen. Im Folgenden sollen die konventionellen Verfahren zur Einzelpunkteinschaltung vorgestellt werden.

4.6.1.1 Vorwärtseinschneiden über Azimute

Von den Punkten A und B wird der Neupunkt N bestimmt:

Gegeben:

- die Koordinaten der Punkte A und B
- die orientierten Richtungen $Az(A,N)$ und $Az(B,N)$ aus den Richtungssätzen auf den Punkten A und B

Gesucht:

- die Koordinaten des Neupunktes N

Lösungsweg:

- Es wird der Schnittpunkt der beiden Richtungsvektoren berechnet. Lösung mit Sinussatz:
- D_{AB} , $Az(A,B)$, $Az(B,A)$ mit 2. geodätischer Hauptaufgabe berechnen.
- α , β sind gerechnet:

Gl. 4.6-1

$$\alpha = Ri(A,B) - Ri(A,N)$$

$$\beta = Ri(B,N) - Ri(B,A)$$

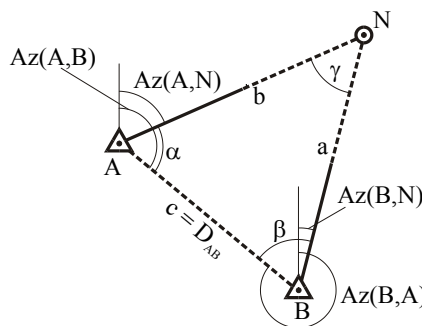


Abb. 4.12 Vorwärtseinschneiden

$$\text{Gl. 4.6-2} \quad \gamma = 200 - \alpha - \beta$$

- Sinussatz:

$$\text{Gl. 4.6-3} \quad \frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \rightarrow a \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \rightarrow b$$

$$\text{Gl. 4.6-4} \quad \begin{aligned} Az(A, N) &= Az(A, B) \pm \alpha \\ Az(B, N) &= Az(B, A) \pm \beta \end{aligned}$$

- Die Koordinaten von N erhält man mit der 1. Hauptaufgabe ($Az(A, N)$ und b)

$$\text{Gl. 4.6-5} \quad \begin{aligned} Y_N &= Y_A + b \cdot \sin(Az(A, N)) \\ X_N &= X_A + b \cdot \cos(Az(A, N)) \end{aligned}$$

- Als Kontrolle müssen die Koordinaten analog von B aus berechnet werden.

4.6.1.2 Seitwärtseinschneiden

Das Seitwärtseinschneiden ist ein Spezialfall des Vorwärtseinschneidens. Auf einem der beiden Fixpunkte kann nicht stationiert werden, so dass stattdessen auf dem Neupunkt N der Winkel γ gemessen wird.

Gegeben:

- die Koordinaten der Punkte 1 und 2
- die orientierte Richtung $Az(1, N)$ aus den Richtungssätzen auf dem Punkt 1

Gesucht:

- die Koordinaten des Neupunktes N

Lösungsweg:

- Berechnen $Az(2, N) = Az(1, N) - \gamma = Az(1, 2) - \alpha - \gamma$
- Damit entspricht die Aufgabe wieder dem Vorwärtseinschneiden.

4.6.1.3 Geradenschnitt

Die Koordinaten des Schnittpunktes N der Geraden \overline{AC} und \overline{BD} sind zu bestimmen:

Gegeben:

- die Koordinaten der Punkte A, B, C und D

Gesucht:

- die Koordinaten des Neupunktes N

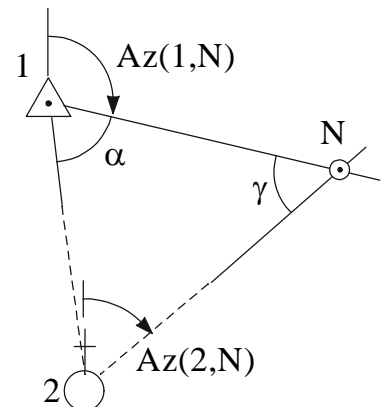


Abb. 4.13 Seitwärtseinschneiden, gemessen auf den Punkten 1 und N

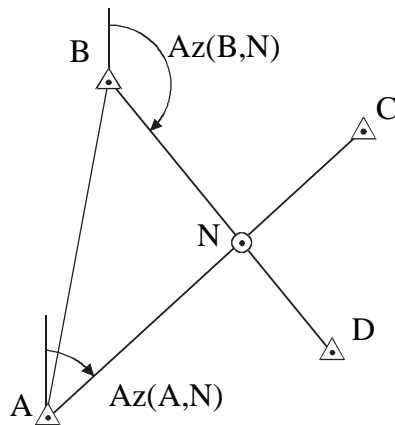


Abb. 4.14 Geradenschnitt

Lösungsweg:

- mit der zweiten geodätischen Hauptaufgabe berechnen:
 - $Az(B,N) = Az(B,D)$
 - $Az(A,N) = Az(A,C)$
 - D_{AB}
- mit dem Sinussatz die Distanzen D_{AN} und D_{BN} berechnen.
- Mit der 1. geod. HA $Az(A,N)$ und D_{AN} an A polar anhängen:
 - $Y_N = Y_A + D_{AN} \cdot \sin(Az(A,N))$
 - $X_N = X_A + D_{AN} \cdot \cos(Az(A,N))$

4.6.1.4 Bogenschnitt

Von den Fixpunkten A, B aus ist der Neupunkt N zu bestimmen:

Gegeben:

- die Koordinaten der Punkte A und B
- die Strecken zwischen den Fixpunkten und dem Neupunkt $D_{AN} (= b)$, $D_{BN} (= a)$

Gesucht:

- die Koordinaten des Neupunktes N_1

Lösungsweg:

- Es wird der Schnittpunkt der zwei Kreise mit den beiden gemessenen Radien berechnet. Lösung mit Cosinussatz:
- $Az(A,B)$ und c mit 2. Hauptaufgabe berechnen
- α berechnen aus Cosinussatz: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

$$Gl. 4.6-6 \quad \alpha = \arccos \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$Gl. 4.6-7 \quad Az(A, N) = Az(A, B) \pm \alpha$$

- Im Normalfall ergeben sich somit 2 verschiedene Lösungen für N. Die Koordinaten werden nun mit der 1. Hauptaufgabe berechnet:

$$Gl. 4.6-8 \quad \begin{aligned} Y_N &= Y_A + b \cdot \sin(Az(A, N)) \\ X_N &= X_A + b \cdot \cos(Az(A, N)) \end{aligned}$$

- Als Kontrolle müssen die Koordinaten analog von B aus berechnet werden.

Achtung: es existieren zwei Lösungen (N_1 und N_2)!

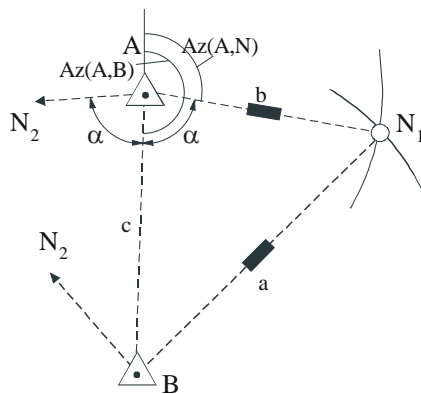


Abb. 4.15 Bogenschnitt

4.6.1.5 Rückwärtseinschneiden

Beim Rückwärtseinschneiden werden vom Neupunkt aus die Richtungen zu drei Fixpunkten beobachtet. Daraus lassen sich die Neupunktkoordinaten eindeutig berechnen.

Bei der Auswahl der Fixpunkte ist darauf zu achten, dass die Fixpunkte und der Neupunkt nicht auf einem Kreis liegen (Abb. 4.17). In diesem Fall ist der Neupunkt N durch die Winkel nicht eindeutig festgelegt, weil er jede Lage auf dem Kreis annehmen kann und dadurch unbestimmbar wird.

Die Koordinaten vom Neupunkt N sind zu bestimmen:

Gegeben:

- die Koordinaten der Punkte A , B und M
- die Richtungen 1, 2 und 3 aus den Richtungssätzen auf dem Neupunkt N

Gesucht:

- die Koordinaten des Neupunktes N

Lösungsweg:

- Es werden die Winkel α_1 und α_2 berechnet. Mit mehreren Schritten wird die Berechnung dann in ein Vorwärtseinschneiden übergeführt.

4.6.1.6 Lösung nach Collins

Legt man um A , B und N einen Kreis, so schneidet die Gerade MN diesen Kreis im "Collinschen Hilfspunkt" Q (siehe Abb. 4.18). Die beobachteten Winkel α_1 und α_2 treten bei A und B als Peripheriewinkel auf. Das Rückwärtseinschneiden wird auf das Vorwärtseinschneiden zurückgeführt.

Gegeben:

- Koordinaten der Festpunkte A , M und B
- $Ri(N,A), Ri(N,M), Ri(N,B) \rightarrow \alpha_1, \alpha_2$

Gesucht:

- Koordinaten des Neupunktes N

Schritt 1: Koordinatenberechnung des Hilfspunktes Q als VWS von A und B aus

- Azimutberechnung $Az(A,B)$ mit der zweiten geodätischen Hauptaufgabe
- Azimutberechnung $Az(A,Q)$ und $Az(B,Q)$

Gl. 4.6-9

$$Az(A,Q) = Az(A,B) - \alpha_2$$

$$Az(B,Q) = Az(B,A) + \alpha_1$$

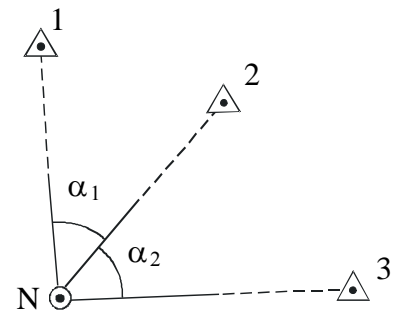


Abb. 4.16 Rückwärtseinschneiden

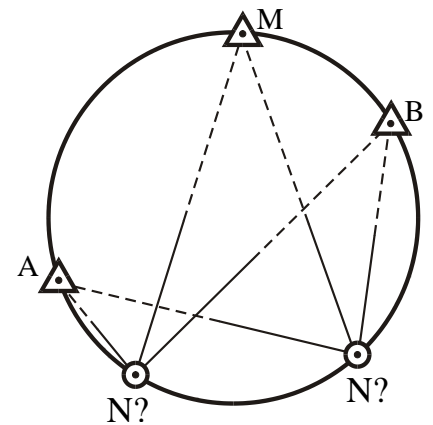


Abb. 4.17 Der gefährliche Kreis beim Rückwärtseinschneiden

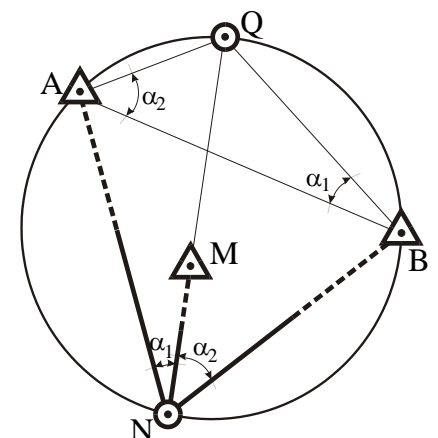


Abb. 4.18 Rückwärtsschnitt nach Collins

- Koordinatenberechnung des Hilfspunktes Q als Vorwärtseinschneiden von A und B aus

Schritt 2: Koordinatenberechnung des Neupunktes N als Vorwärtseinschneiden von A und B aus.

- Azimutberechnung $Az(Q,M) = Az(Q,N) = Az(M,N)$ mit der zweiten geodätischen Hauptaufgabe
- Azimutberechnung $Az(A,N)$ und $Az(B,N)$

Gl. 4.6-10

$$Az(A,N) = Az(Q,N) - \alpha_1$$

$$Az(B,N) = Az(Q,N) + \alpha_2$$

4.6.1.7 Lösung nach Cassini

Das Rückwärtseinschneiden nach Cassini benutzt zwei Fasskreise, welche die Punkte A, M, N bzw. B, M, N verbinden, siehe Abb. 4.19.

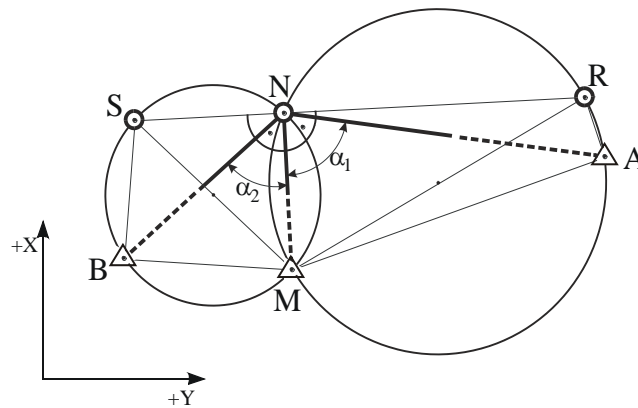


Abb. 4.19 Rückwärtseinschneiden nach Cassini (α_1 und α_2 : Aus Richtungsmessungen berechnete Winkel)

Falls N auf dem gefährlichen Kreis liegt, gehen die beiden Fasskreise in einen gemeinsamen Kreis über und es existiert keine Lösung für den Punkt N.

Die Methode nach Cassini ist gegenüber derjenigen von Collins numerisch stabiler und somit besser für die Programmierung geeignet.

Schritt 1: Berechnung von R und S mit der 1. geod. HA

$$Y_R = Y_A + \overline{AR} \cdot \sin(AR)$$

$$X_R = X_A + \overline{AR} \cdot \cos(AR)$$

wobei:

(rechtwinkliges Dreieck)

$$\overline{AR} = \overline{AM} \cdot \cot \alpha$$

$$\angle(AR) = \angle(AM) + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(\angle(AR)) = \cos(\angle(AM)) = \frac{X_M - X_A}{\overline{AM}}$$

$$\cos(\angle(AR)) = -\sin(\angle(AM)) = -\frac{Y_M - Y_A}{\overline{AM}}$$

daraus:

$$\begin{aligned} Y_R &= Y_A + (X_M - X_A) \cdot \cot \alpha_1 \\ X_R &= X_A - (Y_M - Y_A) \cdot \cot \alpha_1 \end{aligned}$$

Gl. 4.6-11

für S analog:

$$\begin{aligned} Y_S &= Y_B - (X_M - X_B) \cdot \cot \alpha_2 \\ X_S &= X_B + (Y_M - Y_B) \cdot \cot \alpha_2 \end{aligned}$$

Gl. 4.6-12

Schritt 2: Schnitt von \overline{RS} mit \overline{MN} wobei $\overline{MN} \perp \overline{RS}$

Steigung von \overline{RS} :

$$\tan(\angle(R,S)) = \frac{Y_S - Y_R}{X_S - X_R} = \frac{Y_N - Y_R}{X_N - X_R} = t$$

Gl. 4.6-13

Steigung von \overline{MN} :

$$\frac{Y_N - Y_M}{X_N - X_M} = -c$$

Gl. 4.6-14

es gilt $t \cdot c = 1$ (Steigungen zweier \perp Geraden)

Schritt 3: Lösen des Gleichungssystems nach den Unbekannten Y_N und X_N führt auf

$$\begin{aligned} Y_N &= \frac{c \cdot Y_R + t \cdot Y_M + X_M - X_R}{t + c} \\ X_N &= \frac{t \cdot X_R + c \cdot X_M + Y_M - Y_R}{t + c} \end{aligned}$$

Gl. 4.6-15

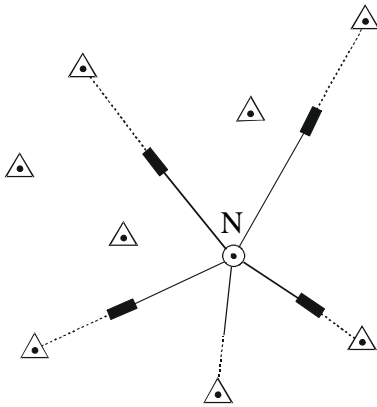


Abb. 4.20 Freie Stationierung

4.7 Freie Stationierung

In einem Fixpunktfeld können die Koordinaten eines beliebigen Standpunktes (Neupunkt N) bestimmt werden, indem von diesem Punkt aus Richtungen und/oder Distanzen zu Fixpunkten gemessen werden.

Unter der freien Stationierung versteht man die Bestimmung der Koordinaten eines Neupunktes aus Richtungs- und Distanzmessungen, die von diesem Neupunkt auf umliegende Fixpunkte gemacht wurden. Zuerst wird die Position der umliegenden Punkte relativ zum Standpunkt in einem willkürlich gewählten, lokalen Koordinatensystem berechnet. Mit Hilfe der bekannten Koordinaten der umliegenden Punkte werden, wenn mehr als die notwendige Anzahl Messungen vorliegen, ausgeglichene Transformationsparameter berechnet, woraus dann die gesuchten Koordinaten des Neupunktes folgen.

Folgendes Beispiel soll diesen Vorgang veranschaulichen:

Distanzen und Richtungen werden zu einigen umliegenden Punkten gemessen und die Position dieser Punkte relativ zum Standort auf einer Klarsichtfolie aufgetragen (lokales Koordinatensystem Abb. 4.21).

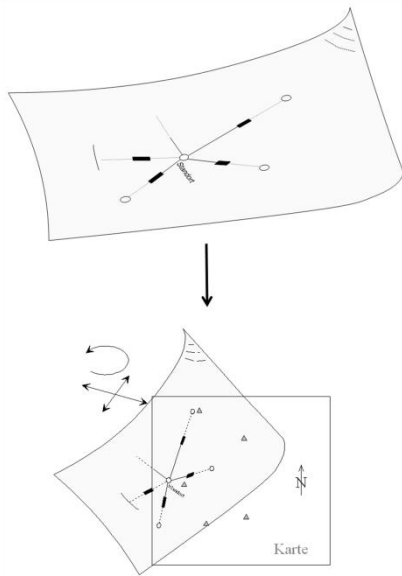


Abb. 4.21 Prinzip der Freien Stationierung

Eine Karte des gewünschten Koordinatensystems wird nun dieser Folie unterlegt. Dieses System kann das Landeskoordinatensystem oder aber auch das Koordinatensystem eines spezifischen Bauprojektes sein. Auf dieser Karte sind nun auch die Fixpunkte zu finden. Die Folie wird gedreht und verschoben, bis die Folienpunkte möglichst gut mit den auf der Karte eingezeichneten Punkten übereinstimmen (Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate). Die Koordinaten des Neupunktes können nun auf der Karte abgelesen werden.

Dieses Prinzip wird nicht graphisch, sondern analytisch angewandt. Die Berechnungen sind softwaremässig in den meisten modernen Tachymetern integriert. Das heisst, man muss nur die Punktnummern und die Koordinaten der umliegenden Punkte eingeben; die Koordinaten des Standortes und andere gewünschte Ergebnisse wie Varianzen, etc. werden dann automatisch aus den Messungen berechnet und können gespeichert und ausgegeben werden.

Die minimale Anzahl Messungen, die für die Berechnung erforderlich sind, sind zu zwei Fixpunkten je Distanz und Richtung.

In der Praxis werden jedoch, wenn möglich, mehr Messungen als notwendig durchgeführt, um durch Überbestimmung Angaben über die Zuverlässigkeit der Resultate zu erhalten.

Im Folgenden wird eine Methode beschrieben, mit der aus Richtungs- und Distanzmessungen zu mehr als zwei Fixpunkten die Standortkoordinaten berechnet werden. Die Methode entspricht einer ebenen Ähnlichkeitstransformation mit mehr als 2 identischen Punkten (Kap. 2.7.2.2). Die Standortkoordinaten entsprechen den Translationsparametern, sofern im lokalen System diese als Null angenommen werden ($y_N = 0$ und $x_N = 0$).

Gegeben:

- Koordinaten der Fixpunkte P_i ($i = 1..n$)
- Richtungen Ri_i und Distanzen d_i zu den Fixpunkten

Gesucht:

- Koordinaten des Neupunktes N

Vorgehen:

- 1) Berechnung der Koordinaten in einem lokalen Koordinatensystem:

Für den Neupunkt wird $y_N = 0$, $x_N = 0$ gewählt.

$$\text{Gl. 4.7-1} \quad y_i = y_N + d_i \cdot \sin Ri_i \quad x_i = x_N + d_i \cdot \cos Ri_i$$

- 2) Berechnung der Transformationsparameter einer Ähnlichkeitstransformation:

Diese Berechnung ist in Kapitel 2.7.2.2 ausführlich beschrieben. Das numerische Beispiel (Kap. 2.7.3) kann ebenfalls analog für die Freie Stationierung verwendet werden.

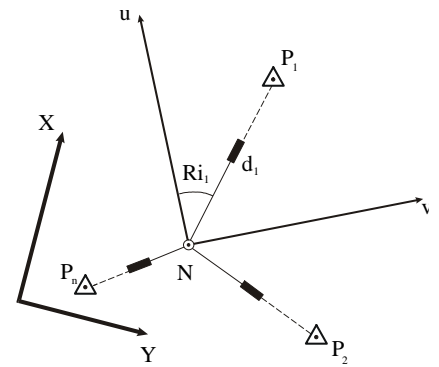


Abb. 4.22 Lokales Koordinatensystem mit Achsen u und v , wobei die u -Achse mit der Nullrichtung des Teilkreises zusammenfällt.

4.8 Polygonometrische Bestimmungsarten

4.8.1 Freier Polygonzug

Freie Polygonzüge sind beidseitig nicht nach Koordinaten oder Richtungen angeschlossen. Bei der Berechnung wird ein lokales Koordinatensystem konstruiert. Hierzu wird die erste Polygonseite zum Beispiel als y -Achse definiert.

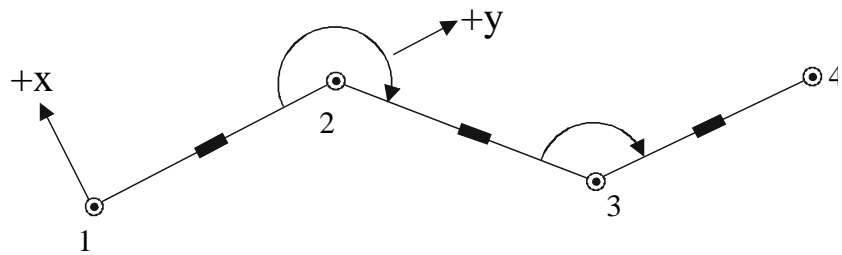


Abb. 4.23 Prinzip des freien Polygonzugs

4.8.2 Einseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug

Diese Zugart soll nur dann angewendet werden, wenn keine Anschlussmöglichkeit am Zugende gegeben ist, z.B. Tunnel- und Stollenabsteckung (Abb. 4.24).

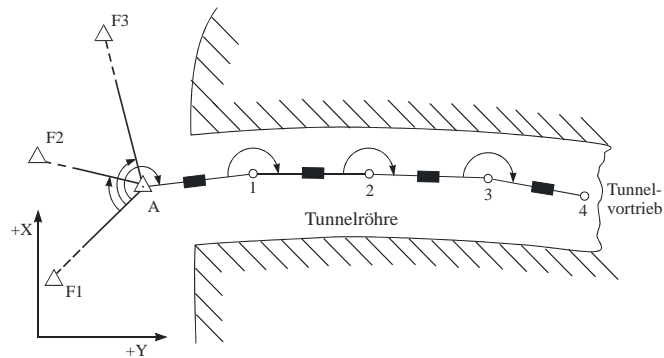


Abb. 4.24 Einseitig, nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug am Beispiel Tunnel

Bei einseitig angeschlossenen Polygonzügen ergeben sich nur geringe Kontrollmöglichkeiten, ausserdem weisen sie eine ungünstige Varianzfortpflanzung auf (vgl. Kap. 5.6).

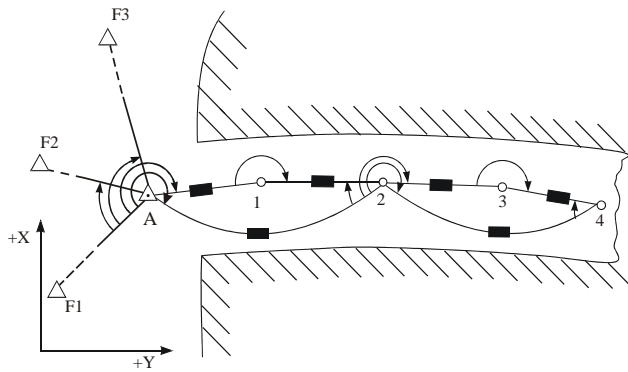


Abb. 4.25 Hier ist der Zug doppelt geführt, wobei ein Zug in Sprungständen gemessen wird, d.h. es wird einmal ein Zug mit jedem Punkt gemessen, und ein zweites Mal, indem bspw. nur jeder zweite Punkt in die Messungen miteinbezogen wird

In Abb. 4.25 und Abb. 4.26 sind Messanordnungen dargestellt, um eine gewisse Kontrollmöglichkeit und Zuverlässigkeit bei einseitig angeschlossenen Polygonzügen zu gewährleisten.

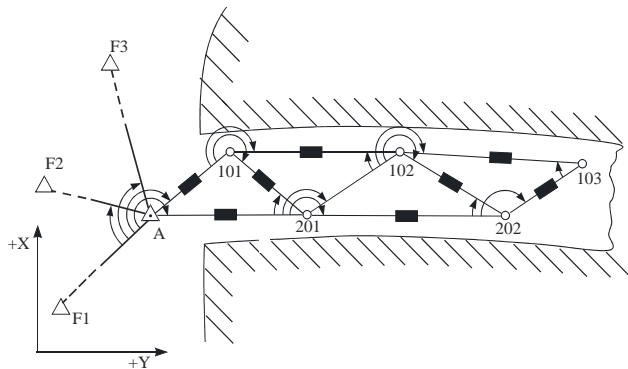


Abb. 4.26 Der Polygonzug ist hier als Polygonnetz angelegt

4.8.3 Beidseitig nach Koordinaten angeschlossener Polygonzug

Bei dieser Bestimmungsart erfolgt zuerst eine Berechnung als Freier Polygonzug angehängt an den Koordinatenwert des Punktes A und anschließend eine Transformation des berechneten Koordinatenwertes E auf den gegebenen Koordinatenwert. Diese Zug- und Berechnungsart ist anzustreben.

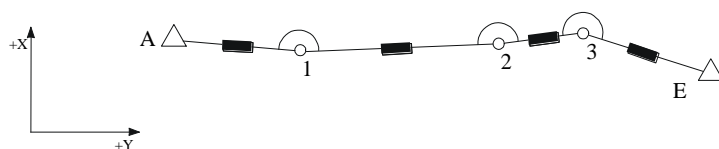


Abb. 4.27 Beidseitig nach Koordinaten angeschlossener Polygonzug

4.8.4 Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug

Am Endpunkt des Polygonzuges existieren folgende Kontrollmöglichkeiten:

- Vergleich der berechneten Polygonpunktkoordinaten mit den vorgegebenen Koordinaten des Endpunktes
- Vergleich des Azimuts am Endpunkt

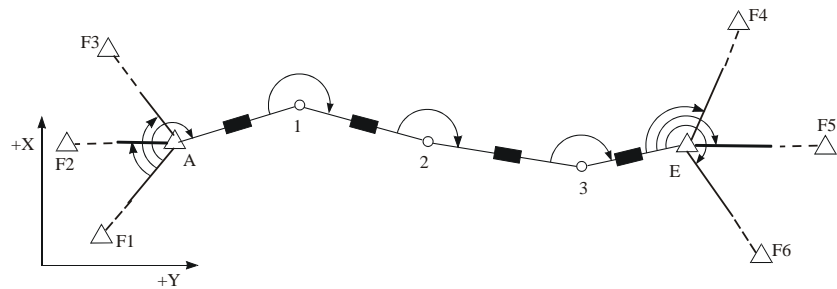


Abb. 4.28 Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug

4.8.5 Geschlossener Polygonzug oder Ringpolygon

Diese Art von Polygonzug ist ebenfalls beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossen. Dabei sind Anfangs- und Endpunkt des Zuges identisch. Diese Art des Polygonzuges soll eine Ausnahme sein, da sich grobe Fehler in den Anschlusskoordinaten und Anschlussrichtungen nicht aufdecken lassen. Geschlossene Polygonzüge weisen ausserdem den Nachteil auf, dass sie nicht mittels Drehstreckung eingepasst werden können.

Anwendungsbeispiele: Terrestrische Photogrammetrie, Koordinatenbestimmung der Kamerastandpunkte.

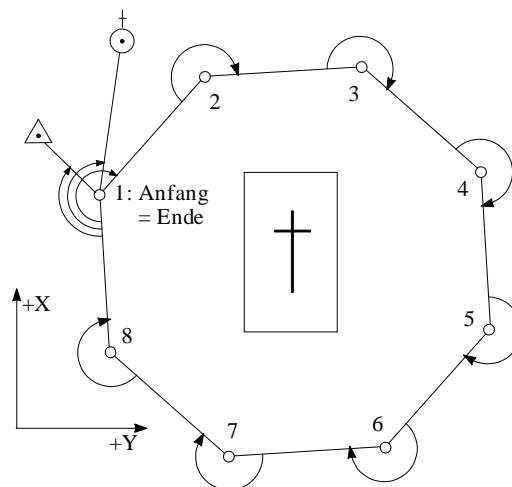


Abb. 4.29 Ringpolygonzug, bspw. zur photogrammetrischen Aufnahme eines Objektes

4.9 Angewandte Methoden der polygonometrischen Bestimmungsarten

4.9.1 Freier Polygonzug

Fall 1 (Abb. 4.30 und Abb. 4.31):

Zwischen zwei vorhandenen Strassenabschnitten soll eine Verbindung normgerecht ausgebaut werden. Die Koordinaten der beiden Strassenachsen liegen nicht vor. Gesucht werden der Tangentenschnittwinkel γ sowie die Achsdefinition, Klothoiden, Kreisbogen, etc; ferner die Elemente für die Absteckung der Achspunkte.

Messung:

- die Achsen der beiden Strassen werden versichert und erhalten z.B. die Punktbezeichnungen 101, 102, 201, 202 (siehe Abb. 4.30)
- Stationiert wird auf den Punkten 102, 202 und gemessen die Brechungswinkel α_1, α_2 , sowie die Distanzen $D_{102,101}$, $D_{102,202}$, $D_{202,201}$

Berechnung:

- Berechnung eines freien Polygonzuges, wobei die Achse $\overline{101-102}$ als x-Achse im lokalen System definiert wird. Der Punkt 101 erhält z.B. die Koordinaten $y = 100.000$, $x = 100.000$
- Berechnung von γ :

$$Gl. 4.9-1 \quad \gamma = \alpha_1 + \alpha_2 - 400 \text{ gon}$$

- Berechnung der Projektierungselemente, siehe Kap. 9.7.2

Absteckung der Bogenelemente:

Von den Punkten 101, 102, 201, 202 können nun die Hauptpunkte und Zwischenpunkte des neuen Trassenstückes polar oder orthogonal abgesteckt werden.

Fall 2 (Abb. 4.32):

In eine Gerade sollen Zwischenpunkte abgesteckt werden. Die Sichtverbindung \overline{AE} ist nicht gegeben.

Lösung:

Polygonzug im lokalen System um die Hindernisse herumlegen und die Zwischenpunkte Z_1 und Z_2 von den provisorischen Polygonpunkten 1 und 2 aus abstecken. 1 und 2 derart festlegen, dass gute Sichtbarkeit zu Z_1, Z_2, A, E gegeben ist.

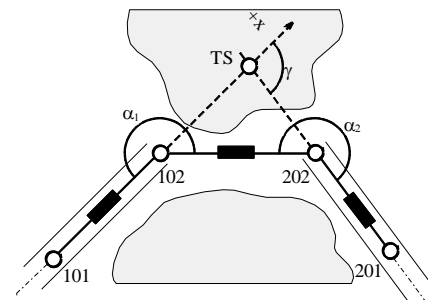


Abb. 4.30 Freier Polygonzug: Anwendung in der Projektierung

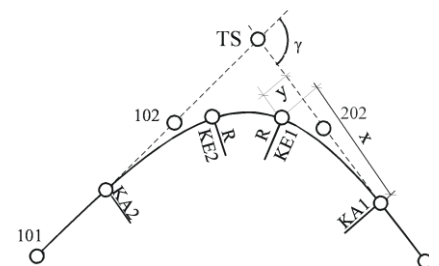


Abb. 4.31 Definition der gesuchten Trassierungselemente

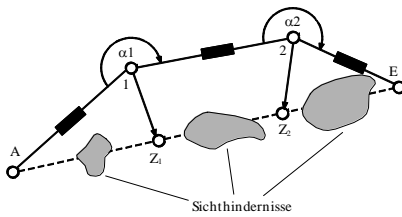


Abb. 4.32 Freier Polygonzug zur Absteckung/Überprüfung von Zwischenpunkten einer Geraden

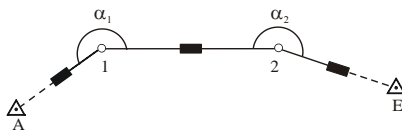


Abb. 4.33 Netzplan für beidseitig nach Koordinaten angeschlossenen Polygonzug

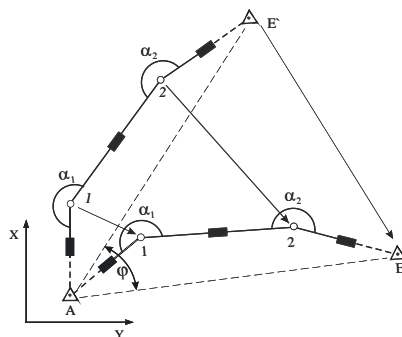


Abb. 4.34 Berechnungsmodell

Messung:

Stationieren auf den Punkten 1 und 2 und messen der Brechungswinkel und der Distanzen. Zweckmässig wäre es, die Richtungen $\overline{1Z_1}$ und $\overline{2Z_2}$ sofort mitzumessen und diese beiden Richtungen provisorisch zu versichern.

Berechnung:

Polygonzug wie im Fall 1 in einem lokalen System rechnen. Mit der zweiten geodätischen Hauptaufgabe wird das Azimut \overline{AE} berechnet und man erhält somit die Winkel zwischen der Geraden \overline{AE} und den Polygonseiten $\overline{A1}$ und $\overline{E2}$. Mit diesen Angaben lassen sich die Distanzen $\overline{1Z_1}$ und $\overline{2Z_2}$ berechnen und definitiv abstecken.

4.9.2 Beidseitig nach Koordinaten angeschlossener Polygonzug

4.9.2.1 Einleitung

Bei dieser Methode der polygonometrischen Koordinatenbestimmung von Neupunkten werden nur die Anfangs- und Endpunkte des Zuges verwendet. Gemessen werden dementsprechend nur die Brechungswinkel auf den Neupunkten und die Distanzen vom Anfangs- über die Neupunkte zum Endpunkt, hin und zurück (Schrägdistanzen und Zenitwinkel), siehe Abb. 4.33.

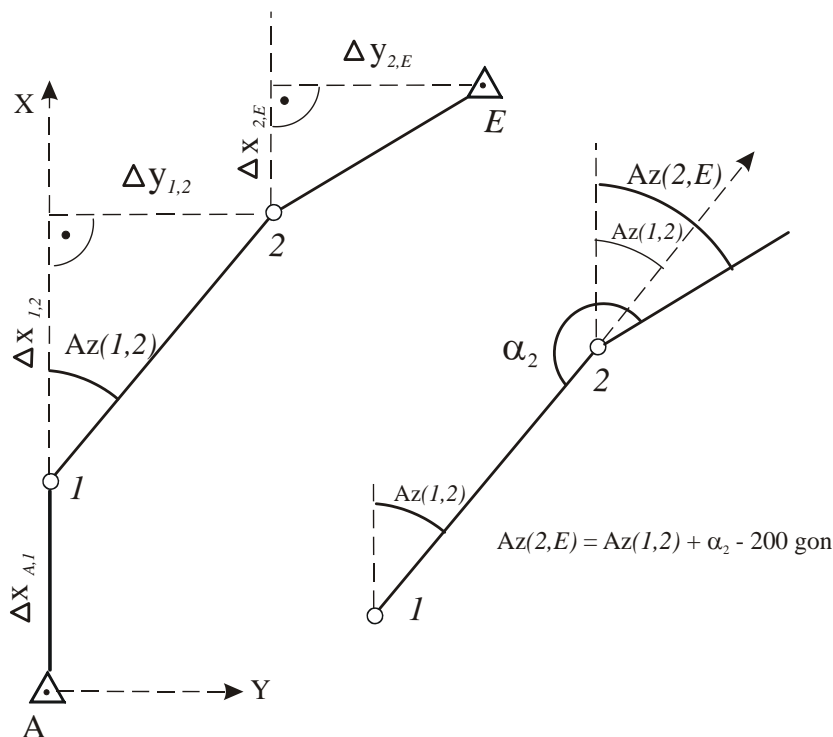
Dies bedeutet aber, dass Anfangs- und Endpunkt geprüft sein müssen, also ob die Koordinatenwerte dieser Punkte mit der örtlichen Punktversicherung (Punktlage) übereinstimmen. Diese Prüfung kann erfolgen mit einer Abriss-Bestimmung oder mit einer punktwisen Bestimmung, wie Freie Stationierung, Rückwärtseinschneiden, etc.

Zuerst erfolgt die Berechnung als einseitig nach Koordinaten angeschlossener Polygonzug ausgehend vom Anfangspunkt A. Anschliessend werden durch eine Drehstreckung, die Koordinaten des provisorischen Endpunktes E' auf die definitiven Endpunktkoordinaten E eingepasst, siehe Abb. 4.34. Die Geometrie des Zuges wird hierbei nicht verändert. Wirksam sind nur die Brechungswinkel und die Distanzen im Gegensatz zur Methode "Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug", wo die Richtungsmessungen zu den Anschlusspunkten auf Anfangs- und Endpunkt die Geometrie des Zuges verändern können, also die Werte der Brechungswinkel verändert werden.

4.9.2.2 Berechnungsmodell

Lage

Der Polygonzug wird zuerst einseitig an den Anfangspunkt A angehängt. Die Punktberechnung erfolgt als fortgesetzte Vektorberechnung gemäss der ersten geodätischen Hauptaufgabe. Als Azimutwert für die erste Polygonseite wird 0 gon verwendet. Wir erhalten somit die provisorischen Koordinatenwerte für die Neupunkte und den Endpunkt E.



$$Y_1 = Y_A + D_{A,1} \cdot \sin Az \ 0 \text{ gon}$$

$$Y_2 = Y_1 + D_{1,2} \cdot \sin Az(1,2)$$

$$Y_E = Y_2 + D_{2,E} \cdot \sin Az(2,E)$$

$$X_1 = X_A + D_{A,1} \cdot \cos Az \ 0 \text{ gon}$$

$$X_2 = X_1 + D_{1,2} \cdot \cos Az(1,2)$$

$$X_E = X_2 + D_{2,E} \cdot \cos Az(2,E)$$

Abb. 4.35 Die provisorischen Koordinaten Y, X werden als fortgesetzte Vektorberechnung erhalten

Anschliessend erfolgt mittels Helmertransformation die Berechnung der definitiven Neupunktkoordinaten. Mit einer Drehstreckung werden die Koordinaten von E' auf den gegebenen Koordinatenwert E transformiert. Wie bereits erwähnt, wird hierbei die Geometrie des Zuges nicht verändert, siehe Abb. 4.34.

Helmertransformation (ohne Translation)

Gl. 4.9-2

$$\begin{pmatrix} Y \\ X \end{pmatrix} = m \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y' \\ X' \end{pmatrix}$$

Der Massstabsfaktor und der Rotationswinkel φ werden wie folgt berechnet:

mit $d = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$

Gl. 4.9-3

$$m = \frac{d_{A,E}}{d_{A,E'}}$$

Gl. 4.9-4

$$\varphi = Az(A, E) - Az(A, E')$$

Lagegenauigkeit

Für die Beurteilung der Lagegenauigkeit werden der Massstab m , die Lagegenauigkeiten von A und E und die Polygonzuglänge D_{tot} benötigt. Diese Angaben können aus der Koordinatendatei entnommen oder durch Messung/Berechnung bestimmt werden. Anschliessend vergleicht man den Massstabsfaktor „ m “ mit den eingegebenen Lagegenauigkeiten.

Gl. 4.9-5

$$(1-m) \cdot D_{tot} \leq \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_E^2}$$

Falls der Wert "m" grösser ist, so sind die Messwerte, bzw. die eingegebenen Punktgenauigkeiten zu überprüfen.

Höhe

Die Höhenunterschiede Δh_i zwischen benachbarten Punkten werden aus den Horizontalabständen D_i im Projektionssystem (siehe Eingabe Lage) und den Zenitwinkeln z hin und rück berechnet, siehe Kap. 6.9 Trigonometrische Höhenbestimmung:

$$Gl. 4.9-6 \quad \Delta h_i = \frac{1}{2} \left[\left| D_{i,h} \cdot \cot z_h + I_h - S_h \right| + \left| D_{i,r} \cdot \cot z_r + I_r - S_r \right| \right]$$

Massgebend für das Vorzeichen für Δh_i ist der Wert z_h

Die Höhen der Neupunkte werden zuerst durch polares Anhängen einseitig an den Anfangspunkt berechnet. Mit der folgenden Formel können für jeden Schritt des polaren Anhängens Verwechslungen von Instrumenten- und Signalhöhe oder Mess- und Eingabefehler erkannt werden. Es gilt:

n: Anzahl Teilstrecken

$$Gl. 4.9-7 \quad \left| (D_{i,h} \cdot \cot z_h + I_h - S_h) + (-D_{i,r} \cdot \cot z_r + I_r - S_r) \right| \leq \frac{\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_E^2}}{\sqrt{n}}$$

Anschliessend wird der Widerspruch (W_H) zwischen der provisorischen Höhe E' und der gegebenen Höhe E berechnet und mit den gegebenen Höhengenaugigkeiten verglichen.

Es gilt:

Gl. 4.9-8

$$|W_H| \leq \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_E^2}$$

Der Widerspruch wird proportional zu den gemessenen Distanzen auf die Höhenunterschiede Δh_i verteilt.

Gl. 4.9-9

$$v_{\Delta h_i} = W_H \cdot \frac{D_i}{\sum D_i}$$

4.9.2.3 Numerisches Beispiel

Aufgabe: Für den Neubau einer Strasse in Capriasca TI werden entlang des Projektes neue Fixpunkte benötigt. Die Koordinatenbestimmung erfolgt mit der polygonometrischen Methode.

Netzplan

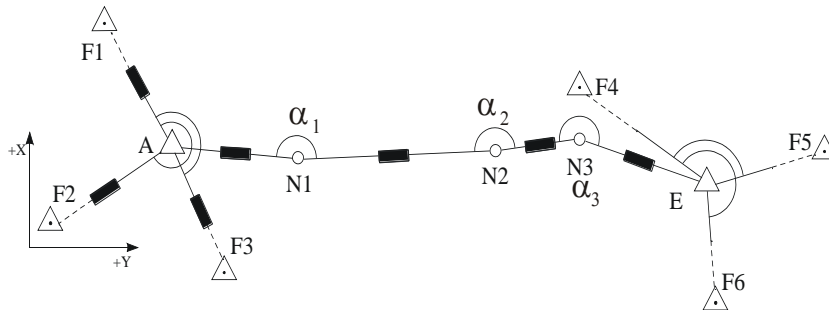


Abb. 4.36 Netzplan mit den Fixpunkten A,E und den Neupunkten N1 bis N3. Die Anschlussbeobachtungen zu den Fernzielen F1 bis F6 dienen neu zur Überprüfung der Genauigkeit der Fixpunkte A und E.

Tab. 4-6 Koordinatenverzeichnis der gegebenen Fixpunkte

	Y	X	H	Genauigkeit	
				σ_X, σ_Y	σ_H
A	717448.560	102691.650	584.020	0.03	0.03
E	717995.190	102644.630	525.190	0.03	0.03
F1	717326.613	102850.171			
F2	717227.766	102554.354			
F3	717573.567	102418.935			
F4	717800.748	102723.953			
F5	718179.380	102691.256			
F6	718005.483	102404.850			

Messvorschrift

siehe dazu Tab. 4-7 Messprogramm und Abb. 4.36 Netzplan

- Zwangszentrierung, siehe Kap. 3.3.4
- Richtungsmessung: hier als Beispiel nur ein Satz. In der Praxis sollten im Sinne der Zuverlässigkeits- und Genauigkeitsforderungen zwei oder mehr Sätze gemessen werden.
- Distanzmessung: hin und rück
- Zenitwinkelmessung: hin und rück, je ein Satz
- Die Lagen der Fixpunkte A, E sind zu überprüfen. Auf „A“ können Distanzen zu den Fernzielen F1 bis F3 gemessen werden, somit kann mit der Methode der Freien Stationierung die Prüfung erfolgen. Auf „E“ können nur Richtungen zu den Fernzielen F4 bis F6 gemessen werden, somit erfolgt hier die Prüfung mittels Abriss.

Messprogramm*Tab. 4-7 Messprogramm*

Stations- punkt	Ziel- punkt	Richt.- winkel	Zenit- winkel	Dist.	I	S
A	F1	x	x	x	x	x
	F2	x	x	x		x
	F3	x	x	x		x
	N1		x	x		x
N1	A	x	x	x	x	x
	N2	x	x	x		x
N2	N1	x	x	x	x	x
	N3	x	x	x		x
N3	N2	x	x	x	x	x
	E	x	x	x		x
E	N2		x	x	x	x
	F4	x				
	F5	x				
	F6	x				

Messungen

Tab. 4-8 Messprotokoll

Hier sind die ermittelten Distanzen auf „A“ zu den Fernzielpunkten nicht aufgeführt. Projektions-Distanzen von A nach F1: 199.994 m, nach F2: 259.959 m, nach F3: 299.968 m

Ort: Capriasca	Instrument: TC 500	Wetter: bewölkt
Objekt: Neubau Kantonsstrasse	Beobachter: Pfund	Temperatur: [°C] 18
Datum: 11.09.95	Sekretär: Meier	Luftdruck [hPa] 978

punkt	Zielpkt.	Richtungsmessung					Zenitwinkelmessung				Distanzmessung			Bem.	
		Lage I [gon]	Lage II [gon]	Mittel [gon]	Red. Mittel [gon]	Satzmittel [gon]	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Lage I+II [gon]	Zenitwinkel [gon]	I [m]	S [m]	Ds [m]		
A	F1	12.567	212.571	12.569	0.000	-									Es wurde jeweils nur 1 Satz gemessen
	F2	318.890	118.896	318.893	306.324	-									
	F3	226.954	26.953	226.954	214.385	-									
	N1	164.946	364.942	164.944	152.375	-	103.635	296.367	400.002	103.634	1.545	1.490	104.947		
N1	A	125.684	325.683	125.684	0.000	-	96.367	303.633	400.000	96.367	1.490	1.545	104.951		
	N2	313.245	113.240	313.243	187.559	-	106.329	293.675	400.004	106.327		1.510	213.354		
N2	N1	103.547	303.549	103.548	0.000	-	93.673	306.328	400.001	93.673	1.510	1.490	213.352		
	N3	298.707	98.713	298.710	195.162	-	98.585	301.419	400.004	98.583		1.595	84.679		
N3	N2	241.009	41.006	241.008	0.000	-	101.417	298.586	400.003	101.416	1.595	1.510	84.677		
	E	66.447	266.444	66.446	225.438	-	113.648	286.352	400.000	113.648		1.600	157.049		
E	F4	61.134	261.129	61.132	0.000	-									
	F5	220.684	20.687	220.686	159.554	-									
	F6	333.748	133.744	333.746	272.614	-									
	N3	55.202	255.208	55.205	394.073	-	86.353	313.649	400.002	86.352	1.600	1.595	157.050		

Tab. 4-9 Distanzreduktion

Station	Ziel	gemessene Daten:	mittlere Lage	Metendaten	Meteokorrektur	Reduktion auf Horizontal-distanz	Korr. wegen Höhe	Projektions-verzerrung	D = Distanz im Projektions-system
A	N1	104,947	96	978,0	0,002	103,634	-0,009	0,012	104,781
		103,6340	540	18,0	104,949	104,778	104,769	104,781	
N1	A	104,951	96	978,0	0,002	96,367	-0,009	0,012	104,785
		96,3670	540	18,0	104,953	104,782	104,773	104,785	
	N2	213,354	96	978,0	0,003	106,326	-0,018	0,024	212,311
		106,3270	540	18,0	213,357	212,305	212,287	212,311	
N2	N1	213,352	96	978,0	0,003	93,672	-0,018	0,024	212,308
		93,6730	540	18,0	213,355	212,302	212,284	212,308	
	N3	84,679	96	978,0	0,001	98,583	-0,007	0,010	84,662
		98,5830	540	18,0	84,680	84,659	84,652	84,662	
N3	N2	84,677	96	978,0	0,001	101,416	-0,007	0,010	84,660
		101,4160	540	18,0	84,678	84,657	84,650	84,660	
	E	157,049	96	978,0	0,003	113,647	-0,013	0,017	153,461
		113,6480	540	18,0	157,052	153,457	153,444	153,461	
E	N3	157,050	96	978,0	0,003	86,351	-0,013	0,017	153,461
		86,3520	540	18,0	157,053	153,457	153,444	153,461	

Berechnungen

Kontrolle der Lage der Fixpunkte. Diese Kontrollen sind immer auszuführen, wenn z.B.:

- die Punkte in instabilem Gelände liegen
- keine Punktgenauigkeitsangaben vorliegen
- längere Zeit keine Kontrollmessungen durchgeführt wurden
- das Messgebiet und die Geologie unbekannt ist

Lagekontrolle von A mit Freie Stationierung

Tab. 4-10 Frei Stationierung, Berechnung der Koordinaten des Punktes A

Neupunkt: Anzahl Fixpunkte:

Fazit: Der Koordinatenwert für A hat sich aus der Messung bestätigt. Als Lagegenauigkeit wird mit 2.1 cm angegeben. Darum wird in der Koordinatenberechnung eine Lagegenauigkeit von 3.0 cm angenommen

Eingabetabelle				
Punkt	Landeskoordinaten		Messungen	
	Y	X	D reduziert	Hz-Richtung
F1	717326,613	102850,171	199,994	0,0000
F2	717227,766	102554,354	259,959	306,3240
F3	717573,567	102418,935	299,968	214,3850

Ausgabetabelle				
Neupunkt	Standardabweichungen		Parameter	
	$s_Y =$	$s_X =$	a	b
A	12,3 mm	8,4 mm	0,7927	-0,6098
	$s_{X,Y} =$	21,1 mm	Kontrolle:	
	Koordinaten		$a^2 + b^2 =$	1,0002
	Y	X	m	1,0001
	717448,560	102691,650	Drehwinkel	158,2558

Lagekontrolle von E mit Abriss

Tab. 4-11 Abriss: Berechnung auf Punkt E

Fazit: Als Lagegenauigkeit für Punkt E kann 3.0 cm angenommen werden. Die maximale Verbesserung für den Punkt F6 ergibt eine Querabweichung von 1.4 cm. Berechnung siehe Kap. 1.7 Abschätzungsformeln

Eingabetabelle					
Standpunkt			Anschlusspunkte		
Punkt	Koordinaten		Punkt	Koordinaten	
	Y	X		Y	X
E	717995.190	102644.630	F4	717800.748	102723.953
Neupunkte			F5	718179.380	102691.256
Punkt			F6	718005.483	102404.850

Punkt	Gerechn. Azimut [gon]	Beob. Richtung R [gon]	Az-R $O_{mitt.}$ [gon]	Orientierte Richtung (R + $O_{mitt.}$)	Verbesserungen	
					v+ [mgon]	v- [mgon]
F4	324.6590	0.0000	324.6590	324.6587	0.3	
F5	84.2161	159.5540	324.6621	84.2127	3.5	
F6	197.2689	272.6140	324.6549	197.2727		-3.8
		$O_{mitt.} =$	324.6587	Σ	3.8	-3.8

Berechnen der Koordinaten der Neupunkte N1 bis N3

Tab. 4-12 Polygonzug mit Helmertransformation: Berechnung der Neupunktkoordinaten

Anfangspunkt:	A
Y:	717448,560
X:	102691,650
H:	584,020
Lagegenauigkeit:	0,030
Höhengenauigk.:	0,030

Alle Werte in
Metern, bzw. Gor

Endpunkt:	E
Y:	717995,190
X:	102644,630
H:	525,190
Lagegenauigkeit:	0,030
Höhengenauigk.:	0,030

Messwerte						
Punktnummer	Brechungswinkel α [gon]	Zenitwinkel rück [gon]	D _{Projektion} rück [m]	I [m]	S [m]	* Widerspruch ΔH hin und zurück zu gross
		Zenitwinkel hin [gon]	D _{Projektion} hin [m]			
A						
		103,6340	104,781	1,545	1,490	
N1	187,5590	96,3670	104,785	1,490	1,545	
		106,3270	212,311	1,490	1,510	
N2	195,1620	93,6730	212,308	1,510	1,490	
		98,5830	84,662	1,510	1,595	
N3	225,4380	101,4160	84,660	1,595	1,510	
		113,6480	153,461	1,595	1,600	
E		86,3520	153,461	1,600	1,595	

	ist	soll
Azimet A-E	394,8525	105,4626

Rotationswinkel:	110,6101
Masstab:	1,000074

W _H :	0,089	Warnung: zu gross
ΣD_{hor}	555,215	

Punkt	Provisorische			Transformierte Koordinaten		
	Y	X	H	Y	X	H
A	717448,560	102691,650	584,020	717448,560	102691,650	584,020
N1	717448,560	102796,433	578,088	717551,899	102674,266	578,071
N2	717407,333	103004,701	556,898	717764,136	102680,372	556,847
N3	717384,636	103086,263	558,697	717848,339	102689,225	558,632
E	717404,250	103238,465	525,279	717995,190	102644,630	525,190

Fazit

Lage: die Messungen entsprechen der Modellannahme, der Punktgenauigkeit der Neupunkte liegt innerhalb von 3.0 cm

Höhe: der Widerspruch W_H zwischen der Messung / Auswertung und den gegebenen Werten beträgt 8.9 cm. Falls die geforderte Punktgenauigkeit überschritten wird, so sind primär die Höhen der Punkte A und E zu überprüfen, da die Bestimmung der Δh_i durch hin und rück kontrolliert ist.

4.9.3 Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug

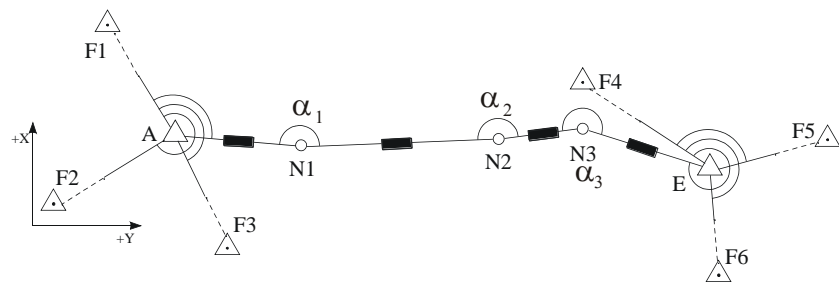


Abb. 4.37 Netzplan für Methode „Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug“

Berechnungsgang

- 1) Berechnen der Abrisse auf A und E, siehe Kap. 4.5. Hierbei werden zusätzlich die orientierten Richtungen $R_{or}(A, N1)$ und $R_{or}(E, N3)$ berechnet und als Azimutwerte $Az(A, N1)$, $Az(E, N3)$ in die Berechnung eingeführt.
- 2) Berechnen der Azimute pro Polygonseite (ohne Berücksichtigung der Winkelabschlussabweichung).

$$\begin{aligned}
 Az(A, N1) &= R_{or}(A, N1) \\
 Az(N1, N2) &= Az(A, N1) + \alpha_1 - 200\text{gon} \\
 Az(N2, N3) &= Az(N1, N2) + \alpha_2 - 200\text{gon} \\
 Az(N3, E) &= Az(N2, N3) + \alpha_3 - 200\text{gon}
 \end{aligned}$$

Gl. 4.9-10

- 3) Kontrolle der Azimutwerte, Winkelabschlussabweichung.

Das gemäss Gl. 4.9-10 berechnete Azimut $Az(N3, E)$ sollte nun um 200 gon verschieden sein zu dem auf Punkt E berechneten Azimut $Az(E, N3)$

$$\text{Gl. 4.9-11} \quad Az(A, 1) + \sum_{i=1}^n \alpha_i - n \cdot 200\text{gon} - W_\alpha = Az(E, n) + 200\text{gon}$$

Der daraus resultierende Widerspruch W_α berechnet sich demzufolge

$$\text{Gl. 4.9-12} \quad W_\alpha = \left(Az(A, 1) + \sum_{i=1}^n \alpha_i - n \cdot 200\text{gon} \right) - (Az(E, n) + 200\text{gon})$$

Beispiel einer Toleranzangabe:

$$W_\alpha \leq 15 \cdot \sqrt{n} [\text{mgon}]$$

Dieses Beispiel stammt aus den Vorschriften der schweizerischen Grundbuchvermessung von 1976. Heute werden andere Masse zur Genauigkeitsbeschreibung verwendet (vgl. Kap. 5).

Liegt der Wert W_α , Winkelabschlussabweichung genannt, innerhalb der vorgegebenen Toleranz, so wird dieser als Verbesserung $v_{\alpha i}$ auf die Brechungswinkel α_i verteilt und die Azimute pro Polygonseite mit den verbesserten Brechungswinkeln neu berechnet.

4) Definitive Berechnung der Azimute pro Polygonseite.

Da alle Brechungswinkel mit gleicher Genauigkeit gemessen werden, so wird W_α **gleichmässig** auf alle Brechungswinkel verteilt

$$\text{Gl. 4.9-13} \quad v_{\alpha_i} = \frac{-W_\alpha}{n}$$

5) Berechnen der Koordinatendifferenzen.

Diese erfolgt als fortgesetzte Vektorberechnung gemäss der ersten geodätischen Hauptaufgabe

$$\text{Gl. 4.9-14} \quad \begin{aligned} Y_{N_1} &= Y_A + D_{A,N_1} \cdot \sin Az(A, N_1) \\ Y_E &= Y_3 + D_{N_3,E} \cdot \sin Az(N_3, E) \end{aligned}$$

$$\text{Gl. 4.9-15} \quad \begin{aligned} X_{N_1} &= X_A + D_{A,N_1} \cdot \cos Az(A, N_1) \\ X_E &= X_3 + D_{N_3,E} \cdot \cos Az(N_3, E) \end{aligned}$$

6) Kontrolle der Koordinatendifferenzen, Widersprüche für Y, X

Als Ergebnis der fortgesetzten Vektorberechnung sollten die Koordinatenwerte für den Endpunkt E mit den gegebenen Koordinaten übereinstimmen.

$$\text{Gl. 4.9-16} \quad \begin{aligned} Y_A + \sum \Delta Y_i &= Y_{E(Ist)} \\ X_A + \sum \Delta X_i &= X_{E(Ist)} \end{aligned}$$

Eventuelle Widersprüche berechnen sich wie folgt:

$$\text{Gl. 4.9-17} \quad \begin{aligned} W_Y &= Y_{E(Ist)} - Y_{E(Soll)} \\ W_X &= X_{E(Ist)} - X_{E(Soll)} \end{aligned}$$

7) Definitive Berechnung der Neupunktkoordinaten.

Liegen die Widersprüche innerhalb der vorgegebenen Toleranz, so werden die Widersprüche proportional zur Distanz auf die ΔY_i , ΔX_i verteilt.

$$\text{Gl. 4.9-18} \quad v_{\Delta Y_i} = \frac{-W_Y \cdot D_i}{\sum D_i}$$

$$\text{Gl. 4.9-19} \quad v_{\Delta X_i} = \frac{-W_X \cdot D_i}{\sum D_i}$$

Tab. 4-13 Berechnung der Koordinaten mit der Methode *Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug“

Anfangspunkt:	A				Endpunkt:	E			
Y:	717448,560				Y:	717995,190			
X:	102691,650				X:	102644,630			
H:	584,020				H:	525,190			
Or. Richtung:	110,6310				Or. Richtung:	318,7317			
Anzahl PP	3				← Aus Abriss →				

Messwerte					Berechnungen						
Standpunkt [Nr.]	α_{gemessen} [gon]	Zenitwin. $Z_{i,i+1}$ [gon]	D [m]	I-S [m]	Azimut [gon]	$Y_{\text{def.}}$ [m]		$X_{\text{def.}}$ [m]		$H_{\text{def.}}$ [m]	
	$\alpha_{\text{korrigiert}}$					ΔY_{prov}	ΔY_{def}	ΔX_{prov}	ΔX_{def}	ΔH_{prov}	ΔH_{def}
A						717448,560		102691,650		584,020	
		103,6340	104,783	0,055	110,6310	103,325	103,330	-17,417	-17,431	-5,933	-5,950
N1	187,5590					717551,890		102674,219		578,070	
	187,5396	106,3270	212,310	-0,020	98,1706	212,222	212,231	6,100	6,072	-21,190	-21,224
N2	195,1620					717764,120		102680,291		556,846	
	195,1426	98,5830	84,661	-0,085	93,3131	84,194	84,198	8,876	8,865	1,800	1,786
N3	225,4380					717848,318		102689,156		558,632	
	225,4186	113,6480	153,461	-0,005	118,7317	146,866	146,872	-44,505	-44,526	-33,418	-33,442
E						717995,190		102644,630		525,190	

$\omega_{\alpha} =$	0,058	$\Sigma D =$	555,215	$w_Y =$	-0,022	$w_X =$	0,075	$w_H =$	0,089
Verbesserung $= -w_{\alpha}/n$				Verbesserung $= -w \cdot D / \Sigma D$					

Anmerkung zur Berechnung der Höhen:

Die Differenzen zu den Werten aus Tab. 4-12 im mm-Bereich, sind darauf zurückzuführen, dass in Tab. 4-13 die Δh_i nicht als Mittel aus der Hin- und Rückmessung berechnet sind.

4.9.4 Schlussbemerkung zu den Polygonzugmethoden

Die Berechnungsmethode gemäss Kap. 4.8.4 ist eine Näherungsausgleichung. Bedingt durch die Korrektur der Brechungswinkel, siehe Kap. 4.8.4 unter „4. Definitive Berechnung der Azimute pro Polygonseite“, wird die Geometrie des Polygonzuges verändert.

Ein Vergleich der Koordinatenwerte beider Methoden zeigt den Einfluss der Geometrieänderung.

$$\Delta Y, \Delta X = \text{Soll} - \text{Ist}$$

Soll: Methode beidseitig nach Koordinaten angeschlossener PZ, Kap. 4.8.3

Ist: Methode beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener PZ

Tab. 4-14 Vergleich der berechneten Koordinatenwerte mit den Methoden in den Kap. 4.8.3 und

Pkt.	ΔY [cm]	ΔX [cm]	$\Delta Y, X$ [cm]
N1	0.9	4.7	4.8
N2	1.6	8.1	8.3
N3	2.1	6.9	7.2

Die grosse Winkelabschlussabweichung W_α von 0.058 gon (siehe *Tab. 4-13*) ist für die Differenzen ΔY , ΔX verantwortlich. Verständlich ist auch, dass in der Zugmitte, Punkt N2, die grösste Differenz auftritt, siehe dazu Kap. 5.9.9 Varianzfortpflanzung beim Polygonzug.

Hier ist aber anzumerken, dass bei der Berechnungsmethode gemäss Kap. 4.8.3 die Zuverlässigkeit gegenüber der Methode gemäss Kap. 4.8.4 vermindert ist. Ursache dafür ist die Nichtverwendung der orientierten Richtungen auf den Fixpunkten zum ersten bzw. letzten Neupunkt.

4.10 Flächenberechnung

Es kommt immer wieder vor, dass die Fläche eines beliebigen Polygons berechnet werden soll. Eine Möglichkeit ist, die Fläche in Dreiecke aufzuteilen und die Fläche jedes Dreiecks separat zu berechnen. Das Addieren all dieser Dreiecksflächen führt schlussendlich zur Gauss'schen Flächenformel, mit welcher die Fläche des geschlossenen, sich nicht überschneidenden Polygons mit den Ecken $i = 1, 2, \dots, n$ aus den Koordinaten der Eckpunkte berechnet werden kann. Die Nummerierung der Polygonpunkte erfolgt dabei im Uhrzeigersinn.

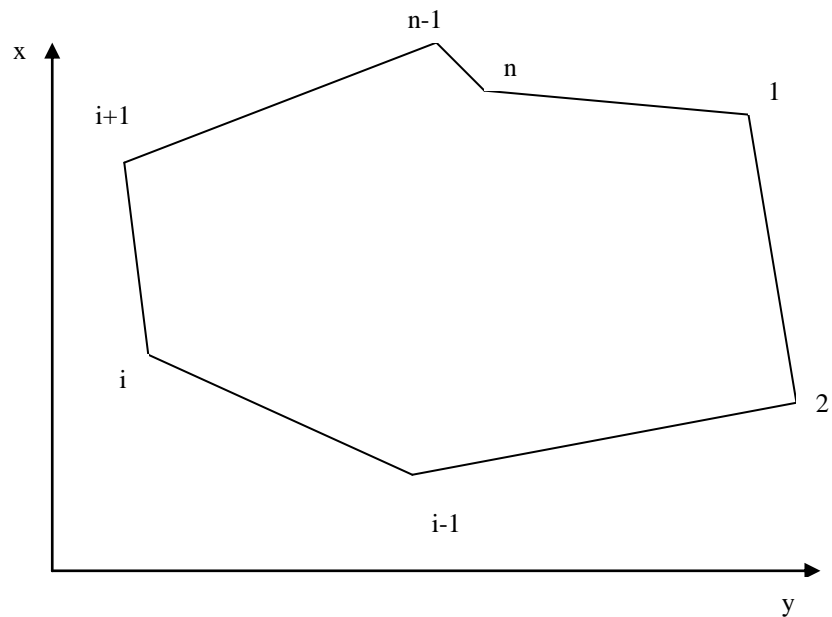


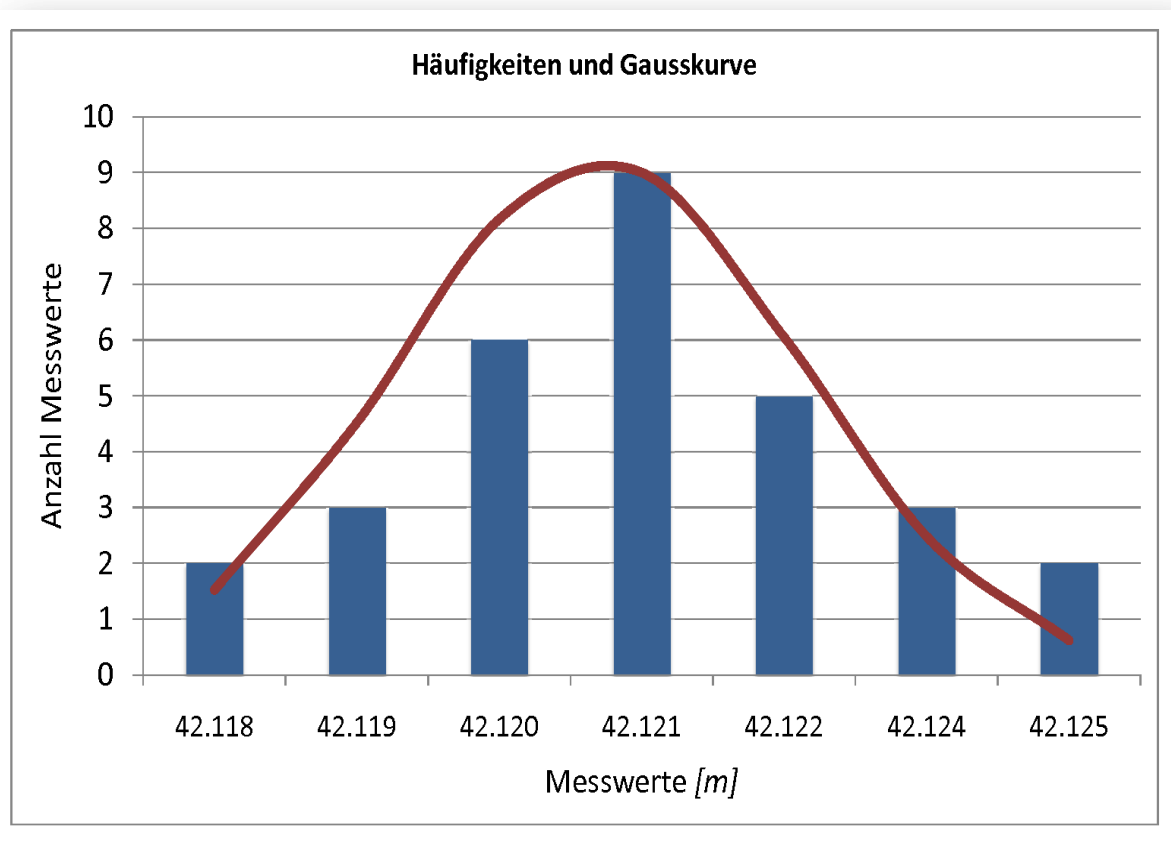
Abb. 4.38 zu bestimmende Fläche

Gauss'sche Flächenformel:

$$\text{Gl. 4.10-1} \quad F = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot (y_{i+1} - y_{i-1}) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n y_i \cdot (x_{i-1} - x_{i+1})$$

KAPITEL 5

GEODÄTISCHE STATISTIK



5 Geodätische Statistik

5.1	Einleitung	158
5.2	Zufällige Abweichungen und Fehler	159
5.2.1	Grobe Fehler (Gross Errors)	159
5.2.2	Systematische Abweichungen (Systematic Errors)	159
5.2.3	Zufällige Abweichungen und Verteilungen	160
5.2.3.1	Normalverteilung	160
5.2.3.2	Standardnormalverteilung	161
5.3	Grundlagen und Begriffe der geodätischen Statistik	163
5.4	Genauigkeitsmasse und Auflösung	165
5.4.1	Innere und äussere Genauigkeit, Präzision, Richtigkeit und Auflösung	165
5.4.2	Berechnung der Standardabweichung aus der Varianz	165
5.4.3	Empirische Standardabweichung und Varianz	166
5.4.4	Empirische Standardabweichung	166
5.5	Gewicht	168
5.6	Varianzfortpflanzung	170
5.6.1	Ermittlung der Genauigkeit bei Funktionalen	170
5.7	Beschreibung der Punktgenauigkeit	171
5.7.1	Einfluss zufälliger Abweichungen auf Koordinaten	171
5.7.2	Beschreibung mittels Konfidenzellipse	171
5.7.3	Beschreibung nach Helmert	172
5.7.4	Vorgehen bei der a priori Berechnung der Punktgenauigkeit	172
5.7.5	Grundlagen zur Bestimmung der Konfidenzellipsen	173
5.8	Zuverlässigkeit und Schutz vor groben Fehlern	174
5.9	Beispiele	176
5.9.1	Distanzmessung: Empirische Standardabweichung und Varianz	176
5.9.2	Genauigkeitsangaben bei Richtungsmessungen	177
5.9.3	Genauigkeitsangaben bei Zenitwinkelmessung	178
5.9.4	Gewichtetes Mittel bei Nivellementsknoten	178
5.9.5	Normalverteilung	179
5.9.6	Varianzfortpflanzung bei trigonometrischer Höhenbestimmung	180
5.9.7	Varianzberechnung beim Sinussatz (Länge einer Seite)	180
5.9.8	Varianzfortpflanzung am Beispiel einer Punktabsteckung	181
5.9.9	Varianzfortpflanzung beim Polygonzug (allgemein)	182
5.9.10	Varianzfortpflanzung beim einseitig angeschlossenen Polygonzug (gestreckt, Polygonseiten gleich lang)	183
5.9.11	Varianzfortpflanzung am Beispiel der 2. Hauptaufgabe	186
5.10	Neue und alte Begriffsbildung in der geodätischen Statistik	189
5.11	Toleranzen im Bauwesen	190

5.12	Zusammenfassung der wichtigsten statistischen Formeln.....	192
5.12.1	Bezeichnungen	192
5.12.2	Mittelwerte.....	192
5.12.3	Streuungsmaße	192
5.12.3.1	Eindimensionale Verteilungen	192
5.12.3.2	Zweidimensionale Verteilungen	193
5.12.3.3	Allgemeines Varianzfortpflanzungsgesetz	193
5.12.4	Anwendungen	194
5.12.4.1	Genauigkeitsangaben bei Richtungsmessungen.....	194
5.12.4.2	Genauigkeitsangaben bei Zenitwinkelmessungen.....	194
5.12.4.3	Genauigkeitsangaben beim Abriss.....	194

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

A	Koeffizientenmatrix
D	Distanz
f	Freiheitsgrad (Anzahl überschüssiger Messungen)
f(x)	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
F(x)	Wahrscheinlichkeitsfunktion
H₀, H₁	Null- bzw. Alternativhypothese
K(I)	Kovarianzmatrix der Beobachtungen
K(x)	Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Beobachtungen
l	Beobachtungsvektor (Messwerte)
\bar{l}	Ausgegliche Beobachtungen
N	Anzahl Richtungen pro Satz
n	Anzahl Messungen
P	Gewichtsmatrix
p	Gewicht
P(x)	Wahrscheinlichkeit, dass Ereignis x eintritt
r	Korrelationskoeffizient
s	empirische Standardabweichung
s₀²	Varianz der Gewichtseinheit a posteriori
s_{x,y}	Kovarianz
T	Toleranz
T_O	Obere Grenze des Vertrauensintervalls
T_U	Untere Grenze des Vertrauensintervalls
t_{α/2,f}	Wert der beidseitigen t-Verteilung zu einem bestimmten Freiheitsgrad bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit α
u	Anzahl Unbekannte
u_{α/2}	Wert der Standardnormalverteilung bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit α
v	Verbesserung (Residuum)
VG	Vertrauensgrenzen
VI	Vertrauensintervall
\bar{x}	Mittelwert, ausgeglichene Parameter
x_w	wahrer Wert
α	Wahrscheinlichkeit für Fehler 1. Art
β	Wahrscheinlichkeit für Fehler 2. Art

δ	Bias, Abweichung des wahren Wertes vom Erwartungswert
ε	wahre Abweichung
μ	Erwartungswert
σ^2	Varianz
σ_R	Standardabweichung einer Richtungsmessung
σ_α	Standardabweichung eines Winkels
$\sigma_{q,A}$	Standardabweichung quer (senkrecht) zur Richtung A

5 Geodätische Statistik

Stichwörter: arithmetisches Mittel, Auflösung, Ausgleichung, Bias, Dichtefunktion, empirische Varianz, Erwartungswert, Gewicht, Grobe Fehler, innere und äussere Genauigkeit, Konfidenzband, Konfidenzellipse, Korrelation, Median, Normalverteilung, Random Noise, standardisierte Normalverteilung, Präzision, Genauigkeit, Standardabweichung, systematische Abweichungen, Auflösung Toleranzen, Toleranzketten, Varianz, Varianzfortpflanzung, Verbesserung (Residuum), Verteilungsfunktion, Vertrauensintervall, wahre Abweichungen, wahrer Wert, zentrale Momente, zufällige Abweichungen

Zusammenfassung: Im folgenden Kapitel soll eine Einführung in die Grundzüge der geodätischen Statistik gegeben werden. Die in der Vorlesung Statistik erlernten Grundlagen werden auf die statistischen Betrachtungen von Messungen und den aus Messungen abgeleiteten Grössen erweitert.

Das Grundprinzip des Messens ist das Vergleichen mit einer verkörperten Grösse (Massstab, Doppelmeter etc.) oder Naturkonstanten wie der Lichtgeschwindigkeit.



Abb. 5.1 Was ist Messen?

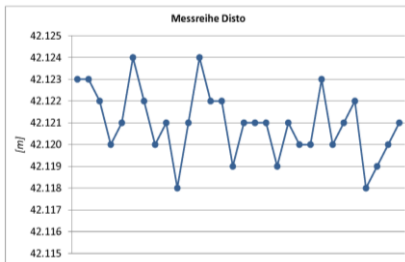


Abb. 5.2 Messreihe „Distanzmessung mit Disto“

5.1 Einleitung

Mit Hilfe der Statistik werden Qualitätsmasse wie z.B.: die Genauigkeit der Messung oder von daraus abgeleiteten Grössen bestimmt und die Messungen gegenüber Irrtümern gesichert. Zusätzlich gilt auch, dass abweichungs- bzw. fehlerfreie Messungen nicht möglich sind, weil äussere und inneren Einflüsse auf einen Messprozesses einwirken (z.B. Temperaturunterschiede bei der elektronischen Distanzmessung, Erfassung der meteorologischen Parameter, elektronisches Rauschen von Instrumentenkomponenten), sowie aufgrund der Unvollkommenheit der menschlichen Sinne und der Messverfahren. Zur Beurteilung der Genauigkeit und zur Vermeidung von Fehlern werden Messungen wiederholt (z.B. Sätze bei der Richtungsmessung) und zur Kontrolle grundsätzlich mehr Beobachtungen durchgeführt, als Unbekannte vorhanden sind (Überbestimmung). Aufgrund der Messwerte werden folgende statistischen Grössen bestimmt:

- Plausibler Wert der gesuchten Grösse (z.B. Mittelwert, Median,..)
- Streuung oder Standardabweichung
- Genauigkeit bzw. Standardabweichung und Vertrauensintervall

Die Standardabweichung der Messgrössen wird empirisch durch überbestimmte Messung abgeleitet. Dabei sind die Messungen möglichst unabhängig (unkorreliert) voneinander durchzuführen (also nicht einfach mehrmals den gleichen Wert ablesen!)

Geodätische Messungen werden nach verlangter Genauigkeit und Zuverlässigkeit ausgeführt.

Stichprobe

Da nur eine endliche Anzahl von Messungen durchgeführt werden kann, ist eine Messung als Stichprobe anzusehen aus der mit Hilfe von statistischen Tests eine Wahrscheinlichkeit abgeleitet werden kann.

5.2 Zufällige Abweichungen und Fehler

In der geodätischen Messtechnik unterscheidet man zwischen groben Fehlern, systematischen und zufälligen Abweichungen.

5.2.1 Grobe Fehler (Gross Errors)

Grobe Fehler sind im Sinne von falsch zu verstehen. Es liegt also entweder ein Irrtum oder die Wahl eines falschen Modells zugrunde.

Ursachen

- Irrtümer der Beobachter (Verwechslung, falsche Ableseung, Sensorfehler, etc.)
- Ungeeignetes Mess- und Auswerteverfahren

Vermeidung

Jedes Messelement muss durch die Anordnung kontrolliert sein.

- Unabhängige Kontrollmessungen
- Proben
- Andere Konfiguration
- Mehrfachmessungen

Merke: Der Begriff "Fehler" ist im Hinblick auf interdisziplinäre Diskussionen und Qualitätsmanagement nur dann zu verwenden, wenn er im Sinne von falsch zu verstehen ist. Im Qualitätsmanagement bedeutet „Fehler“ die Nichterfüllung einer zugesicherten Leistung.

5.2.2 Systematische Abweichungen (Systematic Errors)

Unter systematischen Abweichungen versteht man die funktionale Komponente der Abweichung. Es handelt sich hierbei um Modellfehler, deren Systematik sich in einem bestimmten Betrag und bestimmten Vorzeichen darlegt.

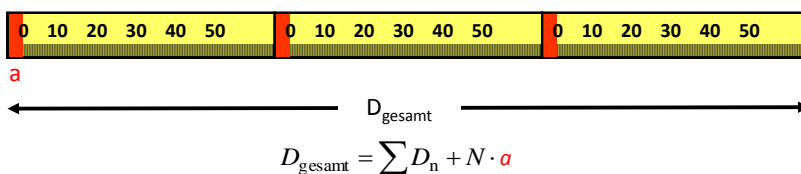


Abb. 5.3 Additionskonstante als systematische Abweichung

Ursachen

- Systematisch falsche Handhabung der Messgeräte
- Unzureichende Modelle
- Driften des Messinstrumentes infolge von Temperaturänderungen
- Unkalibrierte Messinstrumente

- Distanzmessung mit falscher Frequenz bzw. Additionskonstanten
- Refraktionseinflüsse
- Erdkrümmung nicht berücksichtigt
- Distanzmessungen nicht richtig in das Projektionssystem reduziert

Vermeidung

- Regelmässige Kalibrierung der Messinstrumente
- Elimination durch Berücksichtigung eines besseren mathematischen Modells und durch zusätzliche Messungen
- Andere Konfiguration
- Andere Messverfahren

5.2.3 Zufällige Abweichungen und Verteilungen



Abb. 5.4 Abraham de Moivre (links) (1667-1754) und Karl Friedrich Gauss (1777-1855)

Zufällige Abweichungen (die zufällige Komponente der Gesamtabweichung) sind Abweichungen, die nach dem Ausschleiden der groben und systematischen Fehler übrig bleiben.

Ursachen zufälliger Abweichungen

- Grenze des Auflösungsvermögens
- Rauschen von elektronischen Komponenten
- Externe normalverteilte Einflüsse

Die zufälligen Abweichungen können nicht eliminiert werden. Aber es gibt Modelle die beschreiben wie die zufälligen Abweichungen auftreten.

5.2.3.1 Normalverteilung

Die Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der die Zufallsvariablen x_i vorkommen. Die Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x)$, ist die Ableitung der Wahrscheinlichkeitsverteilung $F(x)$. In der Regel nimmt man an, dass die zufälligen Abweichungen (Zufallsvariablen) einer Normalverteilung folgen. Das heisst, dass sich die meisten Zufallsvariablen um den Mittelwert ansammeln.

Die Fläche unter der Kurve der Wahrscheinlichkeitsdichte beträgt 1! (Normierung nach Kolmogoroff): $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) = 1$

$$\text{Gl. 5.2-1} \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Varianz

Die Varianz $V(x) = \sigma^2$ beschreibt die Streuung der Zufallsvariablen um ihren Erwartungswert.

Man bezeichnet die Varianz als das zweite zentrale Moment einer Zufallsvariablen. Zentrale Momente sind Momente bezogen auf den Erwartungswert.

5.2.3.2 Standardnormalverteilung

Die Werte jeder beliebigen Normalverteilung lassen sich in die standardisierten Werte einer Zufallsvariable transformieren.

Die Standardnormalverteilung ist ein Spezialfall der allgemeinen Gauss'schen Normalverteilung, mit den Erwartungswert $\mu = 0$ und Standardabweichung $\sigma = 1$.

Die standardisierte Normalverteilung $N(0,1)$ ist definiert als:

Erwartungswert $E(z) = 0$

Varianz $V(z) = 1$

$$\text{Gl. 5.2-2} \quad z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

wobei μ der Erwartungswert und σ die Standardabweichung der Zufallsvariablen x sind.

Wahrscheinlichkeitsdichte der Standardnormalverteilung

$$\text{Gl. 5.2-3} \quad \varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

Die Verteilungsfunktion $\Phi(z)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der ein Messwert im geforderten Bereich liegt.

$$\text{Gl. 5.2-4} \quad \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \varphi(t) dt$$

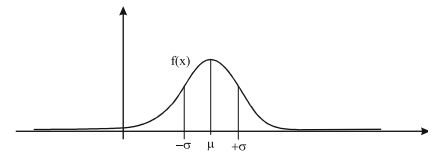


Abb. 5.5 Dichtefunktion der Normalverteilung ($1\sigma \approx 68\%$)

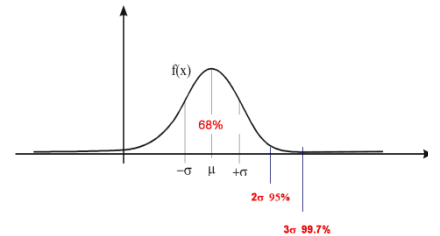


Abb. 5.6 Dichtefunktion mit Prozentangabe

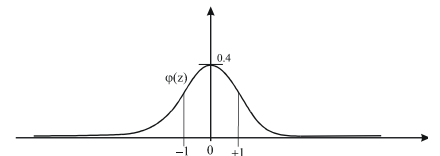


Abb. 5.7 Dichtefunktion der standardisierten Normalverteilung

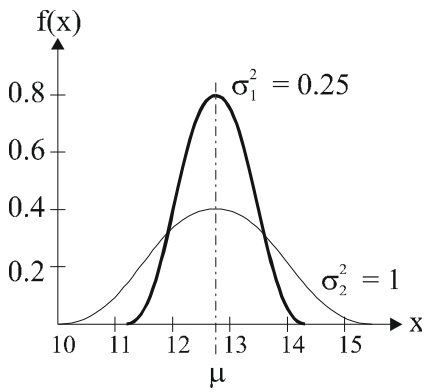


Abb. 5.8 Dichtefunktion mit verschiedenen Werten für σ^2

Es lässt sich erkennen, dass μ und σ als Lage- und Formparameter der Dichtefunktion interpretiert werden können. In Abb. 5.8 sind die Dichten der Normalverteilung für zwei Werte von σ^2 gezeichnet. Die Variation von μ verschiebt den Graph der Normalverteilung lediglich entlang der x-Achse.

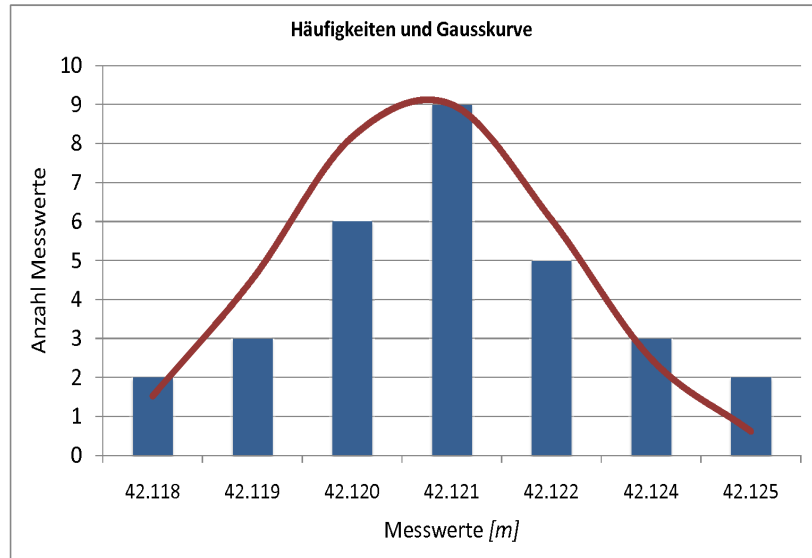


Abb. 5.9 Bild einer Normalverteilung (Gauss'sche Glockenkurve) bei Disto-Messungen

5.3 Grundlagen und Begriffe der geodätischen Statistik

In der geodätischen Statistik werden folgende Größen verwendet:

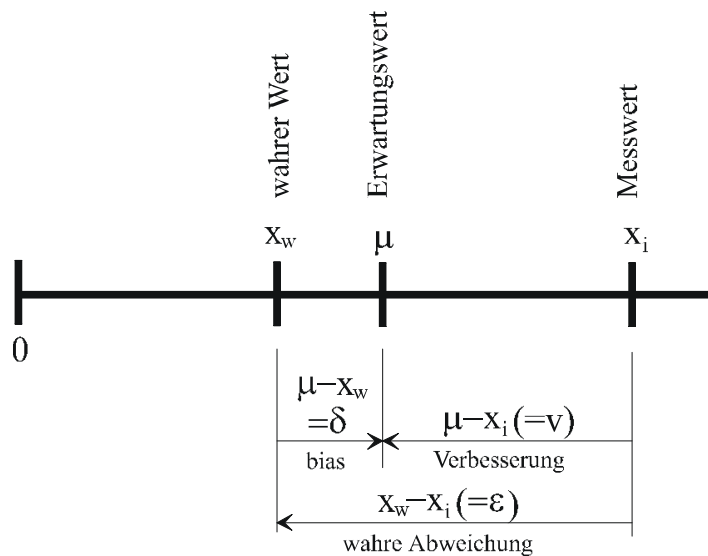


Abb. 5.10 Zusammenhänge: wahrer Wert, Erwartungswert, Messwert, Bias. Bezeichnungen

wahrer Wert x_w

Der tatsächliche Wert in Natura. Er ist oft nicht bekannt. Es ist der Wert, den man bei einer Messung theoretisch erhalten müsste (z.B. die Winkelsumme im ebenen Dreieck: $x_w = 200$ [gon]).

Bei Kalibrierungen wird der Messwert des um eine Größenordnung genaueren Vergleichsinstrumentes als wahrer Wert angenommen.

Erwartungswert μ

$E(x)$, Erwartungswert einer Zufallsgröße x = erstes Moment der Zufallsvariablen x

Bias δ oder Offset

(aus dem Englischen. Begriff aus der Elektronik: Vorspannung, systematische Änderung der Spannung [Offset])

Abweichung des Erwartungswertes μ vom wahren Wert x_w bei vorhandenen, nicht erfassten systematischen Abweichungen oder Fehlern: $E(x) = \mu = x_w + \delta$

Wahre Abweichung ϵ

Abweichung des Messwertes x_i vom wahren Wert x_w , $\epsilon = x_w - x_i$, z.B. Winkelsumme im Dreieck: $\epsilon = 200 - \text{gemessene Winkelsumme (in gon)}$

Verbesserung v (Begriff in der Geomatik)

Abweichung des Messwertes x_i vom Erwartungswert μ ,
 $v = \mu - x_i$

Bei Kalibrierungen wird der Messwert des um eine Größenordnung genaueren Vergleichsinstrumentes als wahrer Wert genommen.

In der Statistik wird üblicherweise ε und v als "Ist-Soll" definiert, während in der geodätischen Statistik (aus historischen Gründen) "Soll-Ist" berechnet wird, aus der Idee, dass der Messwert um diesen Wert verbessert werden müsste, um den Sollwert zu erhalten.

Als plausibelsten Schätzwert für den Erwartungswert μ verwendet man **bei Normalverteilung** das arithmetische Mittel \bar{x} der Messwerte x_i .

arithmetisches Mittel

$$Gl. 5.3-1 \quad \mu = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Sind die Abweichungen jedoch nicht normalverteilt, z.B. durch Überlagerung von Fehlern, so kann der Median als ein robuster Schätzwert benutzt werden. Bei der Medianbildung werden die Werte vom kleinsten zum grössten aufsteigend geordnet. Der Median ist der Wert in der Mitte dieser geordneten Zahlenreihe. Bei einer geraden Anzahl Werte wird der Durchschnitt der beiden mittleren Werte verwendet.

falls n ungerade

$$Gl. 5.3-2 \quad \tilde{x} = x_{[(n+1)/2]}$$

falls n gerade

$$Gl. 5.3-3 \quad \tilde{x} = \frac{1}{2} \left(x_{[n/2]} + x_{[(n/2)+1]} \right)$$

n : Anzahl Beobachtungen

5.4 Genauigkeitsmasse und Auflösung

5.4.1 Innere und äussere Genauigkeit, Präzision, Richtigkeit und Auflösung

In der Messtechnik werden häufig die Begriffe **innere und äussere Genauigkeit, Präzision, Richtigkeit** und **Auflösung** verwendet, die **nicht** synonym zu gebrauchen sind. Um eine Abgrenzung anschaulich zu verdeutlichen, werden diese Begriffe anhand des Bildes einer Zielscheibe unterschieden.

Unter der **Auflösung** wird die kleinste Zähleinheit, hier der Abstand der Ringe der Zielscheibe, verstanden. Die Streuung der Einschusslöcher gibt die **Präzision** an; sie ist ein Mass für die Reproduzierbarkeit der Treffer unter den gegebenen Bedingungen (zufällige Streuung). Der Begriff **Präzision** ist mit dem Begriff **innere Genauigkeit** identisch. Die Abweichung zwischen der mittleren Position der Einschusslöcher und dem Zentrum der Zielscheibe wird durch die **Richtigkeit** ausgedrückt. Der Begriff **Richtigkeit** und **äussere Genauigkeit** sind identisch. Die äussere Genauigkeit berücksichtigt also die systematischen Abweichungen.

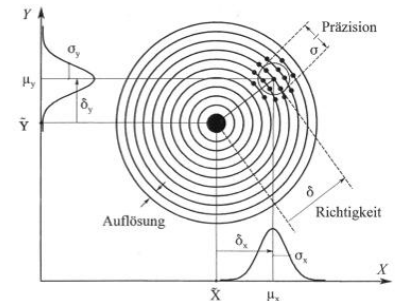


Abb. 5.11 Präzision und Richtigkeit als Kriterien der Genauigkeit

Im englischen Sprachraum bezeichnet **precision** die innere Genauigkeit und **accuracy** die äussere Genauigkeit.

5.4.2 Berechnung der Standardabweichung aus der Varianz

Generell werden in der geodätischen Statistik zwei Fälle unterschieden

- Der wahre Wert $x_w = \mu$ ist bekannt. Zu beachten ist, dass dieser Fall in der Realität nicht eintritt, da bei der Ermittlung des wahren Wertes ebenfalls Messunsicherheiten entstehen.
- Der wahre Wert ist unbekannt und es wird ein wahrscheinlicher Wert für μ aus dem Datensatz geschätzt. In diesem Fall spricht man von einer empirischen Standardabweichung

„wahrer Wert“ x_w bekannt: $x_w = \mu$. Die Varianz für Fall a) berechnet sich mit

$$\text{Gl. 5.4-1} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

Anmerkung:

Die Minimierung der Varianz ist Gegenstand der Ausgleichsrechnung in der Geodäsie. Diese beruht in den meisten Fällen auf der Methode der kleinsten Quadrate. Die beste lineare erwartungstreue Schätzung liefert identische Ergebnisse.

Frühere geodätische Schreibweise: $[]$ bedeutet Summe über alle Elemente (Gauss'sche Schreibweise). Beachte: Für ε wird hier vorausgesetzt, dass $\mu = x_w$ ist.

$$\text{Gl. 5.4-2} \quad \sigma^2 = \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}$$

5.4.3 Empirische Standardabweichung und Varianz

Die empirische Varianz entspricht der Varianz in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, aber μ ist nicht bekannt und muss geschätzt werden (deskriptive Statistik). Die Schätzung erfolgt durch Bildung des arithmetischen Mittels. Unter "schätzen" versteht man die Berechnung des plausibelsten Wertes (Erwartungswert)

$$\text{Gl. 5.4-3} \quad s^2 = \frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n - u}$$

$$s^2 = \frac{[vv]}{n - u}$$

Freiheitsgrad $f = n - u$: Anzahl der Messungen n abzüglich der Anzahl Unbekannten u . Für das arithmetische Mittel ist $u = 1$.

5.4.4 Empirische Standardabweichung

Die Standardabweichung s berechnet sich aus der Varianz s^2 :

$$\text{Gl. 5.4-4} \quad s = +\sqrt{s^2}$$

Standardabweichung einer einzelnen Beobachtung

$$\text{Gl. 5.4-5} \quad s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum vv}{n-1}}$$

Wobei die erste Form von Gl. 5.4-5 die numerisch stabilste Formel darstellt, da die Stellenauslöschung am geringsten ist.

Beispiel: Empirische Standardabweichung und Varianz

$$v = x - x_i$$

n = 8 Messungen

u = 1 Unbekannte (x)

$$\text{Gl. 5.4-6} \quad s^2 = \frac{\sum v^2}{n-u} = \frac{1.36}{7} = 0.19 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$s = 0.44 \text{ [mm]}$$

Beachte: Die Summe der v_i muss bis auf Rundungsfehler gleich Null sein. (Rechenkontrolle)

Tab. 5-1 Beispielwerte

Messwerte [m]	$x_i - \bar{x}$ [mm]	$v = x - x_i$ [mm]	v^2 [mm ²]
12.3876	0.6	-0.6	0.36
12.3863	-0.7	0.7	0.49
12.3866	-0.4	0.4	0.16
12.3875	0.5	-0.5	0.25
12.3869	-0.1	0.1	0.01
12.3868	-0.2	0.2	0.04
12.3872	0.2	-0.2	0.04
12.3871	0.1	-0.1	0.01
$\bar{x} = 12.3870$	$\Sigma = 0.0$	$\Sigma = 0.0$	$\Sigma = 1.36$

Neben der Standardabweichung des Einzelwertes lässt sich aus den Daten auch die **Standardabweichung des arithmetischen Mittels** ableiten.

Unter Anwendung des Varianzfortpflanzungsgesetzes folgt die Standardabweichung des arithmetischen Mittels für n Messungen

$$\text{Gl. 5.4-7} \quad s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum vv}{n \cdot (n-1)}}$$

Man könnte nun daraus schliessen, dass man nur genügend Messungen machen muss, um jede beliebig kleine Standardabweichung zu erhalten. Theoretisch wird sich die Standardabweichung asymptotisch dem Wert Null annähern. In der Praxis gilt jedoch

- Der Messprozess ist selten stationär, das heisst es gibt in der Regel zeitliche Abhängigkeiten (z.B. Driften).
- Aufgrund von systematischen Einflüssen und Effekten ist das Mittel aus unendlich vielen Messungen nicht unendlich genau.

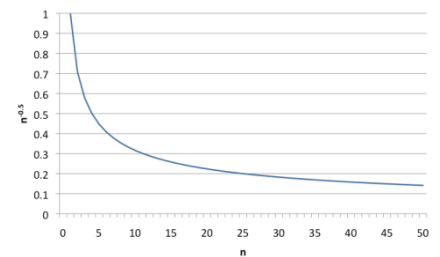


Abb. 5.12 Das Wurzelgesetz

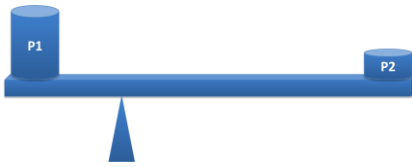


Abb. 5.13 Gewichtung=Balancierung

5.5 Gewicht

Werden Messungen von verschiedener Genauigkeit miteinander verknüpft, so sind die Messungen zu gewichten. Man benutzt dazu Gewichte als Verhältniszahlen, so dass mittels der allgemeinen Gewichtsdefinition folgt:

$$\text{Gl. 5.5-1} \quad p_1 \cdot s_1^2 = p_2 \cdot s_2^2 = \dots = p_i \cdot s_i^2 = 1 \cdot s_0^2$$

Die Gewichte p_i verhalten sich umgekehrt proportional zur Streuung (Varianz) der jeweiligen Beobachtungsgröße.

$$\text{Gl. 5.5-2} \quad p_i = \frac{\text{const.}}{s_i^2}$$

Dabei wird "const." im Allgemeinen so gewählt, dass **eine** Beobachtungsgröße das Gewicht 1 hat (siehe Gl. 5.5-1). Somit ist s_0^2 die Varianz der Gewichtseinheit (d.h. Varianz einer Messung mit Gewicht 1)

Unter dem Einbezug von Gewichten ergibt sich das gewichtete empirische Mittel (Gl. 5.5-3), das auch in der Literatur als **allgemeines arithmetisches Mittel** bezeichnet wird.

$$\text{Gl. 5.5-3} \quad \bar{x} = \frac{\sum p_i x_i}{\sum p_i}$$

Bei der Einführung der Gewichte wählt man verschiedene Ansätze, die hier nur exemplarisch gezeigt werden sollen.

Werden mehrere, gleichgenaue Beobachtungen aus je einer unterschiedlichen Anzahl Messungen miteinander verknüpft, wird p proportional zur Anzahl Messungen verteilt

$$\text{Gl. 5.5-4} \quad p = n$$

Bei der Distanzmessung wird das Gewicht umgekehrt proportional zur Distanz D verteilt

$$\text{Gl. 5.5-5} \quad p = \frac{1}{D}$$

(dies gilt z.B. beim geometrischen Nivellement)

$$\text{Gl. 5.5-6} \quad p = \frac{1}{D^2}$$

(dies gilt für das trigonometrische Nivellement)

Wenn die Varianz eines Distanzmessers bekannt ist kann folgende Gewichtung erfolgen

$$\text{Gl. 5.5-7} \quad p_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$$

Somit lässt sich die Standardabweichung, die das Gewicht 1 hat, unter Berücksichtigung von Gewichten wie folgt berechnen

$$\text{Gl. 5.5-8} \quad s_0 = \sqrt{\frac{\sum p v v}{n-1}}$$

bzw. mit der so genannten "Taschenrechnerformel"

$$\text{Gl. 5.5-9} \quad s_0 = \sqrt{\frac{\sum p_i \cdot x_i^2 - \frac{(\sum p_i \cdot x_i)^2}{\sum p_i}}{n-1}}$$

Die Standardabweichung s_0 mit dem Gewicht 1 wird als Standardabweichung der Gewichtseinheit bezeichnet.

Unter der Verwendung von s_0 folgt für die Standardabweichung einer Beobachtung mit dem Gewicht p_i

$$\text{Gl. 5.5-10} \quad s_i = \frac{s_0}{\sqrt{p_i}}$$

und für die Standardabweichung des gewichteten Mittels (Allgemeines arithmetisches Mittel)

$$\text{Gl. 5.5-11} \quad s_{\bar{x}} = \frac{s_0}{\sqrt{\sum p_i}}$$

Beispiel: Gewichtetes Mittel bei Nivellementsknoten

(Siehe Kap. 5.9.4)

5.6 Varianzfortpflanzung

5.6.1 Ermittlung der Genauigkeit bei Funktionalen

Liegt eine Funktion $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ vor und sind die wahren Abweichungen dx_1, dx_2, \dots, dx_n der unabhängigen Variablen bekannt, so erhält man die wahre Abweichung von F aus dem totalen Differential

$$\text{Gl. 5.6-1} \quad dF = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} dx_n$$

Sind die Standardabweichungen $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i$ gegeben, so gilt für die Varianz der Funktion F :

$$\text{Gl. 5.6-2} \quad \sigma_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_n^2$$

Für die Berechnung der Standardabweichung von F gilt:

$$\text{Gl. 5.6-3} \quad \sigma_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_n^2}$$

Dabei sind in die Funktionsgleichungen der partiellen Ableitungen die Werte der Variablen x_i einzusetzen, welche entweder bereits bekannt sind oder als Schätzungen vorliegen, d.h.

$$\text{Gl. 5.6-4} \quad \frac{\partial F}{\partial x_1} \hat{=} \left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|_{x_1, x_2, \dots, x_n}$$

Wichtig bei der Varianzfortpflanzung ist: Die Variablen müssen voneinander unabhängig sein.

Beispiel: Varianzfortpflanzung bei Flächenberechnung

$a = 30 \text{ m}$, $b = 50 \text{ m}$, $F = a \cdot b = 1500 \text{ m}^2$, $\sigma_a = 2 \text{ cm}$, $\sigma_b = 3 \text{ cm}$

$$\text{Gl. 5.6-5} \quad \sigma_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2} = 1.35 \text{ m}^2$$

Sonderfall: Arithmetisches Mittel mit gleich genauen Messungen

Es gilt $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_n = \sigma$

$$\text{Gl. 5.6-6} \quad F_{\bar{x}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\text{Gl. 5.6-7} \quad \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{n}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\sigma_n}{n}\right)^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

b



a

Abb. 5.14 Varianzfortpflanzung bei Flächenberechnung eines Rechteckes mit den Seiten a und b

5.7 Beschreibung der Punktgenauigkeit

5.7.1 Einfluss zufälliger Abweichungen auf Koordinaten

Die Bestimmung von Neupunkten basiert auf Beobachtungsgrößen, welche jedoch nicht beliebig genau gemessen werden können. Somit unterscheidet sich der gemessene Wert vom wahren Wert durch eine zufällige Abweichung (random noise). Diese zufälligen Abweichungen entstehen aufgrund der beschränkten Messgenauigkeit der Instrumente und aufgrund von anderen kleineren Einflüssen, welche nicht vorhersehbar sind. Unter der Voraussetzung, dass keine groben Fehler oder systematische Abweichungen vorliegen, können diese Beobachtungsgrößen als normalverteilte Zufallsvariablen (Erwartungswert μ , Standardabweichung σ) beschrieben werden. Deshalb sind auch die berechneten Punktkoordinaten (Y, X) eine zweidimensionale Zufallsvariable, deren Dichtefunktion durch die zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(Y, X)$ beschrieben werden kann. Diese Dichtefunktion verwendet als Parameter die Standardabweichungen σ_Y und σ_X eines Neupunktes. Dabei lassen sich σ_Y und σ_X aufgrund der Varianzfortpflanzung berechnen.

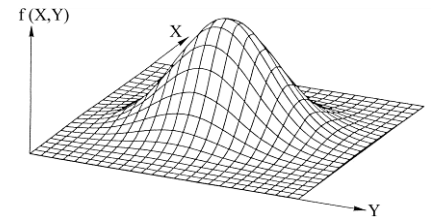


Abb. 5.15
zweidimensionale Normalverteilungsdichtefunktion. Das unter der Fläche eingeschlossene Volumen beträgt 1

5.7.2 Beschreibung mittels Konfidenzellipse

Die zweidimensionale Normalverteilungsdichtefunktion ist in der Praxis für die Beschreibung der Punktgenauigkeit zu umständlich. Stattdessen wird zur Beschreibung die Konfidenzellipse verwendet, welche folgende Eigenschaften hat:

- Der Mittelpunkt der Ellipse ist der Erwartungswert der Koordinaten Y und X .
- Der Abstand des Mittelpunktes zur Tangente, welche senkrecht zur X -Achse an die Ellipse gelegt wird, beträgt σ_X .
- Der Abstand des Mittelpunktes zur Tangente, welche senkrecht zur Y -Achse an die Ellipse gelegt wird, beträgt σ_Y .
- Die Konfidenzellipse ist eine Niveaulinie der Fläche der zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(Y, X)$ des entsprechenden Punktes, d. h. entlang der Konfidenzellipse ist $f(Y, X)$ konstant.
- Die Konfidenzellipse ergibt die Lagegenauigkeit des Neupunktes in beliebigen Richtungen in Bezug auf das Koordinatensystem.

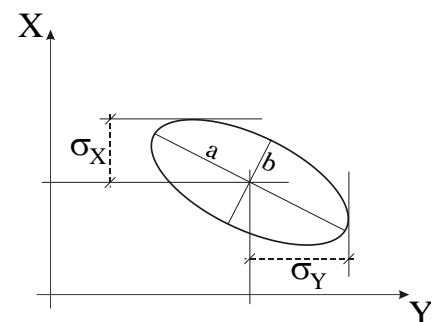


Abb. 5.16 Konfidenzellipse

Achtung: Die Halbachsen a und b der Konfidenzellipse sind im Normalfall nicht identisch mit den Standardabweichungen σ_Y und σ_X

Wie oben erwähnt, sind die Koordinaten Y und X Zufallsvariablen mit den Erwartungswerten μ_Y und μ_X sowie den Standardabweichungen σ_Y und σ_X . Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Punkt innerhalb einer Konfidenzellipse liegt, beträgt etwa 40%. Wenn die Konfidenzellipse um das 2.5-fache vergrößert wird, erhöht sich diese Wahrscheinlichkeit auf 95%.

5.7.3 Beschreibung nach Helmert

Anstelle der Beschreibung der Punktgenauigkeit mittels der Standardabweichungen σ_Y und σ_X wird oftmals auch die Genauigkeit eines Punktes mit der Standardabweichung σ_P charakterisiert, wobei σ_P nach Helmert wie folgt berechnet wird:

$$\text{Gl. 5.7-1} \quad \sigma_P = \sqrt{\sigma_Y^2 + \sigma_X^2}$$

5.7.4 Vorgehen bei der a priori Berechnung der Punktgenauigkeit

Die Genauigkeit eines Punktes charakterisieren in der Regel die Standardabweichungen σ_Y und σ_X , welche im Rahmen einer Präanalyse vor den eigentlichen Messungen, d.h. "a priori" berechnet werden.

Bei der a priori Beschreibung der Punktgenauigkeit kann wie folgt vorgegangen werden:

1. Vorgabe der Standardabweichungen σ_Y und σ_X bzw. der Punktgenauigkeit σ_P durch den Auftraggeber
2. Provisorische Wahl des Instrumentariums und Festlegung der Messanordnung
3. Konfidenzellipsen bestimmen gemäss folgendem Abschnitt
4. Berechnung der Standardabweichungen σ_Y und σ_X bzw. der Punktgenauigkeit σ_P aus den Konfidenzellipsen
5. Überprüfen, ob die Standardabweichungen innerhalb des vom Auftraggeber geforderten Rahmens liegen, und nötigenfalls die Wahl der Instrumente und die Messanordnung entsprechend korrigieren.

5.7.5 Grundlagen zur Bestimmung der Konfidenzellipsen

Voraussetzung für die a priori Bestimmung der Konfidenzellipsen ist die Kenntnis

- der Genauigkeit der Instrumente, welche für die Messungen vorgesehen sind (Stochastisches Modell)
- sowie der geplanten Messanordnung und somit der Geometrie und Anzahl der Beobachtungen (Funktionales Modell).

Die Konfidenzellipsen können bestimmt werden, indem man entweder

- die Ellipsenparameter (a und b, Azimut der Halbachse α) analytisch berechnet und damit die Ellipse zeichnet bzw. auf einem Ausgabegerät vom Computer darstellen lässt.

Die numerische Berechnung der Ellipsenparameter erfolgt im allgemeinen Fall durch die Aufstellung und Inversion von Normalgleichungsmatrizen, weshalb der allgemeine Fall hier nicht weiter betrachtet werden soll.

In besonders einfachen Fällen können die Berechnungen der Standardabweichungen σ_Y und σ_X ohne Matrizenoperationen durch die direkte Anwendung des Varianzfortpflanzungsgesetzes analytisch berechnet werden.

Beispiele dafür sind Punktkoordinaten, die durch polares Anhängen (1. geodätische Hauptaufgabe) oder durch einen Polygonzug bestimmt werden.

Tab. 5-2 *Geschichtlicher Hintergrund der geodätischen Statistik*

17. Jh

Blaise Pascal und Pierre de Fermat: Begründer der klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie

Wahrscheinlichkeit = Quotient zwischen der "Anzahl günstiger Fälle" und "Alle Fälle"

1777-1855

Carl Friedrich Gauss: Methode der kleinsten Quadrate und ihre Anwendung auf geodätischen Beobachtungen, Einführung der Normalverteilung ("Gauss'sche Glockenkurve"), grundlegende Arbeiten im Bereich der Mathematik (Fundamentalsatz der Algebra, Lösung linearer Gleichungssysteme), der Astronomie (Vorhersage der Position des Kleinplaneten Ceres) und Optik (Linsensysteme)

1876

Friedrich Robert Helmert: Chi-Quadrat-Test, verschiedene Arbeiten in der Geodäsie (Helmert-Transformation)

1898

A. A. Markoff: Weiterentwicklung der Ausgleichsrechnung (Gauss-Markoff-Modell) Beschreibung von stochastischen Prozessen (Anwendung z.B. in der Signalübertragung)

1933

A. N. Kolmogoroff: Formulierung der 4 Axiome der Wahrscheinlichkeitstheorie. Wahrscheinlichkeit als "Funktion, welche einem Ereignis einen Wert zwischen 0 und 1 zuordnet, wobei 1 das sichere Ereignis ist"

1890-1962

S. R. Fisher: Entwicklung einer Vielzahl von statistischen Methoden (Hypothesen-Tests, F-Test), vor allem in der Biologie und Landwirtschaft.

Ab 1930

Einführung von statistischen Methoden in industriellen Produktionsprozessen (Kontrollkarten)

Ab 1960

Entwicklung der robusten Ausgleichung

5.8 Zuverlässigkeit und Schutz vor groben Fehlern

In der geodätischen Statistik wird im Allgemeinen vorausgesetzt, dass die Beobachtungen (Messungen) keine groben Fehler enthalten, sondern nur durch kleinere zufällige Abweichungen verfälscht sind, welche sich durch die Normalverteilung beschreiben lassen.

Daher muss bei der Planung und Durchführung geodätischer Arbeiten darauf geachtet werden, dass Beobachtungen mit groben Fehlern entdeckt und von der Weiterverwendung ausgeschlossen werden können.

Dieser Schutz vor groben Fehlern bedingt, dass mehr Messungen durchzuführen sind, als für die Lösung des gestellten Problems minimal notwendig wären.

Eine Messung ist keine Messung!

Die Zuverlässigkeit einer Beobachtung ist ein Mass für die Wahrscheinlichkeit, dass ein grober Fehler, der die Beobachtung um einen bestimmten Betrag verfälschen würde, entdeckt wird.

Vereinfachend sollen hingegen nun einige Grundsätze dargestellt werden, welche in der geodätischen Praxis in der Regel zu zuverlässigen Resultaten führen.

Grundsätze

1. Grundsätzlich sollten alle Messelemente mindestens zwei Mal unabhängig bestimmt werden.

Beispiele

Doppelaufnahme: Die Koordinaten eines Neupunktes werden zweimal mittels voneinander unabhängigen Beobachtungen berechnet. Z.B. wird auf einem Punkt zweimal der GPS-Empfänger aufgestellt und die Koordinaten mittels zweier unabhängigen Sessions bestimmt.

Doppelnivellement: Die Höhendifferenz wird durch ein Hin- und Rücknivellieren zweimal bestimmt, wobei das Nivellement an mindestens zwei Fixpunkten anzuschliessen ist.

2. Bei topographischen Aufnahmen kann Zuverlässigkeit auch erreicht werden, indem die Messungen durch vorgegebene Eigenschaften der erfassten Objekte überprüft werden.

Beispiel

Wenn mehrere Punkte eines geraden Strassenrandes gemessen werden, müssen die aus den Messungen berechneten Punkte ebenfalls auf einer Gerade liegen.

3. Bei Polygonzügen ist vor allem die Zuverlässigkeit in Querrichtung zum Zug kritisch. Daher sollten die Brechungswinkel überprüft werden, beispielsweise durch:

Übergreifende Richtungsbeobachtungen vom Polygonpunkt k auf den Polygonpunkt $k+2$ (links)

Distanzmessung senkrecht zur Zugrichtung zu einem Punkt mit bekannten Koordinaten (rechts)

Ausführung einer zusätzlichen GNSS-Messung auf ca. jedem vierten Punkt.

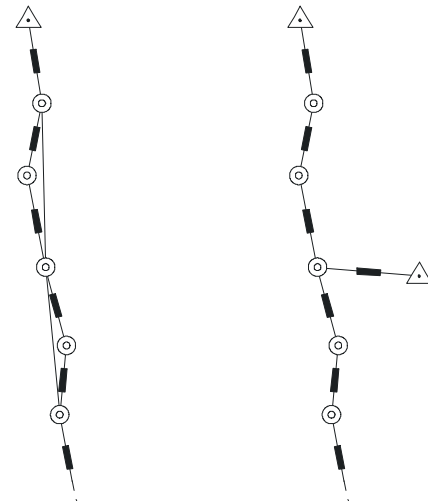


Abb.5.17. Zuverlässigkeitssteigerung beim Polygonzug

links: Übergreifende Richtungsbeobachtung

rechts: Distanzmessung zu bekanntem Punkt

5.9 Beispiele

5.9.1 Distanzmessung: Empirische Standardabweichung und Varianz

$n = 8$ Messungen

$u = 1$ Unbekannte (x)

$$\text{Gl. 5.9-1} \quad s^2 = \frac{\sum v^2}{n - u} = \frac{1.36}{7} = 0.19 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$s = 0.44$ [mm]

Beachte: Die Summe der v_i muss bis auf Rundungsfehler gleich Null sein. (Rechenkontrolle)

Tab. 5-3 Beispielwerte

Messwerte [m]	$x_i - x$ [mm]	$v = x - x_i$ [mm]	v^2 [mm ²]
12.3876	0.6	-0.6	0.36
12.3863	-0.7	0.7	0.49
12.3866	-0.4	0.4	0.16
12.3875	0.5	-0.5	0.25
12.3869	-0.1	0.1	0.01
12.3868	-0.2	0.2	0.04
12.3872	0.2	-0.2	0.04
12.3871	0.1	-0.1	0.01
$\bar{x} = 12.3870$	$\Sigma = 0.0$	$\Sigma = 0.0$	$\Sigma = 1.36$

5.9.2 Genauigkeitsangaben bei Richtungsmessungen

Tab. 5-4 Richtungsmessung mit Berechnung der Verbesserungen (Bem.: v' , v in [0.1 mgon])

Satz	Station	Ziel	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Mittel [gon]	Red. Mittel [gon]	Satzmittel [gon]	v'	v	vv
1	A	71	0.5770	200.5790	0.5780	0.0000	0.0000	0	2	4
		22	55.6180	255.6230	55.6205	55.0425	55.0420	-5	-3	9
		2	95.3410	295.3450	95.3430	94.7650	94.7640	-10	-8	64
		53	266.4890	66.4910	266.4900	265.9120	265.9127	7	9	81
								$\Sigma v' = -8$	$\Sigma v = 0$	$\Sigma vv = 158$

Satz	Station	Ziel	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Mittel [gon]	Red. Mittel [gon]		v'	v	v^2
2	A	71	10.5060	210.5130	10.5095	0.0000		0	2	4
		22	65.5480	265.5530	65.5505	55.0410		10	12	144
		2	105.2700	305.2790	105.2745	94.7650		-10	-8	64
		53	276.4220	76.4240	276.4230	265.9135		-8	-6	36
								$\Sigma v' = -8$	$\Sigma v = 0$	$\Sigma vv = 248$

Satz	Station	Ziel	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Mittel [gon]	Red. Mittel [gon]		v'	v	v^2
3	A	71	6.1500	206.1580	6.1540	0.0000		0	-4	16
		22	61.1940	261.1990	61.1965	55.0425		-5	-9	81
		2	100.9130	300.9190	100.9160	94.7620		20	16	256
		53	272.0640	72.0690	272.0665	265.9125		2	-2	4
								$\Sigma v' = 17$	$\Sigma v = 1$	$\Sigma vv = 357$

Standardabweichung einer in einem Satz beobachteten Richtung (Spalte "Mittel"):

$$Gl. 5.9-2 \quad s_r = \sqrt{\frac{\Sigma vv}{(N-1) \cdot (s-1)}} = \sqrt{\frac{158 + 248 + 357}{(4-1) \cdot (3-1)}} \cdot 10^{-1} = 1.1 \text{ [mgon]}$$

wobei s = Anzahl Sätze, N = Anzahl Richtungen pro Satz

Herleitung:

$$\text{Allgemein gilt: } s^2 = \frac{\sum vv}{n-u}$$

$$n = \text{Anzahl Beobachtungen} = N \cdot s$$

$$u = \text{Anzahl Unbekannte} = N - 1 + s$$

($N-1$ Winkel-, s Orientierungsunbekannte)

$$\rightarrow n - u = N \cdot s - (N - 1 + s) = (N - 1)(s - 1)$$

$$\text{also: } s_r = \sqrt{\frac{\sum vv}{(N-1)(s-1)}}$$

Standardabweichung einer aus s Sätzen gemittelten Richtung (Spalte "Satzmittel"):

$$Gl. 5.9-3 \quad s_{\text{mittel}} = \frac{s_r}{\sqrt{s}} = \frac{1.1}{\sqrt{3}} = 0.6 \text{ [mgon]}$$

Bemerkung zur Tabelle

Für die Berechnung der Genauigkeitsmasse wurde angenommen, es sei ein Richtungsbündel mit N Strahlen und in s Sätzen beobachtet worden. Man ermittelt zunächst für jede Richtung die Differenz v' zwischen dem Satzmittel und dem reduzierten Mittel, bildet dann in jedem Satz die Summe $\Sigma v'$ und errechnet für jede gemessene Richtung die Verbesserung $v_i = v_i' - \Sigma v' / N$. Die Probe besteht darin, dass pro Satz Σv bis auf die Rundungsfehler Null ergeben muss.

5.9.3 Genauigkeitsangaben bei Zenitwinkel-messung

Tab. 5-5 Zenitwinkelmessung mit Berechnung der Verbesserungen (Bem.: v' , v in [0.1 mgon])

Station	Ziel	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Lage I + II [gon]	$v_z = \frac{400-(I+II)}{2}$ [gon]	$z = \frac{(400+I)-II}{2}$ [gon]	Mittel aus allen Beobachtungen	v	vv
A	71	97.3820	302.6220	400.0040	-0.0020	97.3800	97.3803	3	9
	22	98.8880	301.1190	400.0070	-0.0035	98.8845	98.8840	-5	25
	2	96.4590	303.5460	400.0050	-0.0025	96.4565	96.4573	8	64
	53	92.3480	307.6580	400.0060	-0.0030	92.3450	92.3450	0	0

$\Sigma v = 6 \quad \Sigma vv = 98$

Station	Ziel	Lage I [gon]	Lage II [gon]	Lage I + II [gon]	$v_z = \frac{400-(I+II)}{2}$ [gon]	$z = \frac{(400+I)-II}{2}$ [gon]		v	vv
A	71	97.3830	302.6220	400.0050	-0.0025	97.3805		-3	9
	22	98.8870	301.1200	400.0070	-0.0035	98.8835		5	25
	2	96.4610	303.5450	400.0060	-0.0030	96.4580		-8	64
	53	92.3470	307.6570	400.0040	-0.0020	92.3450		0	0

$\Sigma v = -6 \quad \Sigma vv = 98$

Standardabweichung eines Zenitwinkels:

$$Gl. 5.9-4 \quad s_z = \sqrt{\frac{\Sigma vv}{s \cdot N - N}} = \sqrt{\frac{196}{2 \cdot 4 - 4}} \cdot 10^{-1} = 0.7 \text{ [mgon]}$$

Standardabweichung des gemittelten Zenitwinkels:

$$Gl. 5.9-5 \quad s_{z_{\text{Mittel}}} = \frac{s_z}{\sqrt{s}} = \frac{0.7}{\sqrt{2}} = 0.5 \text{ [mgon]}$$

wobei N = Anzahl Zenitwinkel
s = Anzahl Sätze

5.9.4 Gewichtetes Mittel bei Nivellements-knoten

Situation Die Höhe N wurde von A, B, C und D aus durch geometrisches Nivellement bestimmt. Gesucht ist die plausibelste Höhe für N.

HN₀ Die Bezugshöhe HN₀ ist im Prinzip frei wählbar. Man nimmt sie kleiner an als der kleinste Messwert, damit alle Differenzen ΔHN_i positiv werden.

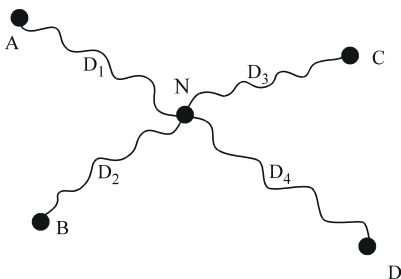


Abb. 5.18 Darstellung für gewichtetes Mittel bei Nivellements-knoten

Tab. 5-6 Beispielwerte

	Hn_i [m]	ΔHN_i $Hn_i - HN_0$ [mm]	D_i [km]	p_i $1/D_i$	$p_i \Delta HN_i$ [mm]	$p_i (\Delta HN_i)^2$ [mm ²]
von A	495.113	13	2.4	0.42	5.4	70.4
von B	495.129	29	1	1.00	29.0	841.0
von C	495.109	9	3.9	0.26	2.3	20.8
von D	495.120	20	2.1	0.48	9.5	190.5
HN_0	495.100		Σ	2.16	46.2	1122.7

Gewichtetes Mittel (allgemeines arithmetisches Mittel):

$$Gl. 5.9-6 \quad HN = \frac{\sum (p_i \cdot \Delta HN_i)}{\sum p_i} = \frac{46.2}{2.16} = 21.4 \text{ [mm]}$$

Daraus ergibt sich die endgültige **Höhe** für N:

$$H = HN_0 + HN = 495.100 + 0.021 = \mathbf{495.121 \text{ m}}$$

Die Varianz der endgültigen **Höhe** für N berechnet sich aus der Summe der Quadrate der gewichteten Höhendifferenzen zwischen der endgültigen Höhe N und der berechneten Höhe:

$$Gl. 5.9-7 \quad m_N^2 = \left(\frac{1}{\sum p_i} \right)^2 \cdot \sum (h_i \cdot p_i)^2$$

Dabei sind

$$\begin{aligned} h_1 &= H - HN_1 \\ h_2 &= H - HN_2 \\ h_3 &= H - HN_3 \\ h_4 &= H - HN_4 \end{aligned}$$

Die Standardabweichung ergibt sich dann aus

$$Gl. 5.9-8 \quad s_N = \frac{1}{\sum p_i} \sqrt{\sum (h_i \cdot p_i)^2}$$

$$s_N = \frac{1}{2.16} \sqrt{85.25} = 4.3 \text{ mm}$$

5.9.5 Normalverteilung

Aus einer Messreihe sind bekannt: $\mu = 33.21$ und $\sigma = 1.972$. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert $x = 37$ überschritten wird?

Übergang von $X \sim N(33.21, (1.972)^2)$ durch Standardisieren zu $N(0, 1)$

$$Gl. 5.9-9 \quad z = \frac{37 - 33.21}{1.972} = 1.922$$

Aus der Tabelle (NV) oder durch Lösen des Integrals findet man für $z = 1.922$: $\Phi = 0.972$

$$P(x > 37) = 1 - 0.972 = 0.028$$

Die Wahrscheinlichkeit ist also 2.8%.

5.9.6 Varianzfortpflanzung bei trigonometrischer Höhenbestimmung

d_m meteokorrigierte Schrägdistanz

z Zenitwinkel

Δh Höhenunterschied

$$\Delta h = d_m \cdot \cos(z)$$

$$\text{Gl. 5.9-10} \quad \partial \Delta h = \cos(z) \cdot \partial d_m - d_m \cdot \sin(z) \cdot \frac{\partial z}{\rho}$$

$$\text{Gl. 5.9-11} \quad \sigma_{\Delta h}^2 = \cos^2(z) \cdot \sigma_{d_m}^2 + d_m^2 \cdot \sin^2(z) \cdot \left(\frac{\sigma_z}{\rho} \right)^2$$

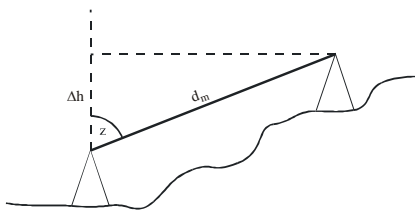


Abb. 5.19 Trigonometrische Höhenbestimmung

Daraus folgt, dass bei flachen Visuren die Genauigkeit der Streckenmessung für die Genauigkeit des Höhenunterschiedes eine untergeordnete Rolle spielt (\cos^2), die präzise Messung des Zenitwinkels ist entscheidend. Umgekehrt wird bei nahezu vertikalen Visuren der Einfluss der Distanzmessgenauigkeit bestimmend. Im Bereich schräger Visuren (50 gon) haben beide Messungen ungefähr den gleichen Einfluss auf die Standardabweichung.

5.9.7 Varianzberechnung beim Sinussatz (Länge einer Seite)

$$\text{Gl. 5.9-12} \quad a = c \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)}$$

Umformen zu:

$\ln(a) = \ln(c) + \ln(\sin(\alpha)) - \ln(\sin(\gamma))$, davon wird das Differential gebildet:

$$\text{Gl. 5.9-13} \quad \frac{1}{a} \cdot da = \frac{1}{c} dc + \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \cdot \frac{d\alpha}{\rho} - \frac{\cos(\gamma)}{\sin(\gamma)} \cdot \frac{d\gamma}{\rho}$$

$$\text{Gl. 5.9-14} \quad da = \frac{a}{c} dc + a \cdot \cot(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{\rho} - a \cdot \cot(\gamma) \cdot \frac{d\gamma}{\rho}$$

$$\text{Gl. 5.9-15} \quad \sigma_a^2 = \left(\frac{a}{c} \right)^2 \cdot \sigma_c^2 + (a \cdot \cot(\alpha))^2 \cdot \left(\frac{\sigma_\alpha}{\rho} \right)^2 - (a \cdot \cot(\gamma))^2 \cdot \left(\frac{\sigma_\gamma}{\rho} \right)^2$$

5.9.8 Varianzfortpflanzung am Beispiel einer Punktabsteckung

Aufgabe: Abstecken eines Punktes in eine lange Gerade, wobei die Sichtverbindung zwischen Anfangs- und Endpunkt der Gerade nicht gegeben ist.

Gemessen: a, b, α

Gesucht: x

Das Verschiebungsmass erhalten wir aus der doppelten Dreiecksfläche: $2 \cdot \text{Fläche} = c \cdot x = a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$

$$\text{Gl. 5.9-16} \quad x = \frac{a \cdot b}{c} \cdot \sin \alpha \cong \frac{a \cdot b}{a + b} \cdot \sin \alpha$$

(genähert gilt $c = a + b$)

davon werden die partiellen Ableitungen gebildet:

$$\text{Gl. 5.9-17} \quad \frac{\partial x}{\partial \alpha} = \frac{a \cdot b}{a + b} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \cos \alpha$$

$$\text{Gl. 5.9-18} \quad \frac{\partial x}{\partial a} = \frac{b \cdot (a + b) - a \cdot b}{(a + b)^2} \cdot \sin \alpha = \frac{b^2}{(a + b)^2} \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Gl. 5.9-19} \quad \frac{\partial x}{\partial b} = \frac{a^2}{(a + b)^2} \cdot \sin \alpha$$

Daraus ergibt sich das totale Differential:

$$\text{Gl. 5.9-20} \quad dx = \left(\frac{a \cdot b}{a + b} \cdot \cos \alpha \right) \cdot \frac{d\alpha}{\rho} + \left(\frac{b^2}{(a + b)^2} \cdot \sin \alpha \right) \cdot da + \left(\frac{a^2}{(a + b)^2} \cdot \sin \alpha \right) \cdot db$$

Das Varianzfortpflanzungsgesetz für zufällige Abweichungen lautet somit:

$$\text{Gl. 5.9-21} \quad \sigma_x^2 = \left(\frac{a \cdot b}{a + b} \cdot \cos(\alpha) \right)^2 \cdot \frac{\sigma_\alpha^2}{\rho^2} + \left(\frac{b^2}{(a + b)^2} \cdot \sin(\alpha) \right)^2 \cdot \sigma_a^2 + \left(\frac{a^2}{(a + b)^2} \cdot \sin(\alpha) \right)^2 \cdot \sigma_b^2$$

da $\sigma_a \approx \sigma_b$ und, wenn es sich um ein flaches Dreieck handelt ($\alpha \approx 200$ gon), $\cos(\alpha) \approx 1$, kann der Ausdruck noch vereinfacht werden:

$$\text{Gl. 5.9-22} \quad \sigma_x = \sqrt{\left(\frac{a \cdot b}{c} \right)^2 \cdot \frac{\sigma_\alpha^2}{\rho^2} + \left(\frac{a^2 + b^2}{c^2} \cdot \sin(\alpha) \right)^2 \cdot \sigma_a^2}$$

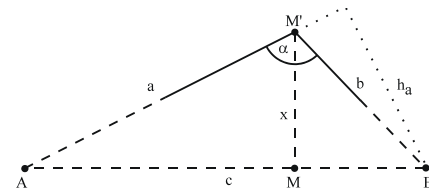


Abb. 5.20 Messanordnung

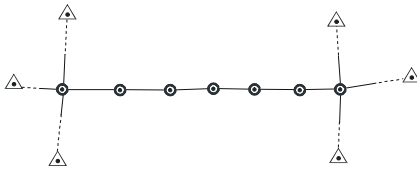


Abb. 5.21 Gestreckter, gezwängter Polygonzug mit konstanten Seitenlängen

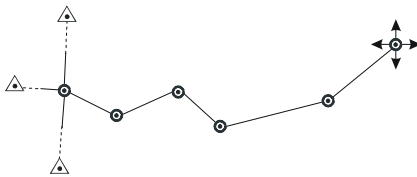


Abb. 5.22 Beliebiger, offener Polygonzug. Wie gross ist die Standardabweichung im letzten Punkt?

5.9.9 Varianzfortpflanzung beim Polygonzug (allgemein)

Hier soll zwischen zwei Arten von Polygonzügen unterschieden werden:

Beidseitig nach Koordinaten **und** Richtungen angeschlossener Zug, der somit "gezwängt" wird, und

Einseitig angeschlossener Zug, welcher nur im Anfangspunkt festgehalten wird, am Ende also unkontrolliert ist.

Beim einseitig angeschlossenen Zug wirkt sich jede Winkelabweichung direkt auf die folgenden Richtungen aus.

Wäre z.B. der erste Winkel um 1 mgon falsch und alle folgenden perfekt gemessen, so hätte man nach 640 m Polygonzug nur durch diesen Fehler schon eine Querabweichung von etwa 1 cm. Da nun jede folgende Winkelbestimmung auch mit einer gewissen Standardabweichung behaftet ist, wirkt sich dies für einen beliebigen offenen Polygonzug folgendermassen aus:

Berechnung der Koordinaten eines Polygonpunktes:

$$\text{Gl. 5.9-23} \quad y_i = y_0 + \sum_{j=1}^i D_j \cdot \sin Az_j$$

$$\text{Gl. 5.9-24} \quad x_i = x_0 + \sum_{j=1}^i D_j \cdot \cos Az_j$$

Az_j : Azimut von Pkt j-1 zu Pkt j = $Az_0 + \sum \alpha_k - i \cdot 200$ gon

D_j : Seitenlänge Pkt j-1 zu Pkt j

x_0, y_0 : Koordinaten des ersten Punktes

α_k : Brechungswinkel ($k = 1 \dots j$)

Daraus folgt für die Fehlerfortpflanzung:

- Einfluss der Längenmessungen

$$\text{Gl. 5.9-25} \quad \frac{\partial y_i}{\partial D_j} \sigma_D = \sigma_D \cdot \sin Az_j$$

$$\text{Gl. 5.9-26} \quad \frac{\partial x_i}{\partial D_j} \sigma_D = \sigma_D \cdot \cos Az_j$$

- Einfluss der Winkel

$$\text{Gl. 5.9-27} \quad \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_j} \frac{\sigma_\alpha}{\rho} = \frac{\sigma_\alpha}{\rho} \cdot \sum_{k=j}^i D_k \cdot \cos Az_k$$

$$\text{Gl. 5.9-28} \quad \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_j} \frac{\sigma_\alpha}{\rho} = \frac{\sigma_\alpha}{\rho} \cdot \sum_{k=j}^i D_k \cdot \sin Az_k$$

- Aufaddieren der Varianzen für den Punkt m

Gl. 5.9-29
$$\sigma_x^2 = \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial x_m}{\partial D_j} \cdot \sigma_D \right)^2 + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial x_m}{\partial \alpha_j} \cdot \frac{\sigma_\alpha}{\rho} \right)^2$$

Gl. 5.9-30
$$\sigma_y^2 = \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y_m}{\partial D_j} \cdot \sigma_D \right)^2 + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y_m}{\partial \alpha_j} \cdot \frac{\sigma_\alpha}{\rho} \right)^2$$

Abb. 5.23 soll die unterschiedliche Charakteristik von offenen und geschlossenen Polygonzügen veranschaulichen.

Daraus folgt für die Standardabweichung in Querrichtung:

- Beim gezwängten Zug ist die Standardabweichung in der Zugmitte maximal.
- Beim offenen Zug ist die Standardabweichung am freien Zugende maximal. Die Zunahme erfolgt mit der 1.5-fachen Potenz der Anzahl Polygonseiten n (siehe Gl. 5.9-46).

5.9.10 Varianzfortpflanzung beim einseitig angeschlossenen Polygonzug (gestreckt, Polygonseiten gleich lang)

Mit Standardabweichungen behaftete Elemente:

- Brechungswinkel (Polygonwinkel)
- Polygonseiten

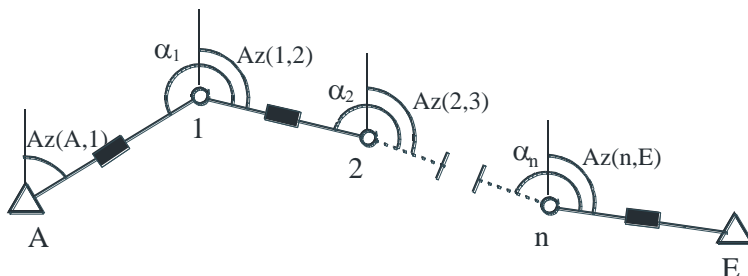


Abb. 5.24 Einseitig angeschlossener Polygonzug

Standardabweichung in Längsrichtung s_L

Funktion

Gl. 5.9-31
$$L = D_1 + D_2 + \dots \quad (\text{Zuglänge})$$

Gl. 5.9-32
$$dL = 1 \cdot dD_1 + 1 \cdot dD_2 + \dots$$

Gl. 5.9-33
$$s_L^2 = s_{D_1}^2 + s_{D_2}^2 + \dots$$

Gl. 5.9-34
$$s_L^2 = n \cdot s_D^2$$

Gl. 5.9-35
$$s_L = s_D \cdot \sqrt{n}$$

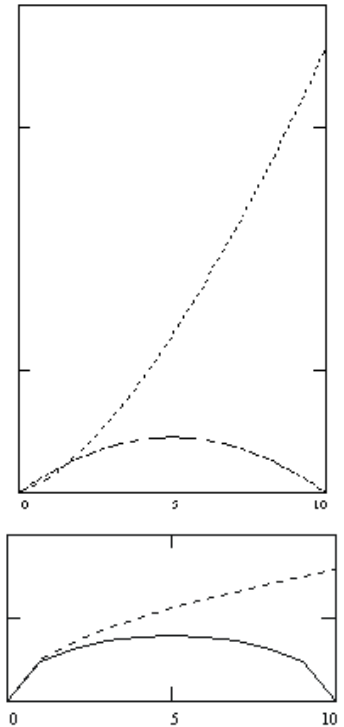


Abb. 5.23 Verhalten in Quer- (oben) und Längsrichtung (unten) eines offenen (gestrichelt) und eines eingezwängten Polygonzuges (ausgezogen), mit 10 Punkten inkl. Beginn- und Endpunkt

Ist s_D die Standardabweichung einer beliebigen Polygonseite der Länge D , so wird die Standardabweichung des Zuges

$$\text{Gl. 5.9-36} \quad s_L^2 = s_D^2 + s_D^2 + \dots + s_D^2 = n \cdot s_D^2$$

$$\text{Gl. 5.9-37} \quad s_L = s_D \sqrt{n} = s_D \sqrt{\frac{L}{D}}$$

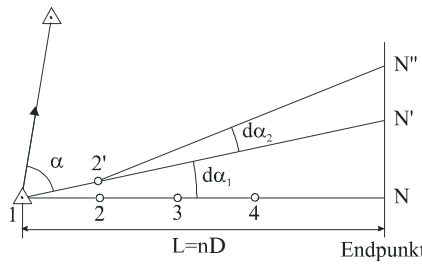


Abb. 5.25 Winkelabweichungen

Standardabweichungen in Querrichtung s_q

Winkelabweichungen wirken sich als Abweichungen q quer zur Zugrichtung aus.

Tritt bei der Messung in Punkt 1 eine Winkelabweichung $d\alpha_1$ auf, so verschiebt diese Abweichung den Punkt 2 nach 2'. Misst man von hier aus fehlerlos, so erhält der Endpunkt N die Querabweichung NN' . Hat man hingegen in Punkt 2 die Abweichung $d\alpha_2$, so kommt N' nach N'' . Es gilt:

$$\text{Gl. 5.9-38} \quad NN' = n \cdot D \cdot d\alpha_1$$

$$\text{Gl. 5.9-39} \quad N'N'' = (n-1) \cdot D \cdot d\alpha_2$$

$$\begin{aligned} \text{Gl. 5.9-40} \quad NN'' &= n \cdot D \cdot d\alpha_1 + (n-1) \cdot D \cdot d\alpha_2 \\ &= D \cdot (n \cdot d\alpha_1 + (n-1) \cdot d\alpha_2) \end{aligned}$$

Oder wenn auf allen Punkten Winkelabweichungen $d\alpha_1, d\alpha_2, \dots, d\alpha_{n-1}$ auftreten (Gesamteinfluss):

$$\text{Gl. 5.9-41} \quad \sum: NN^{(n)} = D(n d\alpha_1 + (n-1) d\alpha_2 + (n-2) d\alpha_3 + \dots + 2 d\alpha_{n-2} + d\alpha_{n-1})$$

Unter Verwendung des Varianzfortpflanzungsgesetzes

$$\text{Gl. 5.9-42} \quad s_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right)^2 \cdot s_{\alpha_1}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right)^2 \cdot s_{\alpha_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n} \right)^2 \cdot s_{\alpha_n}^2$$

folgt aus dem Gesamteinfluss die Varianz der Querrichtung im Endpunkt:

$$\text{Gl. 5.9-43} \quad s_q^2 = D^2 n^2 s_{\alpha_1}^2 + D^2 (n-1)^2 s_{\alpha_2}^2 + D^2 (n-2)^2 s_{\alpha_3}^2 + \dots + 2^2 D^2 s_{\alpha_{n-2}}^2 + D^2 s_{\alpha_{n-1}}^2$$

Da die Standardabweichungen der Polygonwinkel alle gleich s_α sind, wird

$$\text{Gl. 5.9-44} \quad s_q = s_\alpha \cdot D^2 \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2) = s_\alpha \cdot D^2 \cdot \sum_1^n i^2$$

Die Formel ist für alle praktisch vorkommenden n anwendbar.

Zur Beurteilung der Varianzfortpflanzung im Allgemeinen ersetzen wir den Klammerausdruck nach der Theorie der arithmetischen Reihen durch

$$\begin{aligned} \text{Gl. 5.9-45} \quad \sum_1^n i^2 &= 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \\ &= \frac{n}{6}(2n^2 + 3n + 1) = \frac{(2n+1)(n+1)n}{6} \end{aligned}$$

Berücksichtigt man nur das Hauptglied, so wird mit

$$\text{Gl. 5.9-46} \quad s_q \cong s_\alpha \cdot D \cdot \sqrt{\frac{n^3}{3}} = s_\alpha \cdot D \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot n^{1.5}$$

und mit

$$\text{Gl. 5.9-47} \quad n = \frac{L}{D}$$

folgt die Näherungsformel

$$\text{Gl. 5.9-48} \quad s_q \cong \frac{s_\alpha}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{L^3}{D}} \cong \frac{s_\alpha L}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{L}{D}} \cong s_\alpha L \sqrt{\frac{n}{3}}$$

Analog können auch weitere Näherungsformeln für die Standardabweichung in Querrichtung bei Polygonpunkten abgeleitet werden (siehe).

Annahmen:

für alle Fälle des Polygonzug-Anschlusses: gestreckter Zug, gleiche Seitenlängen D , Anzahl Seiten n , Gesamtlänge $L = n \cdot D$, alle Winkel gleich genau gemessen mit Standardabweichung s_α .

Tab. 5-7 Standardabweichung eines Polygonzuges in Querrichtung

Anschluss	Standardabweichung eines Polygonpunktes in Querrichtung	
	in Zugmitte s_{qM}	am Zugende s_{qE}
Einseitig angeschlossener Polygonzug	$L \cdot \frac{s_\alpha}{\rho} \sqrt{\frac{n}{24}}$	$L \cdot \frac{s_\alpha}{\rho} \sqrt{\frac{n}{3}}$
Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug	$L \cdot \frac{s_\alpha}{\rho} \sqrt{\frac{n}{192}}$	fix = 0

Um eine hohe Genauigkeit zu erzielen, sollten möglichst wenige Polygonpunkte, d.h. lange Zugseiten, gewählt werden, denn der Querfehler wächst mit der Quadratwurzel aus der Anzahl der Brechpunkte.

5.9.11 Varianzfortpflanzung am Beispiel der 2. Hauptaufgabe

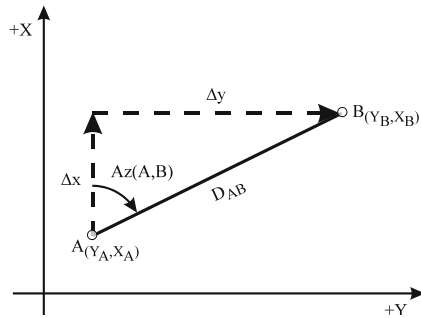


Abb. 5.26 Skizze zur Aufgabe

Schritt 1: Zusammenstellung der gegebenen und gesuchten Größen

gegeben: $Y_A = 100.00 \text{ m}$ $s_{Y_A} = 0.02 \text{ m}$

$X_A = 100.00 \text{ m}$ $s_{X_A} = 0.02 \text{ m}$

$Y_B = 200.00 \text{ m}$ $s_{Y_B} = 0.02 \text{ m}$

$X_B = 300.00 \text{ m}$ $s_{X_B} = 0.02 \text{ m}$

gesucht: $Az(A,B), s_{Az}$

$D_{AB}, s_{D_{AB}}$

Schritt 2: Herstellung des funktionalen Zusammenhanges

Gl. 5.9-49
$$Az(A, B) = \arctan \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$$

Gl. 5.9-50
$$D_{AB} = \sqrt{(Y_B - Y_A)^2 + (X_B - X_A)^2}$$

$Az(A, B) = 29.5167 \text{ gon}$

$D_{AB} = 223.607 \text{ m}$

Schritt 3: Formales Bilden des vollständigen Differentials

$$dAz(A, B) = \frac{\partial Az(A, B)}{\partial Y_A} \cdot dY_A + \frac{\partial Az(A, B)}{\partial X_A} \cdot dX_A$$

Gl. 5.9-51

$$+ \frac{\partial Az(A, B)}{\partial Y_B} \cdot dY_B + \frac{\partial Az(A, B)}{\partial X_B} \cdot dX_B$$

Gl. 5.9-52
$$dD_{AB} = \frac{\partial D_{AB}}{\partial Y_A} \cdot dY_A + \frac{\partial D_{AB}}{\partial X_A} \cdot dX_A + \frac{\partial D_{AB}}{\partial Y_B} \cdot dY_B + \frac{\partial D_{AB}}{\partial X_B} \cdot dX_B$$

Schritt 4: Bildung der partiellen Ableitungen

Partielle Ableitungen für das Azimut:

$$\begin{aligned}
 \text{Gl. 5.9-53} \quad \frac{\partial \text{Az}(A, B)}{\partial Y_A} &= \frac{1}{1 + \left(\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \right)^2} \cdot \frac{-(X_B - X_A)}{(X_B - X_A)^2} \\
 &= \frac{-(X_B - X_A)}{D_{AB}^2} = -\frac{\cos \text{Az}(A, B)}{D_{AB}} \cdot \rho
 \end{aligned}$$

$$\text{Gl. 5.9-54} \quad \frac{\partial \text{Az}(A, B)}{\partial X_A} = \frac{(Y_B - Y_A)}{D_{AB}^2} = \frac{\sin \text{Az}(A, B)}{D_{AB}} \cdot \rho$$

$$\text{Gl. 5.9-55} \quad \frac{\partial \text{Az}(A, B)}{\partial Y_B} = \frac{\cos \text{Az}(A, B)}{D_{AB}} \cdot \rho$$

$$\text{Gl. 5.9-56} \quad \frac{\partial \text{Az}(A, B)}{\partial X_B} = -\frac{\sin \text{Az}(A, B)}{D_{AB}} \cdot \rho$$

Partielle Ableitungen für die Strecke:

$$\text{Gl. 5.9-57} \quad \frac{\partial D_{AB}}{\partial Y_A} = \frac{(Y_A - Y_B)}{D_{AB}}$$

$$\text{Gl. 5.9-58} \quad \frac{\partial D_{AB}}{\partial Y_B} = -\frac{(Y_A - Y_B)}{D_{AB}}$$

$$\text{Gl. 5.9-59} \quad \frac{\partial D_{AB}}{\partial X_A} = \frac{(X_A - X_B)}{D_{AB}}$$

$$\text{Gl. 5.9-60} \quad \frac{\partial D_{AB}}{\partial X_B} = -\frac{(X_A - X_B)}{D_{AB}}$$

Achtung: Dimensionsanalyse

Trigonometrische Funktionen sind dimensionslos und müssen zur Dimensionskorrektur mit ρ multipliziert werden!

Schritt 5: Übergang zu Varianzen

→ Quadrieren!

$$\begin{aligned}
 \text{Gl. 5.9-61} \quad s_{\text{Az}}^2 &= \left(-\frac{\cos \text{Az}(A, B)}{D_{AB}} \cdot \rho \right)^2 \cdot s_{Y_A}^2 + \left(\frac{\sin \text{Az}(A, B)}{D_{AB}} \cdot \rho \right)^2 \cdot s_{X_A}^2 \\
 &+ \left(\frac{\cos \text{Az}(A, B)}{D_{AB}} \cdot \rho \right)^2 \cdot s_{Y_B}^2 + \left(-\frac{\sin \text{Az}(A, B)}{D_{AB}} \cdot \rho \right)^2 \cdot s_{X_B}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_D^2 &= \left(\frac{(Y_A - Y_B)}{D_{AB}} \right)^2 \cdot s_{YA}^2 + \left(\frac{(X_A - X_B)}{D_{AB}} \right)^2 \cdot s_{XA}^2 \\
 \text{Gl. 5.9-62} \quad &+ \left(-\frac{(Y_A - Y_B)}{D_{AB}} \right)^2 \cdot s_{YB}^2 + \left(-\frac{(X_A - X_B)}{D_{AB}} \right)^2 \cdot s_{XB}^2
 \end{aligned}$$

Schritt 6: Zahlenwerte einsetzen und Standardabweichung berechnen

→ Positive Quadratwurzel ziehen

$$\text{Gl. 5.9-63} \quad s_{Az} = \sqrt{\left(-\frac{\cos(29.5167)}{223.607} \cdot \rho \right)^2 \cdot 0.02^2 + \left(\frac{\sin(29.5167)}{223.607} \cdot \rho \right)^2 \cdot 0.02^2 + \left(\frac{\cos(29.5167)}{223.607} \cdot \rho \right)^2 \cdot 0.02^2 + \left(-\frac{\sin(29.5167)}{223.607} \cdot \rho \right)^2 \cdot 0.02^2}$$

$$\text{Gl. 5.9-64} \quad s_D = \sqrt{\left(\frac{100 - 200}{223.607} \right)^2 \cdot 0.02^2 + \left(\frac{100 - 300}{223.607} \right)^2 \cdot 0.02^2 + \left(-\frac{100 - 200}{223.607} \right)^2 \cdot 0.02^2 + \left(-\frac{100 - 300}{223.607} \right)^2 \cdot 0.02^2}$$

$$s_{Az} = 0.00805 \text{ gon}$$

$$s_D = 0.028 \text{ m}$$

Die Standardabweichung an der Distanz $s_D = 0.028 \text{ m}$ entspricht gerade $\sqrt{2} \cdot s_x = \sqrt{2} \cdot s_y = \sqrt{2} \cdot 0.02$, da Punkte in X- und Y-Richtung gleiche Standardabweichungen besitzen. So ist $s_{Az} = s_D / D_{AB} \cdot \rho = 0.028 / 223.61 \cdot 63.662 = 8 \text{ [mgon]}$

5.10 Neue und alte Begriffsbildung in der geodätischen Statistik

Tab. 5-8 Begriffsbildung

Neu	Alt
Systematische Abweichung	Systematischer Fehler
Zufällige Abweichung	Zufälliger Fehler
Standardabweichung	Mittlerer Fehler
Standardabweichung in	
- Querrichtung	Querfehler
- Längsrichtung	Längsfehler
Varianzfortpflanzung	Fehlerfortpflanzung
Konfidenzellipse	Fehlerellipse
Konfidenzband	Fehlerband
Gauss-Markoff-Modell	Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen
Beobachtungsgleichung	Fehlergleichung
Residuum	Verbesserung

5.11 Toleranzen im Bauwesen

Die Masskontrolle bei Bauteilen ist oft Bestandteil der Fertigung und Montage (z.B. Brückenplatten). Sowohl bei der Fertigung als auch bei der Messung treten Ungenauigkeiten auf. Der Spielraum der zulässigen Abweichungen wird Toleranz genannt.

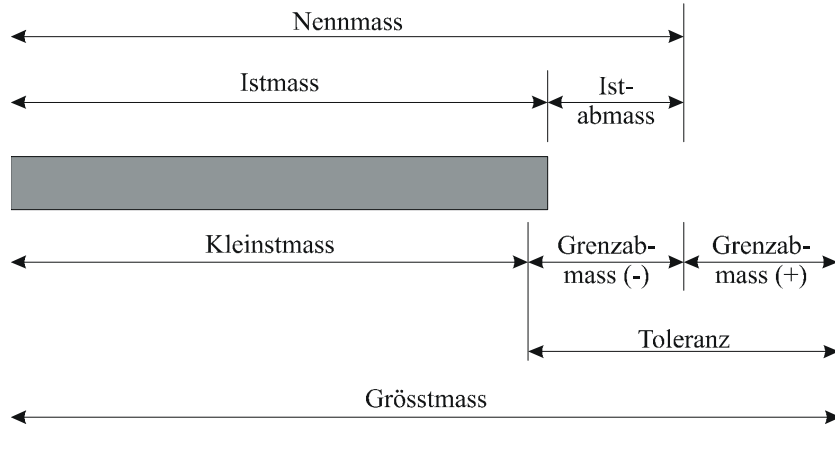


Abb. 5.27 Toleranz

Prüfung auf Einhaltung der Toleranz

Nennmass:	Mass, das zur Kennzeichnung von Grösse, Gestalt und Lage eines Bauteils angegeben und in den Konstruktions- oder Bauplan eingetragen wird.
Istmass:	Durch Messung festgestelltes Mass
Istabmass:	Differenz zwischen Istmass und Nennmass
Grösstmass:	Das grösste zulässige Mass
Kleinstmass:	Das kleinste zulässige Mass
Grenzabmass:	Differenz zwischen Grösstmass und Nennmass oder Kleinstmass und Nennmass
Toleranz:	Differenz zwischen Grösstmass und Kleinstmass

Bei der Prüfung auf Einhaltung der Toleranz werden drei Fälle unterschieden. Solange das Ist-Mass mit seiner Messunsicherheit vollständig innerhalb oder vollständig ausserhalb des Toleranzbereiches liegt, ist die Entscheidung klar; die Toleranz wird eingehalten bzw. überschritten. Im dritten Fall, wenn sich die Unsicherheit und die Toleranzgrenze überschneiden, wird die Entscheidung unklar. Was als Messunsicherheit gilt, ist vorweg zu definieren.

Häufig wählt man:

Messunsicherheit = 2 bis 3-fache Standardabweichung.

Dann liegen nur noch 5% bzw. 1% der Messungen ausserhalb der Messunsicherheit. Fertigung und Messung teilen sich die Toleranz.

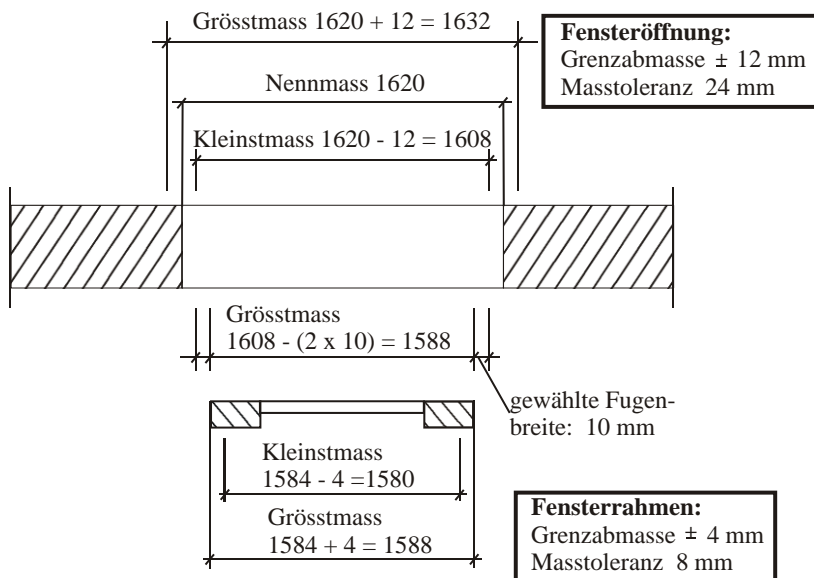


Abb. 5.28 Anwendung der Begriffe und der Passung am Beispiel eines Fensters. Masse in [mm]

Zusammensetzen von Einzeltoleranzen

Die Gesamttoleranz wird im Bauwesen analog zur Varianzfortpflanzung berechnet, d.h. als eine quadratische Toleranzkette (solange die Einzeltoleranzen unabhängig voneinander sind):

$$\text{Gl. 5.11-1} \quad T_g = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}$$

Die Zusammensetzung der Gesamttoleranz aus Fertigung, Montage und Vermessung lässt sich ebenfalls als quadratische Toleranzkette beschreiben, da die drei Prozesse unabhängig voneinander sind.

5.12 Zusammenfassung der wichtigsten statistischen Formeln

5.12.1 Bezeichnungen

Tab. 5-9

$p_i = \frac{s_0^2}{s_i^2}$	$v_i = \mu - x_i$
p: Gewicht einer Beobachtung, mit s_0 = Standardabweichung einer Beobachtung mit Gewicht 1	v: Verbesserung

5.12.2 Mittelwerte

Tab. 5-10

$\mu = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	$\hat{x} = \frac{\sum p_i x_i}{\sum p_i}$	$\tilde{x} = x_{(n+1)/2}, \quad n \text{ ungerade}$ $\tilde{x} = \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2}, \quad n \text{ gerade}$
arithmetisches Mittel	gewichtetes Mittel	Median

5.12.3 Streuungsmasse

5.12.3.1 Eindimensionale Verteilungen

Tab. 5-11

$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}$	$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - u} = \frac{\sum v_i^2}{n - u}$	$s = (+)\sqrt{s^2}$
Varianz	empirische Varianz	empirische Standardabweichung

Gleich genaue Beobachtungen:

Tab. 5-12

$s = \sqrt{\frac{\sum vv}{n-1}}$	$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum vv}{n \cdot (n-1)}}$
StdAbw. einer einzelnen Beobachtung	StdAbw. des arithmetischen Mittels

Gewichtete Beobachtungen:

Tab. 5-13

$s_0 = \sqrt{\frac{\sum pvv}{n-1}}$
StdAbw. der Gewichtseinheit
$s_i = \frac{s_0}{\sqrt{p_i}}$
StdAbw. einer Beobachtung mit Gewicht p_i

5.12.3.2 Zweidimensionale Verteilungen

Tab. 5-14

$\sigma_{x,y} = \frac{\sum (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{n-1}$	$s_{x,y} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$	$r = \frac{s_{x,y}}{s_x \cdot s_y}$
Kovarianz	empirische Kovarianz	Korrelationskoeffizient

5.12.3.3 Allgemeines Varianzfortpflanzungsgesetz

Tab. 5-15

$\sigma_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \cdot \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)^2 \cdot \sigma_i^2$	$\sigma_{F_m} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
Varianz einer Funktion $F = F(x_1, x_2, \dots, x_i)$ mit i unabhängigen Variablen	Sonderfall: arithmetisches Mittel gleich genauer Beobachtungen

5.12.4 Anwendungen

5.12.4.1 Genauigkeitsangaben bei Richtungsmessungen

Tab. 5-16

$s_r = \sqrt{\frac{\sum vv}{(N-1) \cdot (s-1)}}$	$s_{r_{mittel}} = \frac{s_r}{\sqrt{s}}$	s = Anzahl Sätze N = Anzahl Richtungen pro Satz
StdAbw. einer in einem Satz beobachteten Richtung	StdAbw. einer aus s Sätzen gemittelten Richtung	

5.12.4.2 Genauigkeitsangaben bei Zenitwinkelmessungen

Tab. 5-17

$s_z = \sqrt{\frac{\sum vv}{s \cdot N - N}}$	$s_{z_{mittel}} = \frac{s_z}{\sqrt{s}}$	s = Anzahl Sätze N = Anzahl Zenitwinkel
StdAbw. eines Zenitwinkels	StdAbw. der gemittelten Orientierung	

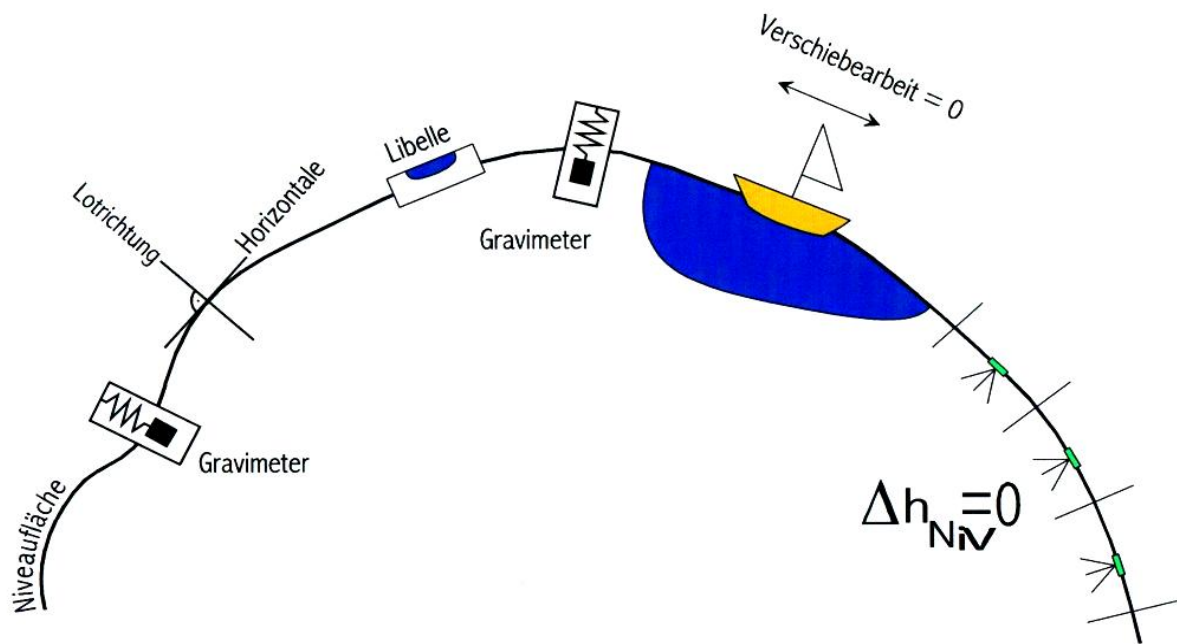
5.12.4.3 Genauigkeitsangaben beim Abriss

Tab. 5-18

$s_0 = \sqrt{\frac{\sum vv}{n-1}}$	$s_{0_{mittel}} = \frac{s_0}{\sqrt{n}}$	$s_{ROR} = (n+1) \cdot \sqrt{\frac{\sum vv}{n \cdot (n^2 - 1)}}$
StdAbw. einer Orientierung (Richtung)	StdAbw. der gemittelten Orientierung	StdAbw. einer orientierten Richtung
wobei n = Anzahl Anschlussrichtungen		

KAPITEL 6

HÖHENBESTIMMUNG



6 Höhenbestimmung

6.1	Höhensysteme.....	202
6.1.1	Das Geoid	202
6.1.2	Lotlinien, Schwere und Niveauflächen.....	202
6.1.3	Anforderungen an die Definition von Höhen.....	203
6.1.4	Orthometrische Höhen.....	204
6.1.5	Normalhöhen	205
6.1.6	Ellipsoidische Höhen.....	205
6.2	Höhennetze in der Schweiz.....	207
6.2.1	Das Höhendatum der Schweiz	207
6.2.2	Das Landesnivellement.....	207
6.2.3	Kantonale und kommunale Nivellemente	208
6.3	Methoden der Höhenbestimmung	209
6.4	Barometrische Höhenbestimmung	210
6.4.1	Prinzip	210
6.4.2	Instrumente und Genauigkeiten.....	211
6.5	Hydrostatisches Nivellement	212
6.5.1	Prinzip	212
6.5.2	Einfaches hydrostatisches Nivellement	213
6.5.3	Präzisionsschlauchwaage	213
6.6	Gravimetrische Höhenbestimmung	214
6.7	Höhenbestimmung mittels GNSS.....	215
6.8	Geometrisches Nivellement mit Nivellierinstrument	216
6.8.1	Prinzip	216
6.8.2	Nivellierverfahren	217
6.8.3	Liniennivellement	218
6.8.3.1	Eingehängter Nivellementszug.....	218
6.8.3.2	Freier Nivellementszug.....	218
6.8.3.3	Nivellementsschleife.....	218
6.8.3.4	Nivellementsknoten (Netzverdichtung).....	218
6.8.4	Numerisches Beispiel für ein Liniennivellement mit beidseitigem Höhenanschluss ..	219
6.8.5	Flächennivellement.....	221
6.8.5.1	Aufnahme diskreter Punkte	221
6.8.5.2	Aufnahme von Punkten in einem festgelegten Raster	222
6.8.5.3	Arbeiten mit dem Instrumentenhorizont	223
6.8.5.4	Arbeiten mit Höhendifferenzen	224
6.8.6	Liniennivellement mit Zwischenblicken.....	225

6.9	Trigonometrische Höhenbestimmung	226
6.9.1	Prinzip	226
6.9.2	Einfluss der Erdkrümmung	227
6.9.3	Einfluss der Refraktion	227
6.9.4	Gegenseitig-gleichzeitige Zenitwinkelbeobachtung	229
6.9.5	Trigonometrisches Nivellement	230

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

δ	magnetische Deklination
γ	Meridiankonvergenz
η	kartographische Deklination
φ_{PM}	Geographische Breite der gemittelten X-Koordinaten von P_1 und P_2
ρ	Winkelumwandlungsfaktor
a	grosse Halbachse des Ellipsoids
b	kleine Halbachse des Ellipsoids
B	Barometer Wert
β	von der Abplattung der Erde abhängiger Schwerekoeffizient
c	Lichtgeschwindigkeit
d_{hor}	meteokorrigierte Horizontaldistanz
ds	infinitesimales Streckenelement auf der Kugel
$d\bar{s}$	Projektion von ds auf den Zylinder
D	Distanz im Projektionssystem / Distanz beim Nivellement
D_0	auf Projektionsfläche reduzierte meteokorrigierte Horizontaldistanz
δ	Verhältnis der Dichte des Wasserdampfes zur Dichte der trockenen Luft bei 0°C und p_0
E_{Aeq}	Erdäquator
f	Abplattung
F	Brennpunkt
g	Schwerevektor, Lot
G	Geozentrum
h	Ellipsoidische Höhe
H	Orthometrische Höhe
H_m	mittlere Höhe
N	Geoidundulation
η	Lotabweichung
p	Luftdruck
p_0	$1\,013\,250\ [\text{g}/\text{cm}\cdot\text{s}^2]$ = angenommener Luftdruck in Meereshöhe (= $1\,013.25\ \text{hPa}$)
ρ_0	$0.001\,293\,04\ [\text{g}/\text{cm}^3]$ = Dichte der trockenen Luft unter Berücksichtigung des Kohlendioxidgehaltes bei 0°C und Luftdruck in Meereshöhe p_0
R	Rückblick beim Nivellement
R_M	Meridiankrümmungsradius
R_N	Querkrümmungsradius
s	Standardabweichung
U	Umstellpunkt beim Nivellement
V	Vorblick beim Nivellement
v	Verbesserung
W	Potential der Schwerkraft (Gravitation)
w	Widerspruch beim Nivellement

X	Ordinate im Landeskoordinatensystem
X_m	mittlerer Nord/Süd-Abstand von Bern
Y	Abszisse im Landeskoordinatensystem
Z	Zwischenblick beim Nivellement

6 Höhenbestimmung

Stichwörter: Barometrische Höhenmessung, Ellipsoidische Höhe, Geometrisches Nivellement, Höhensysteme, Hydrostatisches Nivellement, Lotlinien, Niveaulflächen, Normalhöhe, Orthometrische Höhe, Refraktion, Satellitengestützte Höhenbestimmung, Schweizer Höhensystem, Schwere, Trigonometrische Höhenbestimmung, Trigonometrisches Nivellement.

Zusammenfassung: Das Kapitel Höhenbestimmung gibt eine Übersicht der Anforderungen an Höhen und deren theoretischen Definitionen, sowie deren messtechnischer Bestimmung. Ausgehend von einer Einführung in Höhensysteme im Allgemeinen und in das Schweizer Höhensystem im speziellen, werden eine Anzahl von Methoden zur Höhenbestimmung vorgestellt. Hierbei ist der Schwerpunkt besonders auf das geometrische Nivellement gelegt worden. Die Darstellung der trigonometrischen Höhenbestimmung geht anders als in der konventionellen Lehrbuchsdarstellung von der vollständigen Formel aus, die dann, auf verschiedene Messungsszenarien bezogen, vereinfacht werden kann. Im Anschluss daran soll ein Einblick in die barometrische, hydrostatische und satellitengestützte Höhenbestimmung gegeben werden. Letzterer und der im Zusammenhang mit den Höhensystemen beschriebenen Verknüpfungssproblematik zu konventionellen Höhensystemen wird in Zukunft die grösste Bedeutung zugemessen werden.

6.1 Höhensysteme

Das Modell der Erde lässt sich entweder rein geometrisch oder unter Einbezug des Erdschwerefeldes geo-physikalisch beschreiben. Gleiches gilt für die Höhensysteme.

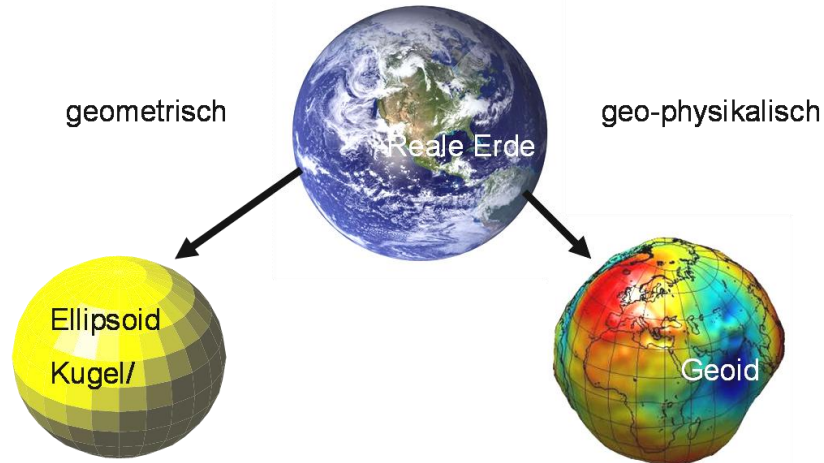


Abb. 6.1 geodätische Bezugsfläche und Körper

Wir unterscheiden: Geometrische Höhen die sich auf eine Tangentialfläche ($Z=H$) oder das Ellipsoid beziehen (Ellipsoidische Höhen)

Dynamische Höhen, die sich auf das Geoid beziehen – orthometrische Höhen – Normalhöhen

6.1.1 Das Geoid

Da zur Beschreibung der physischen Erdoberfläche für die Oberfläche der Weltmeere (70% der Erdoberfläche) ein Bildungsgesetz einfacher gefunden werden kann als für die Oberfläche der festen Erde, benutzt man zur Definition der "mathematischen Erdfigur", die nach J. B. Listing [1872] als Geoid bezeichnet wird, die mittlere Meeresoberfläche.

6.1.2 Lotlinien, Schwere und Niveauflächen

Das Geoid dient als Bezugsfläche für die Höhe. Für die Lage werden Erdmodelle ellipsoidischer oder kugelförmiger Gestalt oder gar eine Ebene verwendet.

Die Erde besitzt aufgrund ihrer Masse und ihrer Rotation ein Kraftfeld, das als Schwerefeld der Erde bezeichnet wird. Eine geeignete Charakterisierung des Schwerefeldes der Erde wird in der Geodäsie durch die Größen **Lotlinien**, **Schwere** und **Niveauflächen** erreicht.

Lotlinien stellen die Richtung der Schwerkraft dar. Die Tangente an die Lotlinie in einem Punkt heisst Lotrichtung dieses Punktes.

Unter der Schwerebeschleunigung versteht man die aus der Schwerkraft und der Zentrifugalbeschleunigung resultierende Beschleunigung einer Probemasse.

Die Schwerkraft ist eine vektorielle Grösse. Der Betrag der Schwerebeschleunigung ist die **Schwere**.

Die Flächen gleichen Potentials der Schwerebeschleunigung (Schwerepotentials) heissen **Niveaulflächen**. Diese sind die Orthogonaltrajektorien der Lotlinien, d.h. sie schneiden die Lotlinien senkrecht.

Der Verlauf der Niveaulflächen lässt sich nicht aufgrund theoretischer Überlegungen berechnen, sondern nur durch Messungen (meist Schweremessungen) ermitteln. Da Niveaulflächenabstände örtlich variieren, handelt es sich bei Nivellementsergebnissen folglich nur um lokale, am jeweiligen Messort gültige Niveaulflächenabstände (z.B. die direkte Baustelle). Die Ergebnisse des reinen Nivellements sind also allein nicht zur eindeutigen Festlegung von Höhen ausreichend.

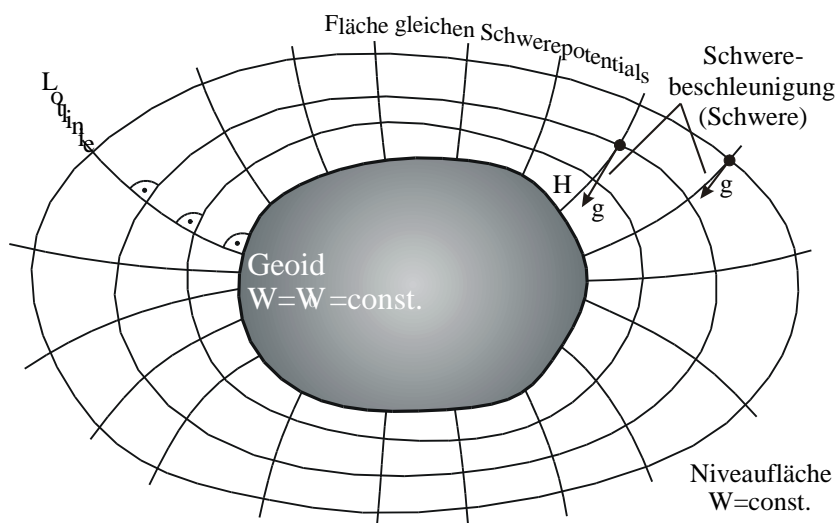


Abb. 6.2 Schwerfeld der Erde

6.1.3 Anforderungen an die Definition von Höhen

Bei der Definition von Höhen wird häufig eine Vielzahl von Forderungen genannt, die sich jedoch im Wesentlichen auf vier Aussagen zusammenfassen lassen:

- 1) Höhen sollen eindeutig und unabhängig vom gewählten Messweg sein.
- 2) Alle Punkte, die auf der gleichen Niveaulfläche liegen, sollen die gleiche Höhe erhalten, oder anders ausgedrückt: zwischen Punkten mit gleicher Höhe soll Wasser nicht von selbst fließen.
- 3) Höhen sollen punktbezogene Abstände von einer Bezugsfläche sein. Dabei ist die Höhenbezugsfläche selbst eine Niveaulfläche (Wasser soll auch zwischen Punkten der Höhe Null nicht fließen), in Höhe des mittleren Meeresspiegels verlaufen und einen berechenbaren (orts-

abhängigen) Abstand zu einem Erdellipsoid (z.B. Geoidundulation) haben, z.B. für die Verknüpfung mit ellipsoidischen Höhen.

- 4) Die Nivellementsreduktionen, die an den gemessenen (nivellierten) Höhenunterschieden anzubringen sind, um sie in ein bestimmtes Höhensystem zu überführen, müssen so klein sein, dass in lokalen Bereichen, z.B. auf Baustellen, mit unreduzierten Nivellementsergebnissen gearbeitet werden kann.

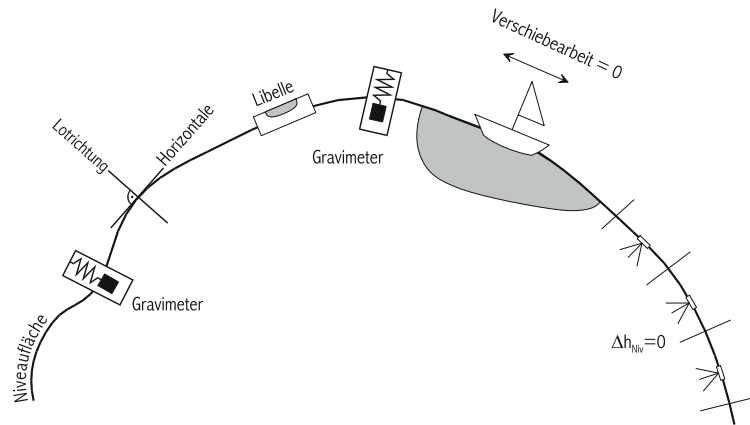


Abb. 6.3 Eigenschaften der Niveauflächen

Es kann theoretisch keine Höhendefinition geben, die alle Anforderungen an Höhen erfüllt, da sich die zweite und dritte Prämisse aufgrund der Konvergenz der Niveauflächen gegenseitig ausschließen.

6.1.4 Orthometrische Höhen

Die orthometrische Höhe eines Punktes A auf der Erdoberfläche ist die Länge der Lotlinie zwischen A und dem Geoid (Abb. 6.4). Eine Berechnung über Nivellementsunterschiede ist mittels orthometrischer Korrektur möglich.

Tab. 6-1 Anforderungen an orthometrische Höhen

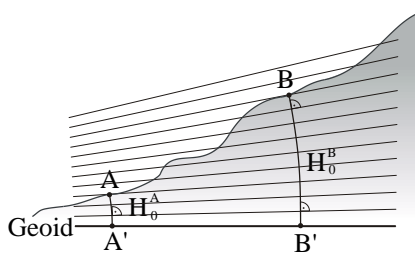


Abb. 6.4 Orthometrische Höhen

1. Wegunabhängigkeit	erfüllt
2. Wasser darf nicht selbständig fließen	nicht streng erfüllt, aber lokale Genauigkeit
3. Bezugsfläche = Niveaufläche	erfüllt; Bezugsfläche ist das Geoid
4. Größenordnung der Korrektur klein	i.A. erfüllt, aber z.B. in Gebirgen bei Vorliegen von Salzstöcken können die orthometrischen Korrekturen relativ grosse Beträge annehmen

6.1.5 Normalhöhen

Die Normalhöhe H_N eines Punktes entspricht der Höhe des entsprechenden Telluroidpunktes über dem Niveauellipsoid. Das Telluroid ist diejenige Fläche, die man erhält, wenn von jedem Punkt der Topographie die Schwereanomalie abträgt. Das Telluroid ist keine Äquipotentialfläche. Unter einem Niveauellipsoid versteht man ein Rotationsellipsoid, das die gleiche Masse und Rotationsgeschwindigkeit wie die Erde besitzt, jedoch werden keine Aussagen über die Massenverteilung gemacht.

Die Bezugsfläche für Normalhöhen ist das Quasigeoid, welches man erhält, wenn man alle Normalhöhen von der Erdoberfläche abträgt.

Normalhöhen werden zum Beispiel in Deutschland und Frankreich verwendet.

Tab. 6-2

1. Wegunabhängigkeit	erfüllt
2. Wasser darf nicht selbständig fließen	nicht erfüllt. Das scheinbare Gefälle kann die Messungenauigkeiten übersteigen.
3. Bezugsfläche = Niveaufläche	Bezugsfläche ist das Quasigeoid. Das Quasigeoid ist keine Niveaufläche.
4. Größenordnung der Korrektur klein	erfüllt

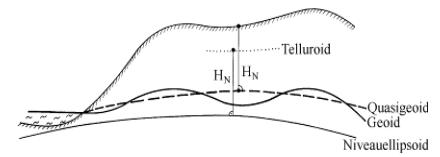


Abb. 6.5 Normalhöhe und Niveauellipsoid

6.1.6 Ellipsoidische Höhen

Ellipsoidische Höhen sind rein mathematisch als Abstände vom jeweiligen Bezugsellipsoid auf der Ellipsoidnormalen definiert (Abb. 6.6). Somit haben ellipsoidische Höhen keinen Bezug zum Schwerefeld der Erde. Beispielsweise liefern GNSS geozentrische, kartesische Koordinaten, aus denen ellipsoidische Höhen h berechnet werden können. Jedoch um ellipsoidische Höhen für die Bau- und Ingenieurvermessung verwenden zu können, müssen diese mit der physischen Erdoberfläche in Verbindung gebracht werden. Hierfür hat man zu den in irgendeinem Höhensystem berechneten „metrischen“ Höhen H die zugehörigen Abstände δH der Höhennullfläche vom Bezugsellipsoid hinzugeben.

$$\text{Gl. 6.1-1} \quad h = H + \delta H$$

Handelt es sich um orthometrische Höhen H_O , so ist die Höhennullfläche das Geoid und die Gl. 6.1-1 nimmt folgende Form an:

$$\text{Gl. 6.1-2} \quad h = H_O + N$$

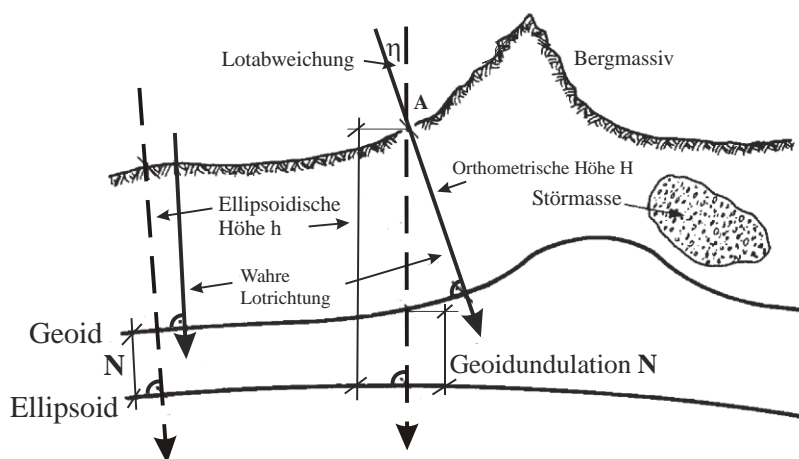


Abb. 6.6 Geoid und Ellipsoid

Die Differenz zwischen Geoid und Ellipsoid nennt man Geoidundulation N :

$$Gl. 6.1-3 \quad N = h - H_o$$

Der Winkel η zwischen wahrer Lotrichtung und Ellipsoidnormalen im Punkt A auf der Erdoberfläche wird als Lotabweichung bezeichnet (Abb. 6.6).

6.2 Höhenetze in der Schweiz

6.2.1 Das Höhendatum der Schweiz

Ausgangspunkt war der Repère Pierre du Niton, ein erratischer Block in der Seebucht von Genf. Darin wurde ein Bronzebolzen eingelassen, dessen Höhe 1902 durch ein Präzisionsnivellement, ausgehend vom Mittelwasser des Mittelmeeres im Hafen von Marseille zu 373.633 m bestimmt wurde. Diese Höhe wurde mit Anschlussmessungen an das Mittelwasser der italienischen Meere, das Mittelwasser in Triest und das Mittelwasser in Swinemünde kontrolliert. Als Ausgangshöhe wurde 373.600 m.ü.M. festgelegt.



Abb. 6.7 Repère Pierre du Niton

6.2.2 Das Landesnivellement

Das Landesnivellement wurde in den Jahren 1903 - 1927 neu versichert, gemessen und berechnet. Die 18 Nivellementsschleifen haben eine Gesamtlänge von ca. 4'500 km. Die Standardabweichung für 1 km Doppelnivellement betrug nach bedingter Ausgleichung 1.4 mm. Die Punkthöhen sind kantonsweise publiziert und werden als Gebrauchshöhen bezeichnet. 1943 erfolgte eine strenge Ausgleichung der Schleifen unter Berücksichtigung der orthometrischen Schwerereduktion (=orthometrische Korrektur). Die neu ausgeglichenen Höhen wurden aber nicht publiziert. Darum auch die Bezeichnung "Gebrauchshöhen". Die Punkte der Landesvermessung werden als HFP1 bezeichnet.

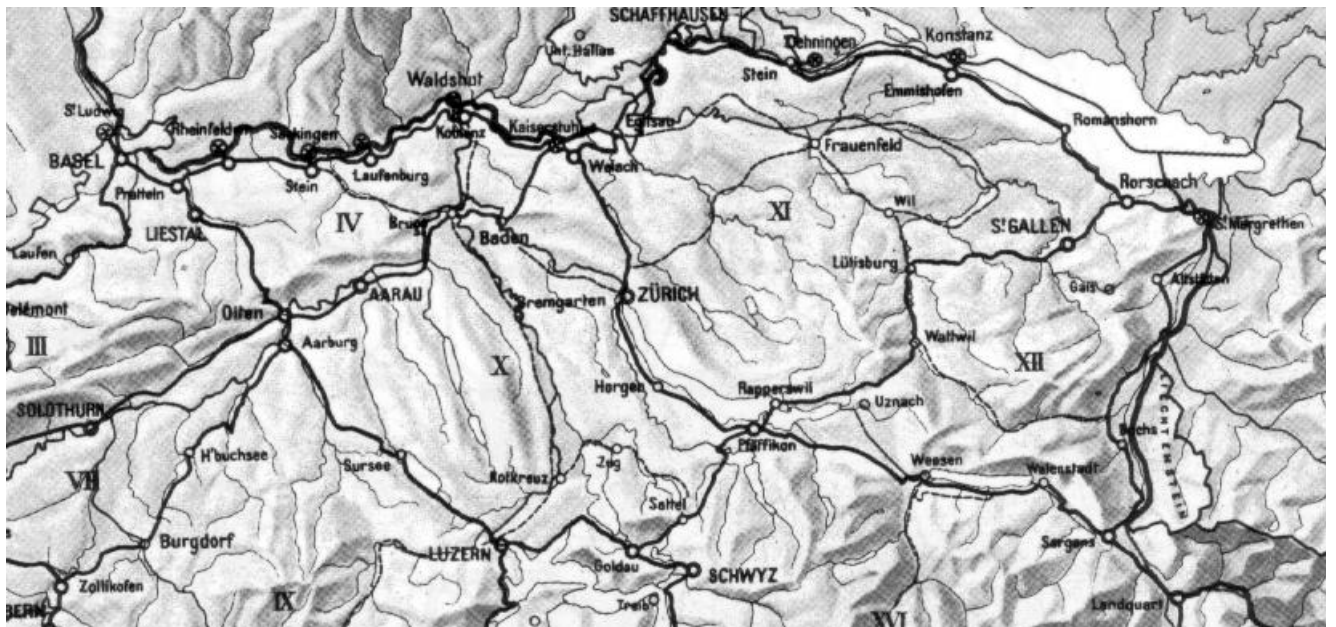


Abb. 6.8 Ausschnitt aus dem Landesnivellement

Im Schweizer Landeshöhensystem werden orthometrische Höhen berechnet.

Im Zuge der neuen Landesvermessung LV95 entstand das Bedürfnis nach einem neuen Höhenbezugsrahmen LHN95. Das LHN95 bezieht sich auf ein neues und genaueres Geoid.

Dieses neue Netz entsteht durch die kinematische Neuausgleichung des Landesnivellements, verstärkt durch Höhendifferenzen aus dem GNSS-Landesnetz LV95. Anstelle des Repère Pierre du Niton wird der neue Fundamentalpunkt in Zimmerwald als realer Höhenbezugspunkt eingeführt. Zusätzlich zur Höheninformation werden Vertikalgeschwindigkeiten verfügbar sein (Berücksichtigung der Alpenhebung).

6.2.3 Kantonale und kommunale Nivellemente

Es gibt in der Schweiz Höhenfestpunkte 1., 2. und 3. Ordnung. Die Höhennetze 2. und 3. Ordnung dienen der Netzverdichtung des Netzes 1. Ordnung der Landesvermessung.

Die Punkte der Kantonalen Netze werden als HFP2 bezeichnet, die Punkte der kommunalen Vermessung als HFP3.

Die Höhen und Punktversicherungen für die Punkte HFP1 und HFP2 können auf den kantonalen Stellen bezogen werden. Die Punktverzeichnisse werden nivellementslinienweise geführt und publiziert.

Die Punkte HFP3 werden von den Gemeinden verwaltet und nachgeführt. Die Punktverzeichnisse werden aufsteigend nach Punktnummern publiziert (Abb. 6.9).

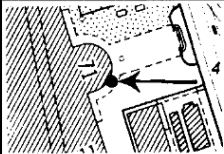
NUMMER des Punktes	HÖHE m ü. M. R. P. N. 373.6	LAGEBESCHREIBUNG Kurzfassung	SITUATION 1 : 2500	DATUM der Messung
♀ 865	449.783	<u>Rämistrasse 71 (Universität)</u> Rundbau gegen Rämistrasse 9.80m von der linken Gebäudeecke vertikal in der Gesimskrone		1979

Abb. 6.9 Ausschnitt aus dem kommunalen Höhenverzeichnis der Stadt Zürich

6.3 Methoden der Höhenbestimmung

Es gibt eine Vielzahl von Messmethoden zur Bestimmung der Höhe.

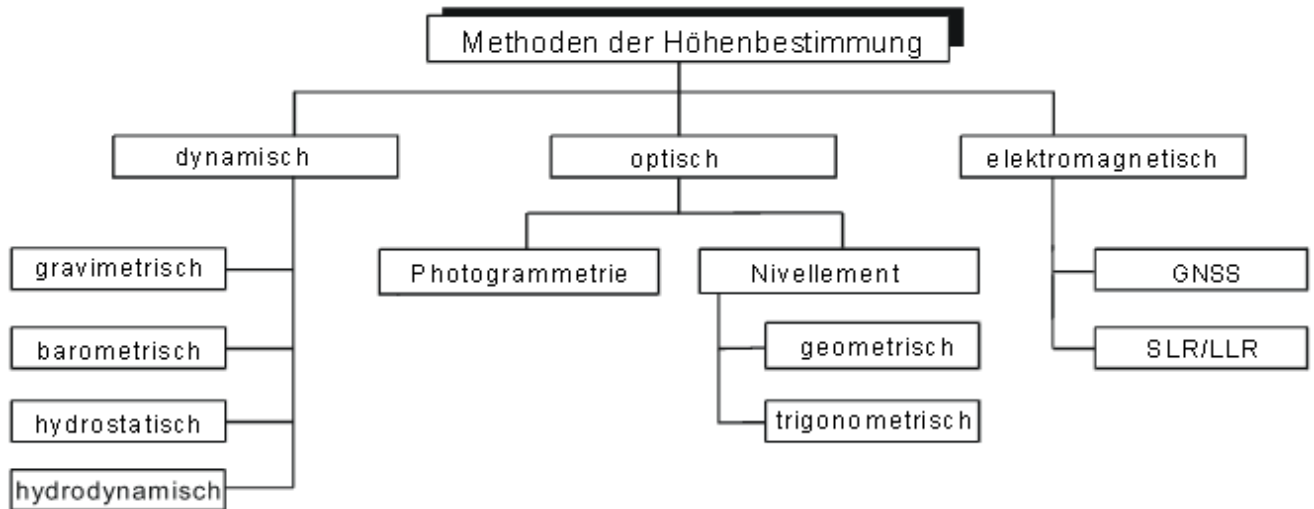


Abb. 6.10 Methoden der Höhenbestimmung

Dabei kann zwischen dynamischen (kraftmessenden) Systemen, die die Änderung der Gravitation als Funktion der Höhe bestimmen, optischen Messmethoden und elektromagnetischen Messmethoden unterschieden werden. Hier ist vor allem GNSS, Satellite Ranging (SLR) und Lidar Laser Ranging (LLR) zu nennen. Diese Verfahren haben ein eigenes Höhenreferenzsystem, so dass die Messergebnisse z.B. Mit geoidinformationen ergänzt werden müssen, um eine Höhe im Landessystem zu bestimmen.

6.4 Barometrische Höhenbestimmung

6.4.1 Prinzip

Die barometrische Höhenmessung beruht auf der Bestimmung des Luftdrucks in verschiedenen Höhen. Aus Druckdifferenzen werden Höhendifferenzen abgeleitet.

Der Luftdruck p_0 in Meereshöhe (Geoid) entspricht durchschnittlich dem Druck einer 760 mm hohen Quecksilbersäule. Mit zunehmender Höhe nimmt der Druck logarithmisch ab. Der logarithmisch funktionale Zusammenhang ergibt sich aus den Gasgesetzen von Boyle-Mariotte und Gay-Lussac. Der Luftdruck ist ausserdem von der Lufttemperatur, von der Luftfeuchtigkeit und der geographischen Breite abhängig. Gleichzeitig ist der Verlauf des Erdschwerefeldes zu beachten.

Beobachtet man auf zwei Stationen mit den unbekanntenen Höhen H_1 und H_2 die Barometerwerte B_1 und B_2 , so lässt sich der Höhenunterschied ΔH wie folgt berechnen:

$$\text{Gl. 6.4-1} \quad \Delta H = H_2 - H_1 = \frac{p_0(1 + \alpha \cdot T)}{\rho_0 \cdot g} \cdot \left(\ln \frac{p_0}{B_2} - \ln \frac{p_0}{B_1} \right) = \frac{p_0(1 + \alpha \cdot T)}{\rho_0 \cdot g} \cdot \ln \frac{B_1}{B_2}$$

Ergänzt man diese Gleichung mit Korrektionsgliedern, die den funktionalen Zusammenhang mit der Temperatur, Schwerebeschleunigung der Höhenlage, der geographischen Breite und der Luftfeuchte dokumentieren, und durch Einsetzen von Mittelwerten, so erhält man die vollständige Barometerformel nach Jordan:

$$\text{Gl. 6.4-2} \quad \Delta H = \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g_0^{45}} \cdot \ln \frac{B_1}{B_2} \cdot (1 + \alpha \cdot T) \cdot \left(1 + \delta \cdot \frac{e_m}{p_m} \right) \cdot (1 + \beta \cdot \cos 2\varphi_m) \cdot \left(1 + \frac{2H_m}{R} \right)$$

Abschätzungen:

Druckabnahme mit der Höhe:

1 mbar / 10 m

Temperaturabnahme mit der Höhe:

1°C / 100 m

Dies gilt lediglich für grosse Höhen.

p_0 1 013 250 [g/cm·s²] = angenommener Luftdruck in Meereshöhe (= 1 013.25 hPa)

ρ_0 0.001 293 04 [g/cm³] = Dichte der trockenen Luft unter Berücksichtigung des Kohlensäuregehaltes bei 0°C und Luftdruck in Meereshöhe p_0

g_0^{45} 980.632 [cm/s²] = Schwerebeschleunigung in Meereshöhe unter geographischer Breite $\varphi=45^\circ$

δ 0.377 = Verhältnis der Dichte des Wasserdampfes zur Dichte der trockenen Luft bei 0°C und p_0

β 0.00264 = von der Abplattung der Erde abhängiger Schwerekoeffizient

R 6 370 000 [m] = Erdradius

α 0.003665=1/272.851

Als Mittelwerte von beiden Stationen sind die Lufttemperatur T , der Dampfdruck e_m , der Luftdruck p_m , die geographische Breite φ_m und die Höhe H_m in die Formel einzusetzen.

Tab. 6-3 Einheiten für den Druck und Beziehungen zu älteren Einheiten

1 bar	= 1000 mbar	= 1000 hPa	= 100000 Pa
1 atm	= 760 Torr	= 1.01325 bar	= 101325 Pa
1 mm HG	= 1 Torr	= 1.333224 mbar	= 133.3224 Pa

Die gesetzlich gültigen Einheiten für den Druck sind Pascal (Pa) [N/m^2], Bar (bar) und mm Quecksilbersäule (mm Hg), wobei letzteres nur vorwiegend im Gesundheitswesen noch Anwendung findet.

6.4.2 Instrumente und Genauigkeiten

Bei den in der Praxis angewandten Instrumenten unterscheidet man zwischen mechanischen Barometern und elektronischen Drucksensoren. Elektronische Drucksensoren sind konstruktiv als piezoelektrische, piezoresistive, induktive, kapazitive, sowie Widerstands- oder Vibrationsdruckaufnehmer realisiert. Die Wahl einer konstruktiven Lösung hängt vom Messzweck ab. Gemeinsam ist allen elektronischen Drucksensoren, dass sie mit Schnittstellen und Signalaufbereitung gekoppelt digitale Daten liefern, die mittels Rechnern weiterverarbeitet werden können. Auch haben beispielsweise piezoresistive Lösungen gegenüber mechanischen Lösungen bei der Unterstützung der Trägheitsnavigation einen Vorteil bezüglich der elastischen Nachwirkungen und kürzeren Ansprechzeiten.

Um die Genauigkeit der barometrischen Höhenbestimmung abzuschätzen, ist das Varianzfortpflanzungsgesetz auf die Barometerformel von Jordan anzuwenden und für den jeweiligen Messort plausible Angaben zu treffen. Je nach Drift des Barometers, Korrekptionsmodell und je nach Messverfahren kann man bezüglich der Genauigkeit barometrisch ermittelter Höhenunterschiede von einer Grössenordnung von einem Meter bis zu wenigen Dezimetern ausgehen: Die innere Genauigkeit der elektronischen Barometern beträgt heute ca. 2-5 cm. Sie spiegelt sich aber nicht aufgrund der unzureichenden Erfassung der vertikalen und horizontalen Luftdruckgradienten in der äusseren Genauigkeit wieder.

Eine modifizierte Form eines Barometers stellt das sogenannte Altimeter (Abb. 6.12) dar, mit dem direkt Höhenunterschiede abzulesen sind. Die konstruktiven Lösungen sind analog zu den Barometern zu betrachten, denn es besteht die Möglichkeit, einen elektronischen Drucksensor mit Signalaufbereitung (Transducer) als Altimeter zu kalibrieren.



Abb. 6.11 Uhr mit integriertem Höhenmesser (u.a.)



Abb. 6.12 Präzisionsaltimeter der Firma Thommen für Höhenmessungen

6.5 Hydrostatisches Nivellement

6.5.1 Prinzip

Eine weitere Form der Höhenbestimmung stellt das hydrostatische Nivellement dar, welches auf dem physikalischen Prinzip der kommunizierenden Röhren beruht. Hierzu benötigt man eine Schlauchwaage, die aus zwei Glaszylindern mit gleicher Skala besteht.

Die Zylinder, die mit einer Flüssigkeit (im Normalfall Wasser) gefüllt sein müssen, sind über einen Schlauch miteinander verbunden. Es ist darauf zu achten, dass keine Blasen in der Flüssigkeit vorhanden sind, um genauestmögliche Resultate zu gewährleisten.

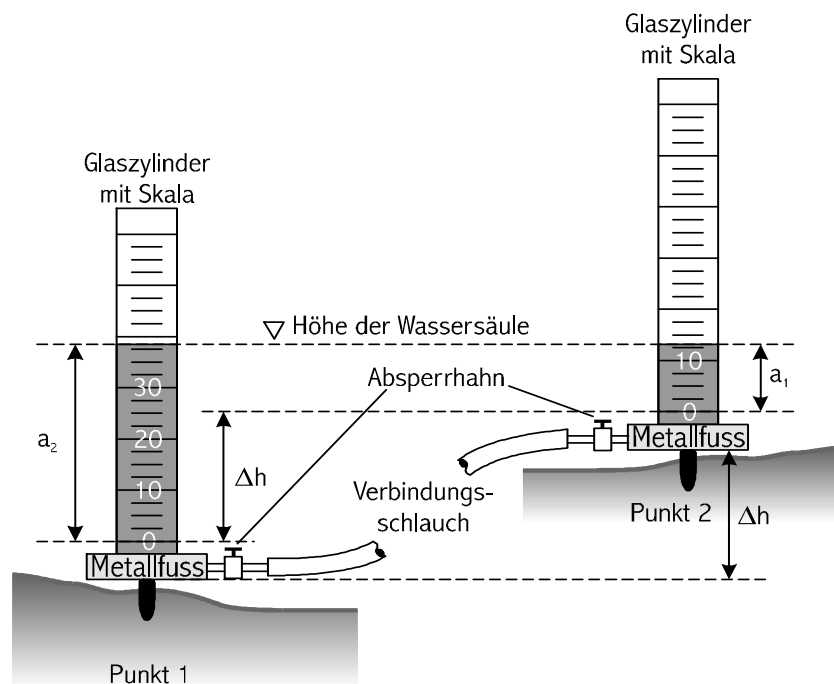


Abb. 6.13 Das Prinzip der einfachen Schlauchwaage

Werden die beiden Glaszylinder nun auf gleiche Höhe gebracht, so wird an beiden Skalen der gleiche Wert abzulesen sein. Bei ungleicher Höhe der Zylinder werden zwei verschiedene Werte abgelesen und die Differenz ergibt den Höhenunterschied der Teilungsnulppunkte und folglich auch den Höhenunterschied zwischen den beiden Aufstellpunkten. In Abb. 6.13 ergibt sich der Höhenunterschied Δh zwischen Punkt 1 und Punkt 2 zu

Gl. 6.5-1

$$\Delta h = a_2 - a_1$$

Das hydrostatische Nivellement findet seine Anwendung in der Höhenübertragung wie auch in der Überwachung von Höhenpunkten. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass keine Sichtverbindungen zwischen den Messpunkten erforderlich sind.

6.5.2 Einfaches hydrostatisches Nivellement

Im Bauwesen, speziell im Hochbau, werden Schlauchwaagen für gewisse Anwendungen verwendet. Eine Weiterentwicklung ist der sogenannte Nivelliertaster (Abb. 6.14), dessen Einmannbedienung rationelle Flächennivellements erlaubt, wenn z.B. in Innenräumen keine Sichtverbindungen vorhanden sind. Anstelle zweier Standgläser besitzt dieser Schlauchwaagentyp einen Basisbehälter und eine Messröhre an einem Messtaster. Die Genauigkeit der Höhenübertragung liegt je nach Sorgfalt oder Ausführung und Ausrüstung der Schlauchwaage zwischen 2 mm und 1 cm.

6.5.3 Präzisionsschlauchwaage

Die Genauigkeit lässt sich durch den Einsatz von Präzisionsschlauchwaagen (Abb. 6.15) und durch Anwendung besonderer Messverfahren bis auf weniger als 0.01 mm steigern. Bei den verschiedenen Konstruktionen wird im Unterschied zur einfachen Schlauchwaage die Flüssigkeitshöhe in den Messzylindern nicht an einer Skala direkt abgelesen, sondern über empfindliche Abtastsysteme ermittelt (Abb. 6.16).

Eine Präzisionsschlauchwaage eignet sich besonders gut für die automatisierte Überwachung von Objekten.

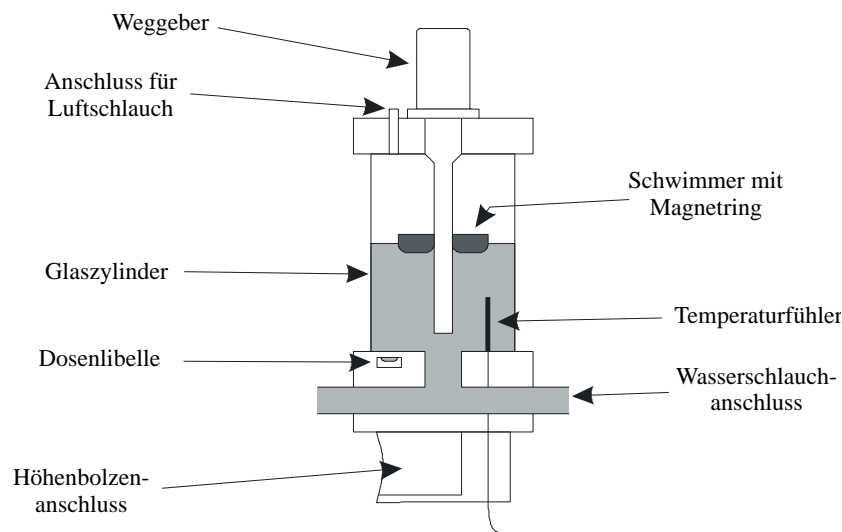


Abb. 6.16 Automatische Abtastung des Flüssigkeitsstandes

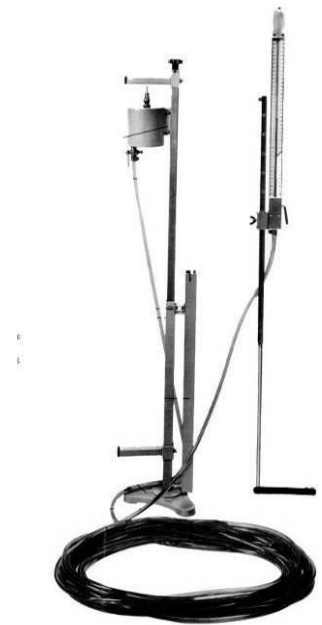


Abb. 6.14 Nivelliertaster



Abb. 6.15 Freiburger Präzisionsschlauchwaage

6.6 Gravimetrische Höhenbestimmung

Der Begriff Gravimetrie bezeichnet die Methoden, mit denen das lokale Schwerfeld der Erde vermessen wird.

In der Geodäsie sind genaue Schwerewerte für die Höhenbestimmung (genaue Reduktion des Nivellements) und die Geoidbestimmung essentiell. In der Geophysik und der Geodynamik werden diese Parameter für die Erforschung des Erdinnern und seiner Bewegungen verwendet.

Die Gravitation lässt sich zum Beispiel aus der Schwingungsdauer eines Pendels oder mit einer Drehwaage bestimmen, doch ist die Genauigkeit auf einige Millionstel der Schwerkraft beschränkt. Mit modernen Gravimetern, die nach dem Prinzip der Federwaage arbeiten, sind hingegen relative Messunsicherheiten bis herab zu $5 \cdot 10^{-9}$ erreichbar, mit supraleitenden Gravimetern sogar bis 10^{-11} . Mit dem Messprinzip „Freier Fall“ (im Vakuum) lässt sich die Schwere auch absolut bestimmen.



Abb. 6.17 Absolutgravimeter Typ FG5; Messprinzip: „freier Fall“

6.7 Höhenbestimmung mittels GNSS

Satellitenpositionierungsverfahren liefern 3D-Koordinaten in einem geozentrisch-kartesischen Koordinatensystem, dem sogenannten WGS84. Die kartesischen Koordinaten lassen sich in ellipsoidische jedes beliebigen Landeskoordinatensystems umformen, falls die Lage des (Landes-) Referenzellipsoides gegenüber dem WGS84-Weltellipsoid bekannt ist. Es ergeben sich somit die geographische Breite und Länge sowie die ellipsoidische Höhe der entsprechenden Punkte. Bei Kenntnis des lokalen Geoids ist die Berechnung der orthometrischen Höhen aus ellipsoidischen Höhen möglich. Sonst werden die Höhen mit einer lokalen 3D - Transformation berechnet.

Zwischen den ellipsoidischen und orthometrischen Höhen besteht die Beziehung

$$\text{Gl. 6.7-1} \quad h = H_0 + N$$

so dass sich orthometrische Höhendifferenzen folgendermassen berechnen lassen:

$$\text{Gl. 6.7-2} \quad H_0 = h - N$$

Man benötigt daher für die einzelnen Höhenpunkte die Geoidundulation N (Abb. 6.6).

Die Genauigkeit der Geoidundulationen auf der Erde ist von der Region abhängig.

Die Genauigkeit, mit der Höhen durch Satellitenverfahren übertragen werden können, kann man allgemein mit

$$2 \cdot (5 \text{ mm} + 1 \cdot 10^{-6} \cdot D \text{ [km]})$$

angeben, wobei D wiederum für den Abstand der Punkte auf dem Ellipsoid [km] steht.

Vergleicht man die Höhenmessung mit Satellitenverfahren mit der trigonometrischen Höhenmessung, so ist ersichtlich, dass das zuerst genannte Verfahren sowohl vom zeitlichen Aufwand als auch von der Genauigkeit her bei Distanzen >1 km überlegen ist. Nivellierverfahren (Siehe Kapitel 6.8) sind Satellitenverfahren in den meisten Fällen überlegen. Über grosse Distanzen können GNSS aber je nach Genauigkeitsanforderungen schnell wirtschaftlicher als klassische Nivellements sein.

Ein Vergleich von GNSS mit anderen Verfahren der Höhenübertragung ist nur sinnvoll, wenn das Geoid mit der oben beschriebenen Genauigkeit bekannt ist.

In der Schweiz ist das Geoid auf wenige cm genau bekannt. In einigen Ländern ist das Geoid nur im Dezimeter- oder gar Meter-Bereich bekannt

6.8 Geometrisches Nivellement mit Nivellierinstrument

Es gibt grundsätzlich zwei Arten des Nivellements. Das geometrische Nivellement mit horizontalen Visuren, auf das im folgenden Kapitel eingegangen werden soll, sowie das trigonometrische Nivellement mit geneigten Visuren und Distanzmessung

6.8.1 Prinzip

Zur Messausrüstung für das geometrische Nivellement gehören ein Nivellierinstrument, zwei Nivellierlatten (Abb. 6.18) sowie zwei Lattenuntersätze (Frösche) zur Fixierung der provisorischen Lattenumstellpunkte (Abb. 6.19).



Abb. 6.18 Ausschnitt einer Nivellierlatte, empfohlenes Lattenbild: „E-Teilung“



Abb. 6.19 Lattenuntersatz (Frosch) bei Umstellpunkten

Beispiel (siehe Abb. 6.20):

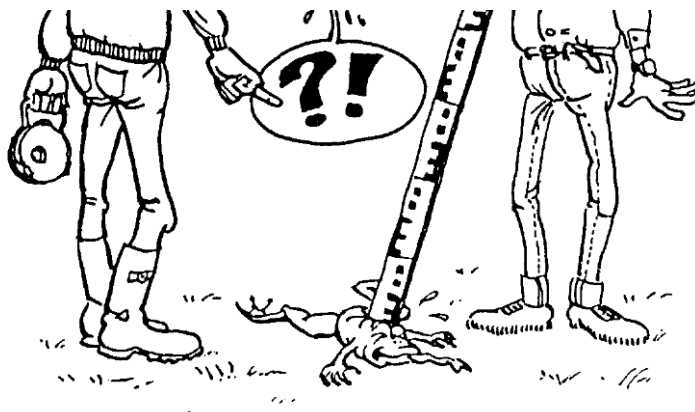
Der gesuchte Höhenunterschied zwischen dem Höhenfixpunkt (HFP) 622 und dem Lattenumstellpunkt U1 wird wie folgt ermittelt:

Es werden die lotrechten Abstände von der horizontalen Ziellinie zu den Lattenfußpunkten bei HFP 622 und U1 gemessen. Somit berechnet sich der gesuchte Höhenunterschied Δh aus:

Gl. 6.8-1

$$\Delta h = R - V$$

In Gl. 6.8-1 bezeichnet R die Rückblickablesung (Rück) zu HFP 622 und V die Vorblickablesung (Vor) zu U1.



Erstsemestrige fallen meist durch mangelnde Kenntnis von Fachtermini auf

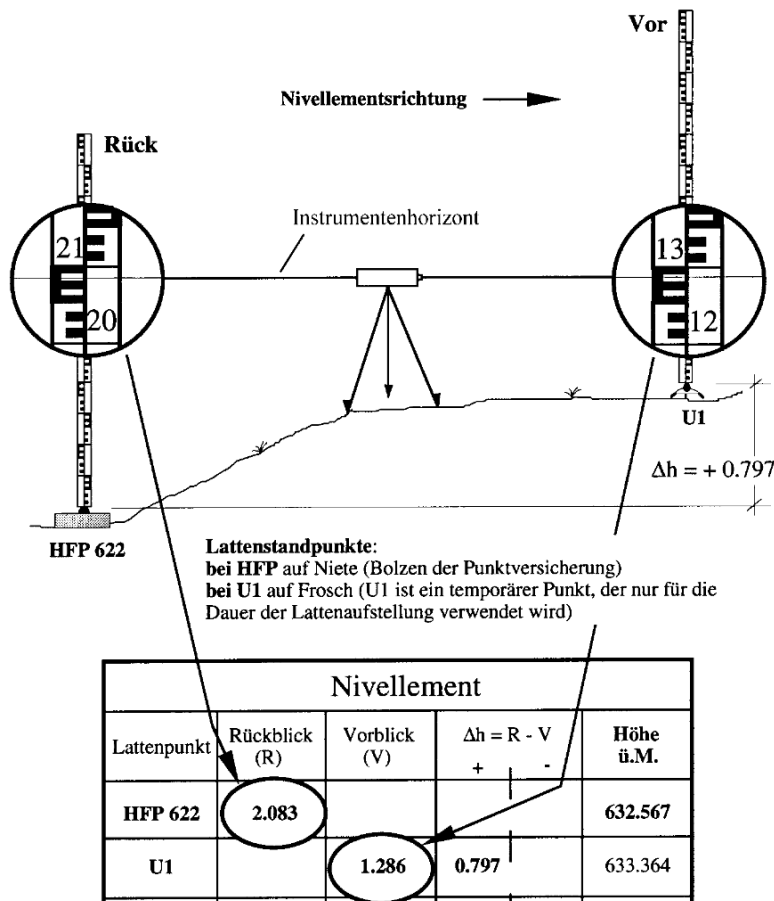


Abb. 6.20 Prinzip des geometrischen Nivellements

Die Konvention Rückblickablesung und Vorblickablesung bezieht sich auf die Nivellementsrichtung. Im Beispiel (Abb. 6.20) ergibt sich die Nivellementsrichtung von HFP 622 nach U1.

Das Zahlenbeispiel zeigt, dass für diese Anordnung der Höhenunterschied positiv ist:

$$\Delta h_{\text{HFP622,U1}} = R - V = 2.083 \text{ m} - 1.286 \text{ m} = +0.797 \text{ m}.$$

Mit der Ausgangshöhe

$$H_{\text{HFP622}} = 632.567 \text{ m ü.M.}$$

lässt sich die Höhe des Umstellpunktes wie folgt berechnen:

$$H_{\text{U1}} = 632.567 \text{ m ü. M.} + (+0.797 \text{ m}) = 633.364 \text{ m ü.M.}$$

6.8.2 Nivellierverfahren

Nivellierverfahren werden je nach Aufgabenstellung unterteilt. So dient das Liniennivellement der Höhenbestimmung einzelner Punkte im Gelände, wogegen das Flächennivellement bei der Bestimmung einer Geländeform Verwendung findet. Das Liniennivellement mit Zwischenblicken stellt eine Kombination der genannten Verfahren dar.



Abb. 6.21 Nivellement an einer Staumauer

Als Doppelnivellement bezeichnet man ein doppeltes Nivellement (Zug) welches "Hin" und "Zurück" gemessen wurde. Ein einfaches Nivellement ist hingegen ein Zug, der nur in eine Richtung gemessen wurde (Hin).

6.8.3 Liniennivellement

6.8.3.1 Eingehängter Nivellementszug

Beurteilung: Diese Zugform sollte die Regel sein. Unstimmigkeiten (Ungenauigkeiten) in den Fixpunkthöhen HFP1 und HFP2 können aufgedeckt werden.

Ein solcher Nivellementszug ist in Abb. 6.22 schematisch dargestellt. Der Zug ist beidseitig an höhenmässig bekannten Punkten angeschlossen.

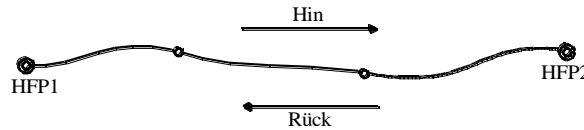


Abb. 6.22 Eingehängter Nivellementszug, beidseitig an höhenmässig bekannte Punkte angeschlossen

6.8.3.2 Freier Nivellementszug

Beurteilung: Diese Zugart sollte **nicht** ausgeführt werden. Selbst wenn ein freier Nivellementszug als Doppelnivellement ausgeführt wird, ist eine Kontrolle der Neupunkte nicht gegeben, da die Ausgangshöhe (HFP1) nicht kontrolliert ist.

Abb. 6.23 zeigt schematisch einen freien Nivellementszug. Der Zug ist nur einseitig an einen höhenmässig bekannten Punkt angeschlossen.

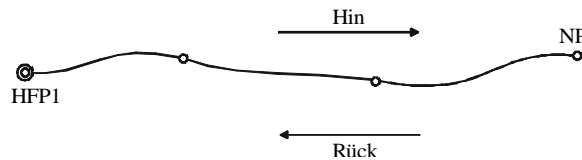


Abb. 6.23 Freier Nivellementszug, einseitig an höhenmässig bekanntem Punkt angeschlossen.

6.8.3.3 Nivellementsschleife

Beurteilung: Das Nivellement ist zwar (in sich) kontrolliert ($\sum \Delta h_i = 0$), aber die Ausgangshöhe (HFP1) ist nicht überprüfbar.

Eine Nivellementsschleife (Abb. 6.24) ist ein Spezialfall des freien Nivellementsuges, wobei das Liniennivellement wieder zum höhenmässig bekannten Ausgangspunkt zurückgeführt wird.

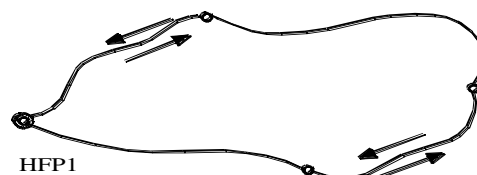


Abb. 6.24 Nivellementsschleife

6.8.3.4 Nivellementsknoten (Netzverdichtung)

Beurteilung: Für die Höhenbestimmung eines neuen Fixpunktes sollte immer diese Bestimmungsart angewendet werden, da bei dieser Methode die Punkthöhe mehrfach bestimmt und ausgeglichen werden kann.

In Abb. 6.25 ist ein Nivellementsknoten (Netzverdichtung) ausgehend von drei Fixpunkthöhen schematisch dargestellt. Somit werden drei Züge, ausgehend von höhenmässig bekannten Punkten zusammengeführt.

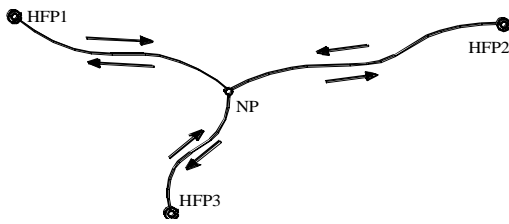


Abb. 6.25 Nivellements-knoten

6.8.4 Numerisches Beispiel für ein Liniennivellement mit beidseitigem Höhenanschluss

Gegeben sind die Fixpunkthöhen HFP35 sowie HFP39. Es soll die Höhe des Neupunktes NP1 ermittelt werden, wobei die Höhenbestimmung durch ein Doppelnivellement erfolgte (Abb. 6.26).

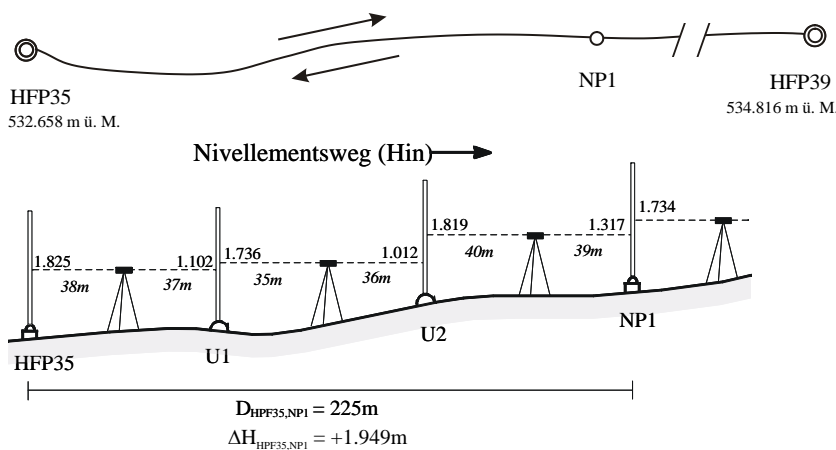


Abb. 6.26 Liniennivellement zur Bestimmung der Höhe von NP1 (oben: Darstellung im Grundriss, unten: Darstellung im Aufriß)

Im Nachfolgenden werden einige Erläuterungen zur Protokollführung und zur Berechnung gegeben:

Bezeichnungen:

Δh : ist der Höhenunterschied zwischen zwei benachbarten Latteumstellpunkten

ΔH : ist der Gesamthöhenunterschied (aufsummierte Höhenunterschiede, $\Sigma \Delta h$) einer Nivellementsstrecke, z.B. zwischen HFP35 - NP1

Protokollführung

Es sind im Felde nach jeder Beobachtung das Δh_i sowie der Gesamthöhenunterschied am Ende einer Nivellementsstrecke ΔH , die Summe der Rückblicke ΣR , die Summe der Vorblicke ΣV , Kontrolle $\Sigma R - \Sigma V = \Sigma(R-V)$, und die Summe der Distanzen ΣD zu berechnen.

Weiterhin ist zu beachten, dass die Werte der Hin- und Rückmessung von einem Beobachtungspunkte immer zeilenversetzt ins Protokoll eingetragen werden (Tab. 6-4).

Tab. 6-4 Messprotokoll für das Liniennivellement mit beidseitigem Höhenanschluss

Messprotokoll						
Punkt Nr.	Distanz		Rückblick R [m]	Zw.blick Z [m]	Vorblick V [m]	Δh=R-V [m]
	D _R [m]	D _V [m]				
HFP35	38		1.825			
U1	35	37	1.736		1.102	0.723
U2	40	36	1.819		1.012	0.724
NP1		39			1.317	0.502
Σ	113	112	5.380		3.431	1.949
			ΣR-ΣV=Σ(R-V) = 1.949			
NP1	29		1.734			
U3	24	28	1.574		1.533	0.201
HFP39		25			1.552	0.022
Σ	53	53	3.308		3.085	0.223
			ΣR-ΣV=Σ(R-V) = 0.223			
HFP39	25		1.497			
U3	28	24	1.559		1.524	-0.027
NP1		29			1.756	-0.197
Σ	53	53	3.056		3.280	-0.224
			ΣR-ΣV=Σ(R-V) = -0.224			
NP1	39		1.353			
U2	36	40	1.038		1.862	-0.509
U1	37	35	1.121		1.766	-0.728
HFP35		38			1.836	-0.715
Σ	112	113	3.512		5.464	-1.952
			ΣR-ΣV=Σ(R-V) = -1.952			
ΣD _R =ΣD _V =D=	331	331				

Tab. 6-5 Verteilung eines Widerspruchs beim Doppelnivellement

Verteilung des Widerspruchs beim Doppelnivellement

Punkt Nr.	Distanz [km]	ΔH _{fin} [m]	ΔH _{Rück} [m]	d=ΔH _{fin} - ΔH _{Rück} [mm]	ΔH _{mittel} (Hin u. Rück)	Aufteilung v=w(D/ΣD)	Höhe [m]	Gewicht p=1/D	pdd
HFP35							532.658		
	0.225	1.949	1.952	-3	1.9505	-0.0109		4.44	40.00
NP1							534.598		
	0.106	0.223	0.224	-1	0.2235	-0.0051		9.43	9.43
HFP39							534.816		
ΣD =	0.331				ΣΔH = IST = 2.1740	SOLL =	2.1580		Σpdd = 49.43
					SOLL - IST = w =	-0.0160			

Berechnung

Beim Doppelnivellement werden die Höhen separat berechnet (Tab. 6-5). Die Aufteilung der Differenz (Soll-Ist) erfolgt gewichtet, proportional zur Distanz.

Gl. 6.8-2
$$v_i = w \cdot \frac{D_i}{\sum D_i}$$

In der Regel werden nur die Höhen der gesuchten Punkte oder vermarkten Zwischenpunkte berechnet, also keine Höhen der temporären Umstellpunkte.

Zum Beispiel *Tab. 6-4, Tab. 6-5*:

Die Standardabweichung der Gewichtseinheit, d.h. die Standardabweichung für 1 km Weglänge beim Hin- und Rücknivellement beträgt

$$\text{Gl. 6.8-3} \quad s_x = \sqrt{\frac{\sum pdd}{2n}} = \sqrt{\frac{49.43}{2 \cdot 2}} = 3.51 \text{mm}$$

wobei n = Anzahl Teilstrecken ist.

Die Standardabweichung am arithmetischen Mittel für 1 km Nivellement (Doppelnivellement) wird

$$\text{Gl. 6.8-4} \quad s_0 = \frac{s_x}{\sqrt{2}} = 2.49 \text{mm}$$

Für die Standardabweichung der gesamten Höhendifferenz zwischen HFP35 und HFP39 gilt

$$\text{Gl. 6.8-5} \quad s_{[H]} = \frac{s_0}{\sqrt{P_H}} = s_0 \sqrt{\sum D} = 2.49 \cdot \sqrt{0.331} = 1.43 \text{mm}$$

Beim einfachen Nivellement kann die Berechnung der Höhen direkt im Messprotokoll erfolgen. Die Aufteilung der Differenz (Soll - Ist) sollte auch hier proportional zur Distanz sein.

6.8.5 Flächennivellement

Die Höherfassung von Geländeformen (Topographieaufnahme) und Objekten kann auf zwei Arten erfolgen:

6.8.5.1 Aufnahme diskreter Punkte

Hierbei müssen die Lagen der aufgenommenen Punkte bekannt sein. Bei einer Geländeaufnahme hat dies mit der Höheraufnahme zu erfolgen und zwar durch Vektormessung mit dem Nivellierinstrument. Dazu wird ein Instrument mit Horizontalkreis benötigt, die Distanzmessung erfolgt bei Digitalnivellieren elektronisch oder bei analogen Geräten mit den Distanzfäden der Strichplatte (Reichenbach'sche Distanzstriche)..

Dieses Verfahren wird auch als Nivelliertachymetrie bezeichnet (Lagegenauigkeit > 1 dm).

Für reine Geländeaufnahmen ist dieses Verfahren ausreichend, zumal ein nicht eindeutig definierter Geländepunkt nur auf Dezimeter angegeben werden kann.

Bei der Aufnahme von Objekten können die Punktlagen bekannt sein, so dass eine Lagebestimmung entfällt. Falls die Punktlagen (wie z.B. bei der Verwendung eines Rasters) bereits bekannt

sind, ist der Einsatz eines Rotationslasers dem Nivellier vorzuziehen.

Der Messablauf und die Protokollführung sind für das Arbeiten mit dem Nivellier oder dem Rotationslaser identisch.

Die topographische Aufnahme mittels Nivellierinstrument als Anwendung des Flächennivellements empfiehlt sich aufgrund des Wirtschaftlichkeitsprinzips nur bei kleinen Aufnahmegebieten und nur bei wenig geneigten Flächen und Objekten. Ansonsten ist eine konventionelle Tachymeteraufnahme, bzw. eine GNSS-Messung vorzuziehen.

6.8.5.2 Aufnahme von Punkten in einem festgelegten Raster

Die Rasterlage und die Rasterweiten sind in Abhängigkeit von der Situation und der Aufgabe zu definieren und die Rasterpunkte werden vorgängig abgesteckt.

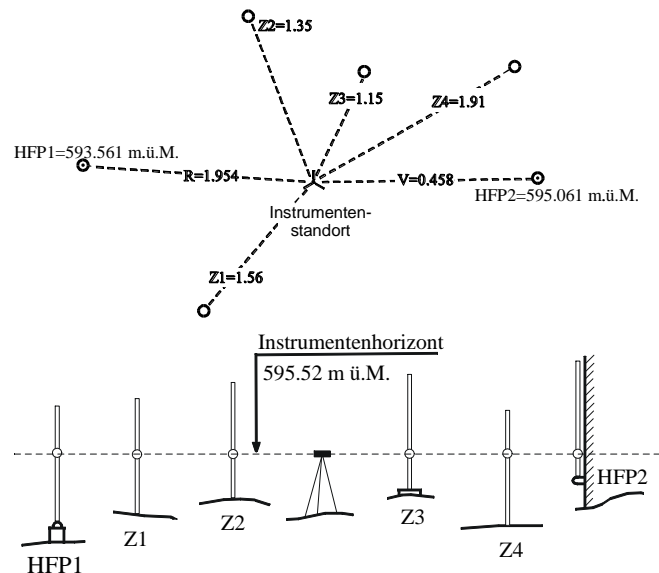


Abb. 6.27 Flächennivellement (oben: Darstellung im Grundriss, unten: Darstellung im Aufriss)

Messung

Grundsätzlich sind Flächennivellemente mit Kontrollen und kontrollierten Zwischenblicken auszuführen (vgl. Kapitel 1.6: Zuverlässigkeits- und Kontrollprinzip). Das heisst, die Höhenbestimmung sollte an zwei Höhenfixpunkten angeschlossen sein.

Abb. 6.27 zeigt eine Aufnahme im Grundriss und die gleiche Situation im Aufriss.

6.8.5.3 Arbeiten mit dem Instrumentenhorizont

Dieses Berechnungsverfahren ist zweckmässig, wenn direkte Visuren zu den Anschlusspunkten gegeben sind.

Vorgehen anhand des Beispiels Abb. 6.27:

- Bestimmen des Instrumentenhorizontes (siehe Tab. 5.5)
 - Rückblick auf HFP1 und berechnen des Instrumentenhorizontes $593.561 \text{ m ü.M.} + 1.954 \text{ m} = 595.515 \text{ m ü.M.}$
 - Vorblick auf HFP2 und berechnen des Instrumentenhorizontes $595.061 \text{ m ü.M.} + 0.458 \text{ m} = 595.519 \text{ m ü.M.}$
 - Mittelbildung der beiden Messwerte. Falls der Widerspruch beider Werte $\leq 1 \text{ cm}$ ist, so kann bei der Geländeaufnahme auf eine Mittelbildung der beiden Werte verzichtet werden, da die Angabe in "cm" ausreichend ist, hier $595.52 \text{ m ü.M.} = \text{Instrumentenhorizont.}$
- Aufmessen der Geländepunkte (Zwischenblicke).
- Die Höhen der Geländepunkte können sofort durch Subtraktion des Messwertes vom Instrumentenhorizont bestimmt werden.
 - Beispiel für Z1:
 $595.52 \text{ (Instrumentenhorizont)} - 1.56 \text{ (Zwischenblick)} = 593.96 \text{ m ü.M.}$
- Kontrolle des Instrumentenstandpunktes.
 Nach der Geländeaufnahme ist nochmals eine Messung zu einem Höhenfixpunkt auszuführen (Standpunktkontrolle). Diese Kontrolle ist unbedingt durchzuführen, da nur so eine eventuelle Änderung des Instrumentenhorizontes (z.B. Einsinken des Instrumentes) überprüft werden kann.

Zu bemerken ist, dass die Zwischenblicke, welche nur von einem Standpunkt beobachtet wurden, nicht kontrolliert sind. Messfehler können nur durch eine nochmalige Messung von einem zweiten Standpunkt aus ausgeschaltet werden.

Tab. 6-6 Messprotokoll, Arbeiten mit Instrumentenhorizont

Punkt Nr.	Distanz		Rückblick	Zw.blick	Vorblick	$\Delta h = R - V$ [m]	Höhe [m]	Bemerkungen
	R	V	R [m]	Z [m]	V [m]			
HFP1	30,0		1,954				593,561	Instr. Horizont = 595.515
HFP2		25,0			0,458		595,061	Instr. Horizont = 595.519
							=> definitiver Instr.- Horizont = 595.52	
Z1				1,56			593,96	594.0 Wiese
Z2				1,35			594,17	594.2 Acker
Z3				1,15			594,37	OK Schacht
Z4				1,91			593,61	593.6 Acker
HFP2					0,458			zur Kontrolle

6.8.5.4 Arbeiten mit Höhendifferenzen

Dieses Berechnungsverfahren ist zweckmässig, wenn direkte Visuren zu Anschlusspunkten nicht gegeben sind, d.h. wenn zusätzliche Liniennivellemente erforderlich sind.

Vorgehen und Protokollierung (Beispiel siehe Tab. 6-6):

- Rückblick auf HFP1
- Aufmessen der Geländepunkte (Zwischenblicke)
- Nivellement bis HFP2, Vorblick auf HFP2
- Kontrolle des Nivellements

$$\text{HFP2} = \text{HFP1} + (\Sigma R - \Sigma V) = 593.561 + (+1.496) = 595.057$$

$$\text{HFP2Soll} = 595.061$$

Der Widerspruch beträgt 4 mm. Wenn die Höhenbestimmung aufgrund der Aufgabenstellung nur auf "cm" erfolgt, kann auf die Aufteilung von Widersprüchen ≤ 1 cm verzichtet werden.

- Berechnen der Geländehöhen
 - Bilden der Δh , dies erfolgt durchlaufend; $R - Z_1, Z_1 - Z_2, \dots, Z_4 - V$
 - Geländehöhen

$$\text{Höhe } z_i = \text{HFP1} + \sum_{k=1}^i \Delta h_k = z_{i-1} + \Delta h_i$$

Kontrolle: Höhe $Z_4 + \Delta h_{Z_4, U1} = \text{Höhe } U1$. Diese Kontrolle muss stimmen bis auf den Betrag des Widerspruches.

Die Berechnung ist somit geprüft, die Messung der Zwischenblicke selbst aber nicht.

Tab. 6-7 Messprotokoll, Arbeiten mit Höhendifferenzen

Punkt	Distanz		Rückblick	Zw.blick	Vorblick	$\Delta h=R-V$	Höhe	Bemerkungen
Nr.	R	V	R [m]	Z [m]	V [m]	[m]	[m]	
HFP1	30,0		1,954				593,561	
Z1				1,56		0,39	593,96	594,0 Wiese
Z2				1,35		0,21	594,17	594,2 Acker
Z3				1,15		0,20	594,37	OK Schacht
Z4				1,91		-0,76	593,61	593,6 Acker
U1	32,0	28,0	1,555		1,255	0,699	594,260	
HFP2		33,0			0,758		595,057	Ist = HFP1 + ($\Sigma R - \Sigma V$)
			$\Sigma R = 3.509$		$\Sigma V = 2.013$		595,061	Soll

$$\Sigma R - \Sigma V = 1.496$$

$$U1 = \text{HFP1} + (R_{\text{HFP1}} - V_{U1})$$

$$\text{HFP2} = U1 + (R_{U1} - V_{\text{HFP2}}) = \text{HFP1} + (\Sigma R - \Sigma V)$$

6.8.6 Liniennivellement mit Zwischenblicken

Falls ein direktes Arbeiten mittels Instrumentenhorizont aufgrund der Lage der Höhenfixpunkte nicht möglich ist, so sind Liniennivellemente von den Höhenfixpunkten zum Aufnahmegebiet durchzuführen. Die Geländehöhen werden mittels Zwischenblicken bestimmt.

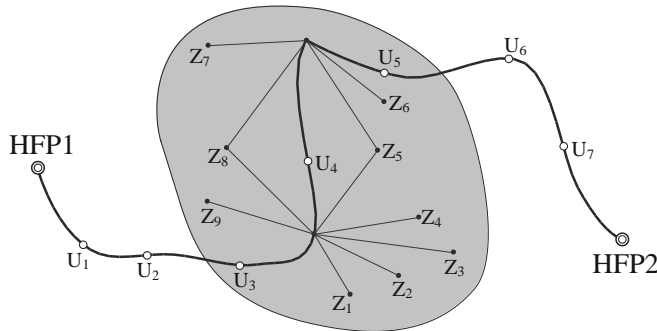


Abb. 6.28 Prinzip eines Liniennivellements mit Zwischenblicken

Vorgehen am Beispiel (Abb. 6.28)

Liniennivellement von HFP1 nach HFP2 über die Lattenumstellpunkte $U_1 - U_7$.

Flächennivellement zwischen den Lattenumstellpunkten $U_3 - U_5$. Hierbei werden neben den Rück- und Vorblicken für das Liniennivellement zusätzlich die Zwischenblicke zu den Punkten $Z_1 - Z_9$ beobachtet.

Berechnung

Berechnen des Liniennivellementes unter Berücksichtigung der Verteilung des Widerspruches. Bestimmt werden nur die Höhen der Lattenumstellpunkte $U_3 - U_5$.

Berechnen des Flächennivellementes, Höhen der Zwischenblicke $Z_1 - Z_9$. Berechnungsbeispiel siehe Tab. 6-7.

Kontrolle der Höhenaufnahme

Durch eine zweite unabhängige Höhenbestimmung ist eine Kontrolle möglich. Siehe in Abb. 6.28 als Beispiel die Doppelaufnahme der Zwischenblicke Z_5 und Z_8 .

6.9 Trigonometrische Höhenbestimmung

6.9.1 Prinzip

Bei der trigonometrischen Höhenbestimmung werden auf einem Standpunkt A mit der Instrumentenhöhe I der Zenitwinkel z und die Schrägdistanz d_s oder die Horizontaldistanz d_{hor} zu einem Punkt B mit der Reflektorhöhe S gemessen.

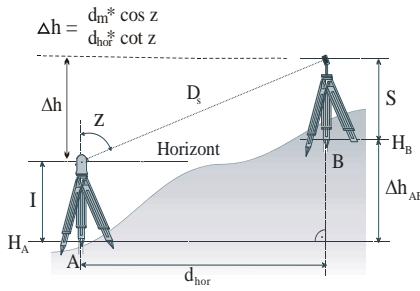


Abb. 6.29 Grundprinzip der trigonometrischen Höhenbestimmung

d_m : meteokorrigierte Schrägdistanz d_s

Nachdem die Schräg- bzw. Horizontaldistanz meteokorrigiert wurde, lässt sich der Höhenunterschied Δh zum Zielpunkt B, bezogen auf die im Standpunkt A an die Erdoberfläche angelegte Tangentialfläche, berechnen:

$$Gl. 6.9-1 \quad \Delta h_{AB} = d_m \cdot \cos z + (I - S)$$

oder mittels der Horizontalstrecke:

$$Gl. 6.9-2 \quad \Delta h_{AB} = d_{hor} \cdot \cot z + (I - S)$$

Um ausgehend von der bekannten Höhe des Standpunktes A die Höhe des Punktes B bei Distanzen > 150 m zu berechnen, müssen noch aufgrund des Einflusses der Erdkrümmung k_E und Refraktion k_R Korrekturglieder angebracht werden. Die vollständige Gleichung der trigonometrischen Höhenbestimmung lautet:

$$Gl. 6.9-3 \quad \begin{aligned} H_B &= H_A + \Delta h + k_E - k_R + I - S \\ &= H_A + d_m \cdot \cos z + k_E - k_R + I - S \end{aligned}$$

oder mittels Horizontalstrecke:

$$Gl. 6.9-4 \quad H_B = H_A + d_{hor} \cdot \cot z + k_E - k_R + I - S$$

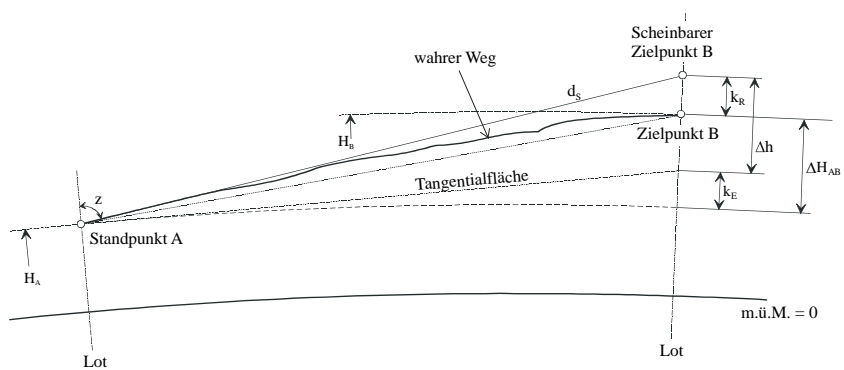


Abb. 6.30 Trigonometrische Höhenbestimmung mit Darstellung des Einflusses von Refraktion und Erdkrümmung

Es sind nun im Folgenden die Korrekturglieder k_E aufgrund der Erdkrümmung und k_R aufgrund der terrestrischen Refraktion näher zu erläutern.

6.9.2 Einfluss der Erdkrümmung

Für die Bestimmung des Höhenunterschiedes Δh wird im Instrumentenstandpunkt A eine Tangentialebene an die Erdkugel konstruiert. Δh zu Punkt B bezieht sich auf diese Tangentialebene. Somit ist eine Korrektur wegen des im Zielpunkt auftretenden Abstands zwischen Tangentialebene und Erdkugel anzubringen. Geht man von der Modellvorstellung aus, dass die Erde eine Kugel mit Radius R sei, so erhält man als Korrektur k_E aufgrund des Einflusses der Erdkrümmung:

$$\text{Gl. 6.9-5} \quad k_E = \frac{d_{\text{hor}}^2}{2R}$$

Um die Größenordnung des Einflusses der Erdkrümmung auf den gemessenen Winkel abschätzen zu können, ist gemäss Abb. 6.31 Gl. 6.9-6 anzuwenden.

$$\text{Gl. 6.9-6} \quad \delta_E = \frac{d_m \cdot \sin z}{2R} \cdot \rho$$

In Abb. 6.32 ist ersichtlich, wie sich der Einfluss der Erdkrümmung mit variabler Horizontalabstand gemäss Gl. 6.9-5 ändert.

6.9.3 Einfluss der Refraktion

Refraktion entsteht hauptsächlich dadurch, dass die Dichte der Luft und damit auch der Brechungsindex mit zunehmender Höhe abnehmen. Der Einflussfaktor des vertikalen Temperaturgradienten auf den vertikalen Brechungsindexgradienten ist etwa viermal so gross wie der Einflussfaktor des vertikalen Druckgradienten. In Bodennähe unterliegt der Temperaturgradient starken Schwankungen, in mittleren Höhen ist er jedoch so klein, dass die vertikale Druckabnahme den grösseren Beitrag liefert, so dass der Brechungsindex nach oben abnimmt. Ein von B ausgehender Strahl scheint deshalb nicht von B, sondern von B' zu kommen.

Der Lichtstrahl wird fortlaufend zum dichteren Medium hin gebrochen und bildet genähert einen Kreisbogen mit dem Radius R_{Licht} . Bei einer Temperaturabnahme von $1^\circ\text{C}/100\text{ m}$ gilt näherungsweise:

$$\text{Gl. 6.9-7} \quad R_{\text{Licht}} \approx 8 \cdot R$$

Das Verhältnis von Erdradius zu Lichtstrahlradius bezeichnet man als den Refraktionskoeffizienten κ .

$$\text{Gl. 6.9-8} \quad \kappa = \frac{R}{R_{\text{Licht}}}$$

Der Wert des Refraktionskoeffizienten κ hängt von den herrschenden atmosphärischen Bedingungen ab.

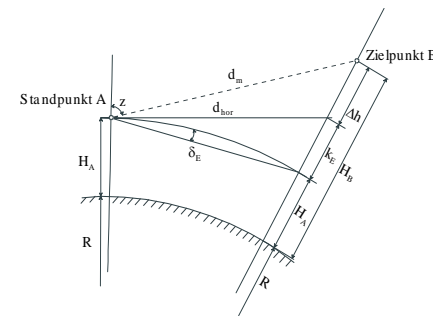


Abb. 6.31 Einfluss der Erdkrümmung

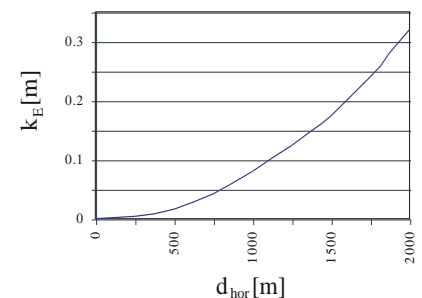


Abb. 6.32 Einfluss der Erdkrümmung k_E [m] in Abhängigkeit von der Zielweite [m]

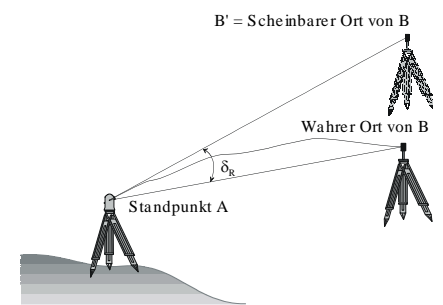


Abb. 6.33 Zusammenhang zwischen wahren und scheinbarem, d.h. durch vertikalen Refraktionswinkel verfälschten Zenitwinkel Refraktion

Der in der Praxis noch vielfach fälschlicherweise verwendete Wert von $\kappa = 0.13$ ist aus Winkelmessungen im Hochgebirge abgeleitet worden und ist **nicht** repräsentativ für Messungen unter anderen Bedingungen wie z.B. Inversionswetterlage. Besonders in Bodennähe ist κ so variabel, dass es nahezu unmöglich erscheint, hier von „Erfahrungswerten“ auszugehen.

Der Refraktionskoeffizient κ kann auch direkt aus den meteorologischen Verhältnissen, die entlang des Zielstrahls gelten, abgeleitet werden.

mit p : Luftdruck [hPa]
 T : Temperatur [Kelvin]
 dT/dh : vertikaler Temperaturgradient

$$Gl. 6.9-9 \quad \kappa = 503 \cdot \frac{p}{T^2} \cdot \left(0.0342 + \frac{dT}{dh} \right)$$

Abb. 6.34 verdeutlicht den funktionalen Zusammenhang zwischen dem wirksamen Temperaturgradienten und dem Refraktionskoeffizienten.

Um die Größenordnung des Einflusses der Refraktion auf den gemessenen Winkel, d.h. den Refraktionswinkel abschätzen zu können (siehe Abb. 6.35), ist die Gl. 6.9-9 anzuwenden.

$$Gl. 6.9-10 \quad \delta_R = \kappa \cdot \frac{d_m \cdot \sin z}{R} \cdot \rho$$

Für die Korrektur k_R infolge der Refraktion gilt folgende Beziehung:

$$Gl. 6.9-11 \quad k_R = \kappa \cdot \frac{d_{hor}^2}{2R}$$

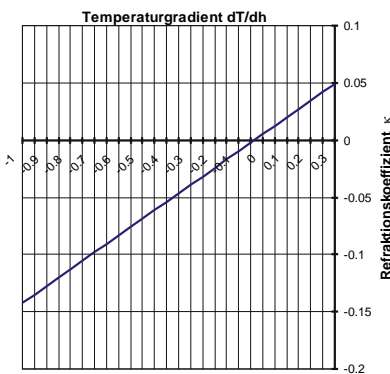


Abb. 6.34 Darstellung der Funktion Gl. 6.9-9 für die Parameter $T = 293^\circ K$ und $p = 1000 hPa$

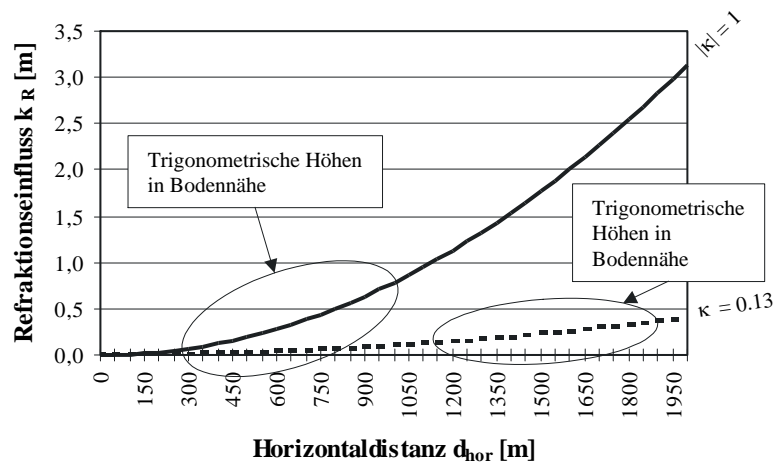


Abb. 6.35 Einfluss der Refraktion für $\kappa = 0.13$ und $|\kappa| = 1$

6.9.4 Gegenseitig-gleichzeitige Zenitwinkelbeobachtung

Sofern der Refraktionskoeffizient nicht bekannt ist, führt die trigonometrische Höhenbestimmung zu systematischen Abweichungen. Wenn jedoch der Zenitwinkel von A nach B und gleichzeitig von B nach A bestimmt wird, kann der Refraktionskoeffizient unter der Annahme, dass der Lichtstrahl zwischen den beiden Punkten ein Kreisbogen ist, näherungsweise abgeschätzt werden.

$$\text{Gl. 6.9-12} \quad \Delta H_{\text{hin}} = d_{\text{hor}} \cdot \cot z_A + \frac{1-\kappa}{2R} \cdot d_{\text{hor}}^2 + I_A - S_B$$

$$\text{Gl. 6.9-13} \quad \Delta H_{\text{rück}} = -d_{\text{hor}} \cdot \cot z_B - \frac{1-\kappa}{2R} \cdot d_{\text{hor}}^2 - I_B + S_A$$

$$\text{Gl. 6.9-14} \quad \Delta h = \frac{1}{2} \left[d_{\text{hor}} \cdot (\cot z_A - \cot z_B) + (I_A - I_B) + (S_A - S_B) \right]$$

Wie ersichtlich ist, fällt bei der Addition der beiden Gleichungen der Term für Refraktionseinfluss (k_E) und Erdkrümmungseinfluss (k_R) heraus.

Da die wirksamen meteorologischen Parameter, insbesondere der vertikale Temperaturgradient dT/dh , in Gl. 6.9-9, im Allgemeinen nicht zugänglich sind, lässt sich der Refraktionskoeffizient näherungsweise berechnen, indem man den ermittelten Höhenunterschied in eine der beiden Ausgangsformeln einsetzt:

$$\text{Gl. 6.9-15} \quad \kappa = -\frac{2R}{d_{\text{hor}}^2} (\Delta h - d_{\text{hor}} \cdot \cot z - I + S) + 1$$

Je nachdem, für welchen Standpunkt man κ berechnet, setzt man für z , I und S die entsprechenden Werte ein.

Die Voraussetzung, dass die beiden Refraktionswinkel auf A und B $\delta A = \delta B = \delta R$ gleich gross sind, ist v.a. bei bodennahen Ziellinien oder bei gegenseitigen Zenitwinkelmessungen zu verschiedenen Zeitpunkten mit unterschiedlichen meteorologischen Bedingungen im Allgemeinen nicht gegeben.

Keine einseitigen trigonometrischen Höhenübertragungen über längere Distanzen ohne Bestimmung des tatsächlichen Refraktionskoeffizienten!

Die im diesem Kapitel angegebenen Formeln gelten nur bei flachen Visuren. Bei geneigten Visuren sind die Formeln der Landesvermessung zu verwenden.

Die genauesten Ergebnisse werden mit **gegenseitig-gleichzeitiger Zenitwinkelmessung** (Abb. 6.36) und **simultaner Erfassung des integralen Refraktionskoeffizienten** erreicht, was wiederum mit einem hohen instrumentellen Aufwand verbunden ist.

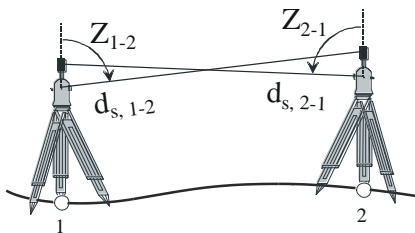


Abb. 6.36 Messanordnung bei der gegenseitig-gleichzeitigen Zenitwinkelmessung mit aufgesetzten Reflektoren auf dem Tachymeter.

Hinweis: Die Längen d_s 1-2 und d_s 2-1 sind unterschiedlich.



Abb. 6.37 Tachymeter vorbereitet für gegenseitig-gleichzeitige Beobachtung

6.9.5 Trigonometrisches Nivellement

Als trigonometrisches Nivellement versteht man eine Aneinanderreihung von trigonometrischen Höhenmessungen. Der grosse Vorteil gegenüber dem geometrischen Nivellement ist, dass durch die grösseren Zielweiten, topographisch schwieriges Gelände umgangen werden kann. Die dadurch gewonnene höhere Wirtschaftlichkeit wird aber reduziert durch die verfälschenden Einflüsse der terrestrischen Refraktion. Diese Einflüsse lassen sich durch simultane Erfassung meteorologischer Parameter reduzieren. Unter dem Versuch, die Parameter Wirtschaftlichkeit und Genauigkeit in Bezug auf das trigonometrische Nivellement zu optimieren, sind verschiedene Verfahren entwickelt worden.

Gegenseitig-gleichzeitige Zenitwinkelmessung

Die am besten geeignete Methode unter der Annahme, dass der Refraktionskoeffizient für beide Messungen identisch angenommen werden kann, ist die gegenseitig-gleichzeitige Zenitwinkelmessung (Abb. 6.36). Dieses Messverfahren ist jedoch aufgrund des hohen Messungsaufwandes und der dadurch abzuleitenden Kosten in der Literatur nicht weiter spezifiziert worden.

Quasi-simultane Methode

Eine Variante dieses Verfahrens, bei der eine zeitliche Verschiebung zwischen den Beobachtungen stattfindet, ist die quasi-simultane Methode (Abb. 6.38) des trigonometrischen Nivellements. Der Refraktionseinfluss kann hier jedoch nur in einem geringeren Umfang reduziert werden.

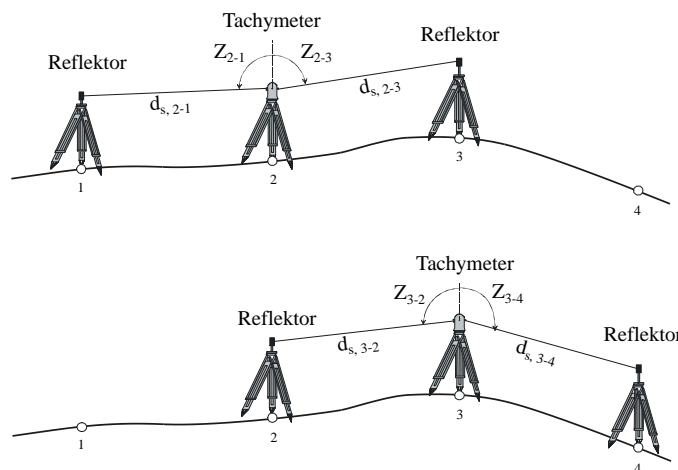


Abb. 6.38 Messanordnung bei der quasi-simultanen Methode des trigonometrischen Nivellements

KAPITEL 7

TERRESTRISCHE MESSSYSTEME



Topcon IS



Sokkia SRX



Trimble S8



Leica TPS 1200



Pentax W822NX

7 Terrestrische Messsysteme

7.1	Optik geodätischer Messinstrumente	238
7.1.1	Einleitung	238
7.1.2	Physikalische Grundlagen	238
7.1.3	Reflexion, Brechung, Dispersion und Absorption	239
7.1.4	Beispiele optischer Komponenten in geodätischen Instrumenten	241
7.1.5	Abbildungsfehler von Linsen und deren Beseitigung	244
7.2	Aufbau und Funktion eines geodätischen Messfernrohres	246
7.3	Sensoren mit Lotbezug.....	249
7.3.1	Einleitung	249
7.3.2	Flüssigkeitssensoren	249
	7.3.2.1 Libellen	250
	7.3.2.2 Prüfung und Justierung von Dosen- und Röhrenlibellen.....	251
7.3.3	Pendelsysteme	252
7.3.4	Elektronische Neigungsmesser	253
7.4	Spezialgeräte	256
7.4.1	Lotgeräte	256
7.4.2	Aligniergeräte (Fluchtungsgeräte)	256
7.4.3	Rotationslaser	257
7.5	Aufbau und Funktion von Totalstationen	258
7.5.1	Der Theodolit	258
7.5.2	Tachymeter und Totalstationen	259
7.5.3	Totalstationen mit automatisierter Zielpunktverfolgung und –erfassung	260
7.5.4	Ablesung und Abgriff der Teilkreise	261
7.5.5	Kompensatoren und elektronische Neigungssensoren in Theodoliten	263
7.5.6	Genauigkeitsklassen (Richtungsmessung)	264
7.6	Vermessungskreisel	265
7.7	Optische 3D-Messsysteme.....	266
7.7.1	Terrestrisches Laserscanning.....	266
	7.7.1.1 Distanzmesssystem.....	267
	7.7.1.2 Ablenksystem / Winkelmesssystem	268
7.7.2	Objekteigenschaften	269
7.7.3	Auswahlkriterien für Laserscanning-Systeme	269
7.7.4	Arbeitsablauf - von der Aufnahme zum Modell.....	270
	7.7.4.1 Vorbereitungen	270
	7.7.4.2 Feldarbeiten.....	271
	7.7.4.3 Auswertungen.....	271
7.8	Range Imaging.....	273
7.8.1	Technologie	273
	7.8.1.1 Phasendifferenz- / Time-of-Flight-Distanzmessung	274
	7.8.1.2 Kombinierte CMOS/CCD-Technologie	275
7.8.2	Anwendungsgebiete	276

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

α	Einfallswinkel
α'	Ausfallswinkel
α_T	Ausdehnungskoeffizient
β	Ablenkungswinkel
$\Delta\varphi$	Phasenunterschied
$\Delta\lambda$	Wellenreststück
Δh	Höhenunterschied
φ	Phasenwinkel
λ	Wellenlänge
λ_M	Wellenlänge der Modulationswelle
λ_T	Trägerwellenlänge
A_I	Ablesung Lage I
A_{II}	Ablesung Lage II
a	Gegenstandsweite
b	Bildweite
c	Zielachsabweichung
c_0	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
d	gemessene Distanz
d_m	meteokorrigierte Distanz
e	Exzentrizität
F	Feinmessung
f	Frequenz
G	Grobmessung
h_z	Horizontalwinkel
i	Kippachsabweichung
K	Kippachse
k_{Addition}	Additionskorrektur
k_{Frequenz}	Frequenzkorrektur
k_{Leica}	meteorologische Korrektur, Leica Formel
k_{Meteo}	meteorologische Korrektur
k_T	Temperaturkorrektur
L	Libellenachse
N	Brechzahl

N_B	Bezugsbrechzahl
N_{GR}	Gruppenbrechzahl
N_k	ganzzahlige Vielfache
n	Brechungsindex
o.W.	optischer Weg
p	Einfluss der Refraktion und Erdkrümmung nach Kukkamäki
q	Parallelversetzung
r	Rückblickablesung
S	Spielpunkt
T	Temperatur
t	Zeitdifferenz
V	Vertikal- oder Stehachse
v	Vertikalwinkel
v	Vorblickablesung
v	Stehachsschiefe
X	Ordinate im Scannerkoordinatensystem
Y	Abszisse im Scannerkoordinatensystem
y	Gegenstandsgrösse
y'	Bildgrösse
y_A	ausgesendetes Signal
y_E	empfangenes Signal
Z	Höhe im Scannerkoordinatensystem
Z	Zielachse
z	Zenitwinkel

7 Terrestrische Messsysteme

Stichwörter: Abbildungsfehler, Abbildungsgesetze, Absorption, Additionskorrektur, Alhidade, Ambiguitäten, Auftreffwinkel, Auswerteverfahren, Beam, Basislatte, Brechungsgesetz, Brechungsindex, CCD, CMOS, Digitalnivellier, Dispersion, Divergenz, Elektronische Distanzmessung, Elektronische Neigungsmesser, Elektrooptische Distanzmessung, Encoder, Fermat'sches Prinzip, Frequenzkorrektur, FFT, Fluchtfernrohr, Footprint, Geodätische Messfernrohre, Hysterese, Impulsmessverfahren, Innenfokussierung, Interferometrische Distanzmessung, Kamera-Scanner, Kippachsabweichung, Kippachse, Kollimator, Kompensationsrestabweichung, Kompensatoreinspielabweichung, Kompensatornivellier, Korrelation, Lambert'sches Gesetz, Laserspot, Libellen, Libellennivellier, Lichtgeschwindigkeit, Lotgeräte, Mechanische Distanzmessung, Meteorologische Korrektur, Modellierung, Modulationsformen, Neigungsmesser, Neigungstisch, Nivellierprobe, Optik, Optische Distanzmessung, Optische Linsen, Optisches Lot, Optischer Keil, Optronik, Panorama-Scanner, Parallaxe, Pendelsysteme, Phasendifferenz, Phasenvergleichsverfahren, Planparallele Platte, Punktwolke, Range Imaging, Reflektor, Reflexionsgesetz, Registrierung, Rotationslasernivellier, Signalstruktur, Spiegellinsen, Stehachse, Strichkreuzplatte, Tachymeter, Teilkreis, Terrestrisches Laserscanning, Theodolit, Time-Of-Flight, Tracking, Transformation, Vermessungskreisel, Vertikalachse, Wellenbereiche, Winkelabgriff, Zielachsabweichung, Zielachsexzentrizität, Zielachse, Ziellinie.

Zusammenfassung: Das hier vorliegende Kapitel soll eine Übersicht über eine Auswahl terrestrischer geodätischer Messinstrumente, deren konstruktiven Aufbau und Komponenten geben. Die Kenntnis der hier dargestellten Lehrinhalte ist eine Grundvoraussetzung für die Auswahl eines für den jeweiligen Messzweck geeigneten Messinstrumentes (geodätischen Sensors), eine adäquate Bedienung, die Anwendung geeigneter Verfahren und für die Fähigkeit, instrumentell zu erreichende Genauigkeiten a priori abzuschätzen. Da im Zeitalter einer zunehmenden Komplexität von Hard- und Software geodätischer Sensoren die genaue Funktionsweise der Systemkomponenten von Herstellerseite nicht mehr angegeben wird (z.B. im Bereich EDM), werden in solchen Fällen Erklärungsmodelle und Funktionsprinzipien angegeben. Sind die tatsächlichen konstruktiven Lösungen unbekannt, so lassen sich anhand von Prinzipien Gemeinsamkeiten einzelner Sensoren ableiten. Soweit sinnvoll, werden Analogien zu verwandten Messverfahren herausgearbeitet.

7.1 Optik geodätischer Messinstrumente

7.1.1 Einleitung

Optische Bauelemente sind ein wesentlicher Bestandteil geodätischer Messinstrumente. In Verbindung mit elektronischen Sensoren sind die heutigen Messinstrumente dem Bereich der Optoelektronik (Optronik) zuzurechnen. Neben einfachen optischen Bauelementen, z.B. Prismen, meist in der Form von Penta-, Dachkant- und Dreiecksprismen, ist das Messfernrohr wichtigstes Bauteil terrestrischer Messinstrumente. Hierbei werden an die Optik höchste Anforderungen wie minimale Verzeichnung, hohe Auflösung und Lichtstärke gestellt.

7.1.2 Physikalische Grundlagen

In der physikalischen Optik ist - im Gegensatz zur geometrischen Optik - das dominierende Merkmal des Lichtes seine Wellennatur. Licht kann aber auch als eine Manifestation der Materie aufgefasst werden. Dies ist eine der grundlegenden Aussagen der Quantenmechanik, in der die Wellengleichung mit einem Teilchen, sei es ein Photon, Elektron, Proton, etc., verbunden wird. Soweit man die Wellenoptik klassisch behandelt, genügt es, das Licht als eine elektromagnetische Welle zu behandeln. Elektromagnetische Wellen ergeben sich allgemein als Lösungen der Wellengleichung im ladungsfreien Raum. Der Teilbereich der Physik, der sich mit der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im Grenzfall kleiner Wellenlängen befasst, wird als geometrische Optik bezeichnet. Die geometrische Optik, die für die Geodäsie von grosser Relevanz ist, bildet den Gegenstand der Betrachtungen im folgenden Kapitel.

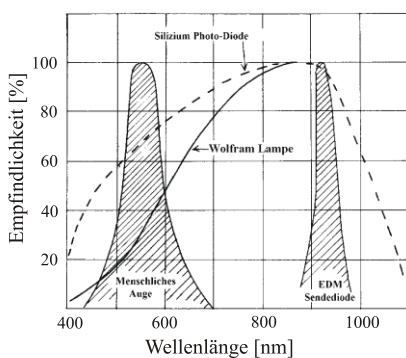


Abb. 7.1 Emissions- und Empfindlichkeitsspektren im Wellenlängenbereich der geometrischen Optik

Das Licht, das von unseren Augen oder entsprechenden Sensoren wahrgenommen wird, siehe Abb. 7.1, stammt von den verschiedensten künstlichen oder natürlichen Lichtquellen und umfasst einen Ausschnitt aus dem Spektrum elektromagnetischer Wellen (sichtbarer Spektralbereich).

Die Wellenlängen des sichtbaren Lichts reichen von Violett bei etwa 390 nm bis Rot bei 780 nm. Wie für alle elektromagnetischen Wellen beträgt die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:

$$c_0 = 2.99792458 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}$$

7.1.3 Reflexion, Brechung, Dispersion und Absorption

Elektromagnetische Wellen, die die Grenzfläche zweier transparenter Medien unterschiedlicher (optischer) Dichte durchlaufen, werden gebrochen und reflektiert. Der Weg einer elektromagnetischen Welle durch ein solches System lässt sich theoretisch zwar immer mittels der **Maxwellschen Gleichungen** beschreiben, doch gibt es hierfür auch andere, in der Regel einfachere, Methoden. Dies sind beispielsweise das **Brechungsgesetz von Snellius** und das **Fermatsche Prinzip**, die verschiedene Lichteigenschaften beschreiben, ohne die wirkliche Natur des Lichtes zu berücksichtigen.

Reflexionsgesetz

Das Reflexionsgesetz, siehe Abb. 7.2, ist (näherungsweise¹) einfach, denn es gilt **Einfallswinkel = Austrittswinkel**. Bei der Reflexion eines Lichtstrahls an der Oberfläche eines Mediums ist der Einfallswinkel α gleich dem Reflexionswinkel α' . Lichtstrahlen sind Linien, längs derer sich die Lichtenergie ausbreitet. Einfallstrahl, Einfallslot und Reflexionsstrahl liegen in einer Ebene.

An einer nichtpolierten, rauhen Oberfläche, gilt das Reflexionsgesetz ebenso, nur werden hier die Strahlen an jeder kleinen Unebenheit in einer anderen Richtung zurückgeworfen. Die Oberfläche reflektiert diffus.

Brechungsgesetz

In jedem optischen Medium (z.B. Luft, Wasser, Glas) hat ein Lichtstrahl eine bestimmte Geschwindigkeit, die von der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum abweicht. Je dichter das Medium, umso geringer die Geschwindigkeit. Das Verhältnis der Geschwindigkeit im Vakuum (c_0) zu derjenigen in dem betreffenden Medium c_M ergibt den für dieses Medium charakteristischen

Brechungsindex.

z.B. für Glas

$$Gl. 7.1-1 \quad n = \frac{c_0}{c_M} \approx \frac{3 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s} \right]}{2 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s} \right]} = 1.5$$

Licht wird beim Eintritt vom dünneren ins dichtere Medium zum Lot hin abgelenkt; beim Austritt wieder vom Lot weg abgelenkt, siehe Abb. 7.3. Dabei gilt das Fermatsche Prinzip, welches besagt, dass ein Lichtstrahl den Weg mit der kleinsten optischen Weglänge durchläuft. Dabei ist die optische Weglänge o.W.

¹Anmerkung:

In Wirklichkeit ist dieser Sachverhalt nicht so einfach, da ein Teil der Strahlung in das reflektierende Medium eintritt und erst dann reflektiert wird. Diese Erscheinung ist insbesondere bei Distanzmessungen ohne Reflektor zu berücksichtigen.

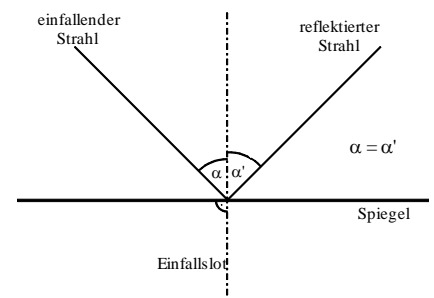


Abb. 7.2 Reflexionsgesetz

Tab. 7-1 Spezifische Brechungsindizes

Material	n
Kronglas	1.46...1.65
Flintglas	1.59...1.93
Luft	1.000
Wasser	1.330
Diamant	2.417

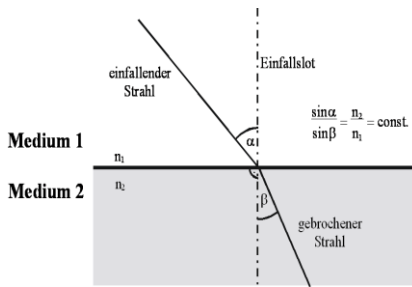


Abb. 7.3 Brechungsgesetz

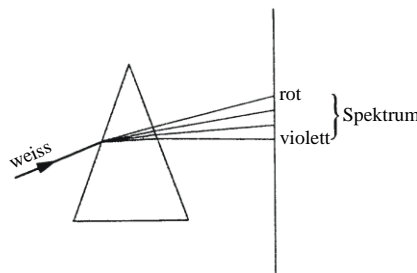


Abb. 7.4 Dispersion

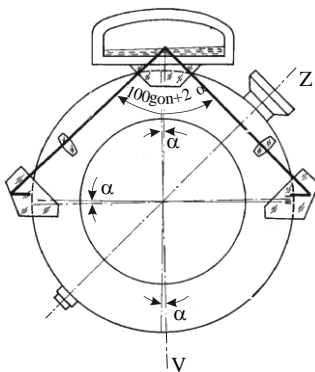


Abb. 7.5 Totalreflexion am Beispiel „Kern-Öltopf“ als Höhenindex

Gl. 7.1-2
$$o.W. = \int_s^P n(s) \cdot ds$$

Daraus lässt sich das Brechungsgesetz von Snellius (Gl. 7.1-3) ableiten:

Gl. 7.1-3
$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$$

Der Grad der Ablenkung hängt dabei von dem Brechungsindexverhältnis der Medien und somit auch von der Wellenlänge λ ab, da der Brechungsindex wellenlängenabhängig ist. Diese Abhängigkeit von der Wellenlänge bezeichnet man als **Dispersion**

Gl. 7.1-4
$$n = n(\lambda)$$

Kürzere, energiereichere Wellen werden dabei stärker abgelenkt als langwellige Strahlung. Da weisses Licht einen Teil des Spektrums darstellt, tritt z.B. beim Dreiecksprisma eine Spektralzerlegung auf, siehe Abb. 7.4.

Totalreflexion

Ein Spezialfall des Brechungsgesetzes ist die Totalreflexion, Abb. 7.5. Dabei wird ab einem bestimmten Auftreffwinkel (Grenzwinkel) ein Teil der Strahlung “total” reflektiert.

Wird beim Übergang vom dichteren in ein dünneres Medium der Einfallswinkel eines Lichtstrahls immer grösser, erreicht man eine Stelle, an der der Ausfallswinkel 100 gon beträgt. Der Lichtstrahl verläuft dann längs der Begrenzungsfläche. Diesen Einfallswinkel nennt man Grenzwinkel der Totalreflexion. Wird der Einfallswinkel noch grösser, ist ein Austritt nicht mehr möglich, der Strahl wird wie beim Reflexionsgesetz total reflektiert.

Der Grenzwinkel der Totalreflexion ist von den Brechungsindizes der beiden Medien abhängig. Er kann z.B. durch die Wahl der Gläser entsprechend verändert werden, siehe Tab. 7-1 sowie Exkurs „optisches Glas“.

Absorption

Im Verlauf des Lichtweges absorbiert jedes Medium je nach Eigenart mehr oder weniger Licht. Absorbiert das Medium von allen Wellenlängen gleichmässig viel, so wird das Licht gedämpft. So beeinflusst die aktuelle Zusammensetzung der Luft (insbesondere der Wasserdampfgehalt) erheblich die maximal erreichbare Reichweite von EDMs.

7.1.4 Beispiele optischer Komponenten in geodätischen Instrumenten

Reflexionsprismen

Reflexionsprismen sind Prismen mit mehreren polierten Flächen, an denen die Lichtstrahlen durch Totalreflexion oder durch Reflexion an verspiegelten Flächen gebrochen werden. Dabei lassen sich mit einem Prisma mehrfache Reflexionen erreichen. Der Winkel zwischen den reflektierenden Flächen ist dabei unveränderlich.

Pentaprisma

Das Pentaprisma ermöglicht eine rechtwinklige Ablenkung des Zielstrahles. Der einfallende Strahl wird an den beiden verspiegelten Flächen, die einen Winkel von 50 gon einschliessen, reflektiert. Die Totalablenkung beträgt 100 gon . Der Winkel zwischen einfallendem und dem zweifach reflektierten Strahl ist immer doppelt so gross wie der Prismenwinkel $\gamma = 50\text{ gon}$. Ein schräg ins Prisma einfallender Strahl wird beim Eintritt nach dem Brechungsgesetz zum Lot abgelenkt und bei seinem Austritt wieder entsprechend vom Lot weg. Der Strahleingang ist rotationsinvariant, d.h. der rechte Winkel bleibt auch bei verdrehtem Prisma erhalten. Es ist daher zum freihändigen Gebrauch bei einfachen Aufnahme- und Absteckungsarbeiten geeignet.

Reflektor (Prismenreflektor)

Geometrisch ist der Tripelreflektor als eine räumliche Ecke eines Würfels anzusehen, siehe Abb. 7.8.

Wie auch beim Pentaprisma ist der Strahlengang im EDM-Reflektor eine Kombination von Reflexions- und Brechungsvorgängen. Jeder einfallende Strahl wird parallel zu sich selbst reflektiert. In erster Näherung ist der optische Weg im Prisma unabhängig vom Einfallswinkel, d.h. bei handelsüblichen Prismen beträgt die Änderung der Additionskonstanten weniger als 1 mm bei Verschwenkungen kleiner 10 gon .

Planparallele Platte

Die Planparallele Platte wird zum Parallelversatz eines Zielstrahls eingesetzt. Als Planparallele Platte oder Planplatte wird ein von zwei parallel geschliffenen Flächen begrenzter durchsichtiger Körper bezeichnet, Abb. 7.10. Ein unter dem Einfallswinkel α_1 aus der Luft auf die Planplatte fallender Lichtstrahl wird zum Einfallslot hin gebrochen, schliesst mit diesem den Brechungswinkel α'_1 ein und trifft unter dem Einfallswinkel α_2 auf die Grenzfläche Glas-Luft. Infolge der Parallelität der Begrenzungsflächen sind α'_1 und α_2 gleich gross. Dem Brechungsgesetz entsprechend sind in Abb. 7.10 die Winkel

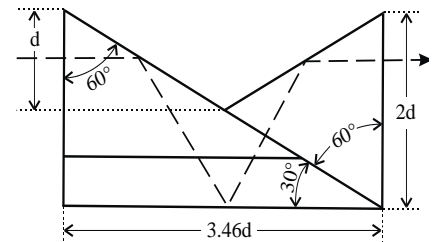


Abb. 7.6 Prismenkombination zur Bildumkehr

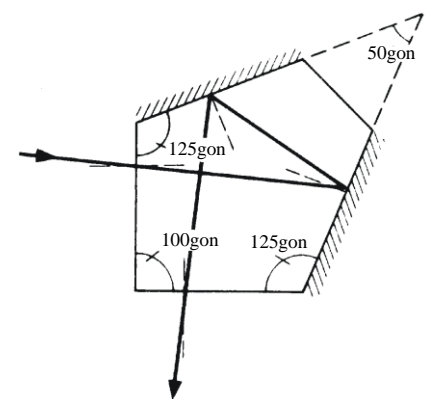


Abb. 7.7 Rotationsinvariante rechtwinklige Ablenkung im Pentaprisma

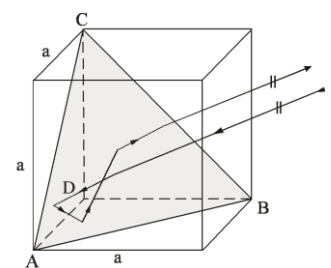


Abb. 7.8 Strahlengang in einem Tripelprisma

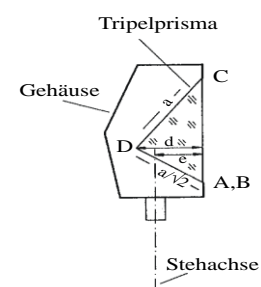


Abb. 7.9 Schnitt durch ein im Gehäuse montiertes Tripelprisma

Gl. 7.1-5

$$\alpha_1 = \alpha_2' \text{ und } \alpha_1' = \alpha_2$$

Für die daraus resultierende Parallelverschiebung q gilt, mit $d =$ Plattendicke und $n =$ Brechzahl des Plattenmediums, die Näherungsformel

Gl. 7.1-6

$$q \approx \frac{n-1}{n} \cdot d \cdot \tan \alpha_1$$

Eine Anwendung hiervon findet man bei einigen Präzisionsnivellieren, um einen definierten Höhenversatz des Zielstrahls zu erzeugen.

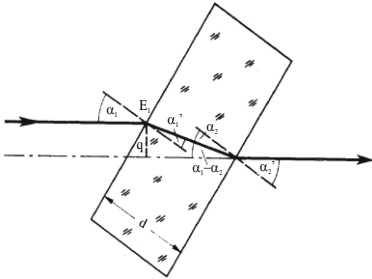


Abb. 7.10 Strahlengang durch eine planparallele Platte

Optische Linsen

Fernrohre und andere Abbildungssysteme bestehen aus mehreren Linsen mit gleicher optischer Achse. Optische Linsen bestehen aus optischem Glas, und sind von zwei Kugelflächen oder einer Kugelfläche und einer Ebene (Kugelfläche mit Radius = ∞) begrenzt. Konvergiert ein paralleles Strahlenbündel beim Durchgang durch eine Linse, so spricht man von einer Sammellinse. Divergiert ein paralleles Strahlenbündel beim Durchgang durch eine Linse, so kennzeichnet dies eine Zerstreuungslinse.

Optische Linsen kann man sich in Keile und prismatische Körper aufgeteilt vorstellen, siehe Abb. 7.12.

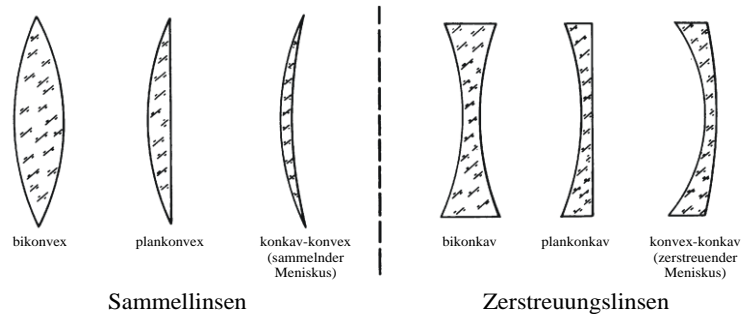


Abb. 7.11 Linsentypen

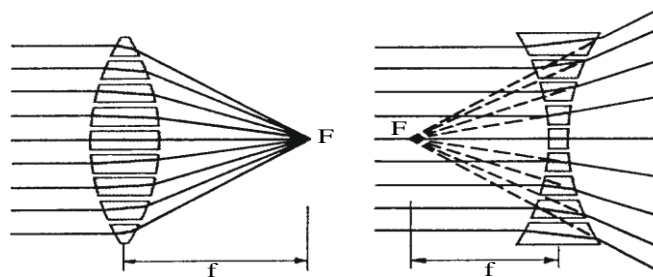


Abb. 7.12 Lichtbrechung bei optischen Linsen

Abbildungen optischer Linsen und Spiegel

Die Verbindungslinie der Krümmungsmittelpunkte beider Linsenflächen ist die optische Achse der Linsen. Ein Linsensystem muss so gelagert sein, dass alle optischen Achsen der eingesetzten Linsen in einer Geraden zusammenfallen. Für dünne Linsen und achsnahe Strahlen gelten die Abbildungsgesetze. Zentralstrahlen, d.h. Lichtstrahlen durch den optischen Mittelpunkt gehen ungebrochen (evtl. leicht parallel verschoben) durch eine Linse hindurch. Achsparallele Strahlen werden zum Brennpunkt hin abgelenkt. Brennpunktstrahlen werden zu Parallelstrahlen.

Unter Berücksichtigung dieser Fundamentalstrahlen lässt sich die Linsengleichung herleiten (Gl. 7.1-7). Unter Beachtung, dass für konvexe Linsen $f > 0$ und für konkave Linsen $f < 0$ ist, gilt die Linsengleichung für beide Linsenarten. Tab. 7-2 stellt die Abbildungen unter Variation der Gegenstandsweite für Konvexlinsen, Tab. 7-3 für Konkavlinsen zusammen.

$$\text{Gl. 7.1-7} \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f}$$

und

$$\text{Gl. 7.1-8} \quad \frac{y}{a} = \frac{y'}{b}$$

Tab. 7-2 Abbildungen für konvexe Linsen

konvex				
GEGENSTAND	BILD			
Lage	Typ	Lage	Orientierung	relative Grösse
$\infty > a > 2f$	reell	$f < b < 2f$	umgekehrt	verkleinert
$a = 2f$	reell	$b = 2f$	umgekehrt	gleich gross
$f < a < 2f$	reell	$\infty > b > 2f$	umgekehrt	vergrössert
$a = f$		$\pm \infty$		
$a < f$	virtuell	$ b > a$	aufrecht	vergrössert

Tab. 7-3 Abbildungen für konkave Linsen

konkav				
GEGENSTAND	BILD			
Lage	Typ	Lage	Orientierung	relative Grösse
beliebig	virtuell	$ b < f $	aufrecht	verkleinert

Die Funktionalität von Glaslinsen lässt sich auch teilweise durch konkave und konvexe Spiegel ersetzen. Spiegellinsen haben den grossen Vorteil, dass keine Dispersion auftritt und auch wesentlich geringere Intensitätsverluste gegeben sind. In Abb. 7.16 ist beispielhaft der Strahlengang an einem Hohlspiegel skizziert.

Kleiner Exkurs „Optisches Glas“

Optisches Glas unterscheidet sich von den übrigen Gläsern vor allem durch seine gute Homogenität und die chemische Zusammensetzung. Durch Beimengen bestimmter Oxide werden die optischen Eigenschaften verändert. So stehen Entwicklern optischer Systeme über 200 verschiedene Gläser mit Brechungsindizes von 1.45 bis 1.96 zur Verfügung. Bei der Schaffung neuer optischer Systeme sucht man die günstigste Kombination der verschiedenen Gläser, um Abbildungs- und Farbfehler möglichst zu eliminieren.

a = Gegenstandsweite, b = Bildweite, f = Brennweite, F = Brennpunkt, y = Gegenstandsgrösse, y' = Bildgrösse

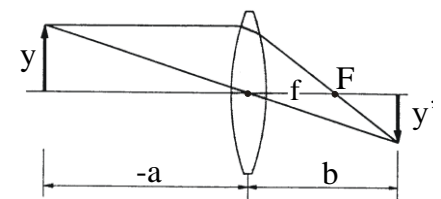


Abb. 7.13 Abbildung durch eine Sammellinse als Funktion von a

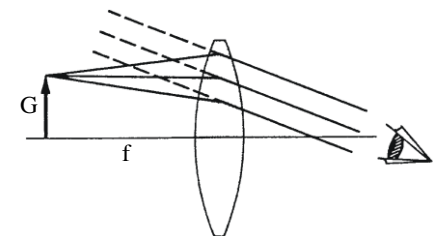


Abb. 7.14 Strahlengang bei der Lupe

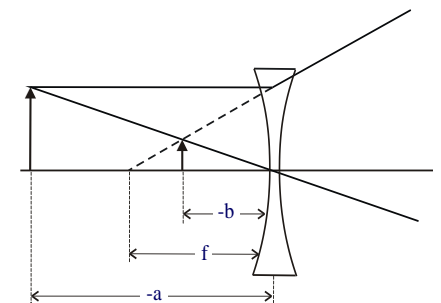


Abb. 7.15 Abbildung bei einer Konkavlinse: es entsteht ein aufrechtes, virtuelles und vergrössertes Bild

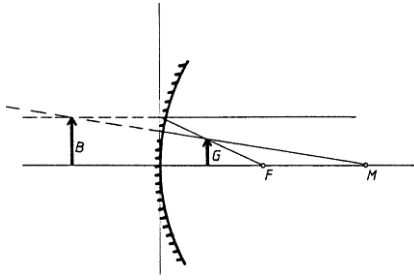


Abb. 7.16 Strahlengang beim Hohlspiegel
 B = Bildgrösse,
 G = Gegenstandsgrösse,
 F = Brennpunkt,
 M = Krümmungsmittelpunkt des Hohlspiegels

7.1.5 Abbildungsfehler von Linsen und deren Beseitigung

Bei den vorher getätigten Betrachtungen wurde davon ausgegangen, dass das abbildende Strahlenbündel in einem paraxialen Gebiet, also achsennah verläuft. In der Praxis trifft diese Voraussetzung nicht mehr zu. Dadurch entstehen Abbildungsfehler (Aberrationen). Hier sind am bedeutendsten die **sphärische** und die **chromatische Aberration**.

Aufgrund der Dispersion erfolgt die Strahlbrechung beim Durchgang durch eine optische Linse unterschiedlich stark. Somit entstehen für die einzelnen Spektralfarben Zerstreungskreise. Dieser Abbildungsfehler, die **chromatische Aberration**, lässt sich für zwei oder mehr Farben weitgehend durch eine Kombination von Gläsern unterschiedlicher Dispersion (**Achromate** bzw. **Apochromate**) ausschalten. Durch die Kombination aus mindestens einer Sammell- und Zerstreuungslinse aus Flint- bzw. Kronglas erzielt man weitgehend **Achromasie** (Freiheit von Farbfehlern).

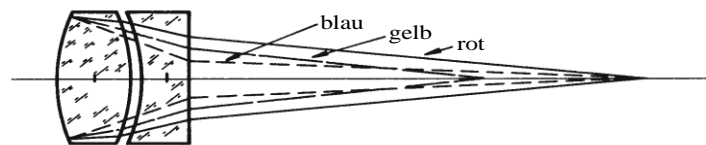


Abb. 7.17 Ausschaltung der chromatischen Aberration für die Farben Rot und Blau durch ein achromatisches Doublet

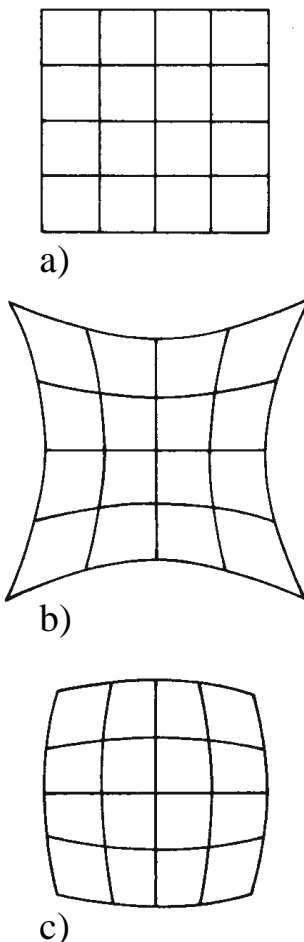


Abb. 7.18 Verzeichnung
 a) verzerrungsfreie Abbildung
 b) kissenförmige Verzeichnung
 c) tonnenförmige Verzeichnung
 (aus DEUMLICH [1980])

Randstrahlen eines auf eine Linse fallenden grösseren Strahlenbündels schneiden sich in einem anderen Punkt als die Zentralstrahlen. Somit wird ein Objektpunkt nicht als Punkt, sondern als Zerstreungskreis abgebildet. Dieser Abbildungsfehler, die **sphärische Aberration**, lässt sich zum einen wie jeder durch achsferne Randstrahlen erzeugte Abbildungsfehler durch die Ausblendung der Randstrahlen durch **Blenden** minimieren, zum anderen kann er durch die Verwendung von Linsenkombinationen eingeschränkt werden.

Unter **Astigmatismus** versteht man die Nichtpunktförmigkeit der Abbildung eines punktförmigen Objektes, unter **Bildfeldwölbung** die mit dem Abstand von der optischen Achse einer Linse wachsende Wölbung des Bildes einer achsenwinkelrechten Ebene. **Astigmatismus** und **Bildwölbung** werden durch entsprechende Wahl der Krümmungsradien, der Dicke und der Brechzahl der Linsen sowie ihres Abstands voneinander korrigiert. Solche Systeme werden als **Anastigmat** bezeichnet.

Weitere Abbildungsfehler sind **Koma**, kometenförmig verzerrtes Bild eines ausserhalb der optischen Achse liegenden Objektpunktes, und die **Verzeichnung** infolge der Zunahme (kissenförmige Verzeichnung) oder Abnahme (tonnenförmige Verzeichnung) des Bildmassstabs von der Bildmitte zum Bildrand, siehe Abb. 7.18.

Bei geodätischen Fernrohren wird die **Verzeichnung** durch Zusammenstellung von Linsen mit verschiedenen Krümmungsradien, Brechzahlen und Dicken korrigiert. Verzeichnungsfreie Systeme werden orthoskopisch genannt. Verzeichnung ist unkritisch, solange derselbe Zielstrahl (Strichkreuzmitte) beobachtet wird. Bei Anwendungen, die das gesamte Bildfeld ausnützen ist entweder die Verzeichnung bautechnisch zu minimieren oder rechnerisch zu kompensieren (vgl. Nahbereichsphotogrammetrie mit low-cost-Kameras).



Abb. 7.19 Sternbilder von guten und fehlerhaften Objektiven, von links nach rechts (aus DEUMLICH [1980]):

Sternbild eines guten Objektivs im Brennpunkt

Sternbild bei sphärischer Aberration

Sternbild bei Astigmatismus

Sternbild bei Koma

7.2 Aufbau und Funktion eines geodätischen Messfernrohres

Ein Geodätisches Messfernrohr besteht aus dem Objektiv, der Strichkreuzplatte, dem Okular und einer Fokussiervorrichtung. Abb. 7.20 stellt am Beispiel des Leica NA3000 diese Komponenten dar.

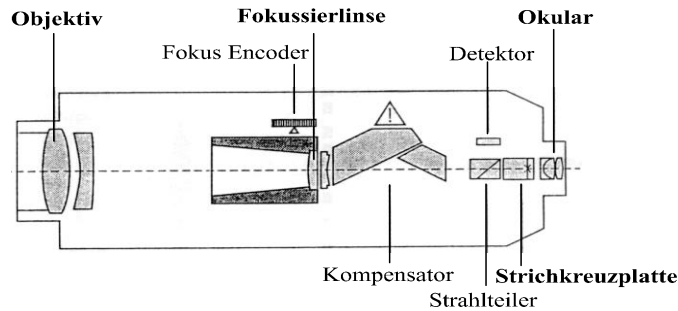


Abb. 7.20 Schnitt durch das Leica NA3000

Das Objektiv wirkt wie eine Sammellinse. Es entwirft vom angezielten Objekt ein reelles, umgekehrtes Bild in der Bildweite b . Sie ist je nach Gegenstandsweite a variabel. Dieses verkleinerte Bild B wird nun mit dem Okular als Lupe vergrößert betrachtet. Um das Bild vergrößert betrachten zu können, muss es innerhalb der Okularbrennweite liegen, siehe Abb. 7.21.

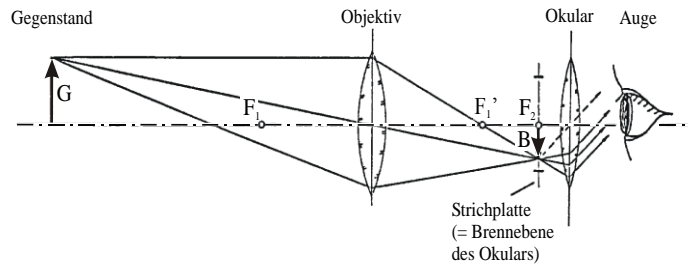


Abb. 7.21 Strahlengang in einem Messfernrohr

Beim Normalsichtigen ist das Auge im Ruhezustand auf Unendlich eingestellt. Es empfängt dann Parallelstrahlen. Um dies zu erreichen, muss das Bild B in den vorderen Brennpunkt des Okulars gebracht werden. Im Brennpunkt des Okulars befindet sich auch die Strichkreuzplatte, so dass das Bild des angezielten Objektes mit dem Strichkreuz zur Deckung gebracht werden kann. Mit dem Hinzufügen der Komponente Strichkreuzplatte wird das Fernrohr zu einem Messfernrohr, siehe Abb. 7.22.

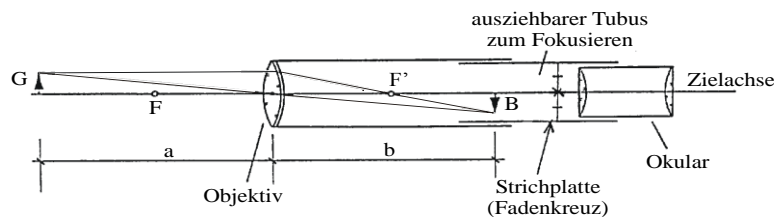


Abb. 7.22 Einfaches Messfernrohr mit Aussenfokussierung (ältere Konstruktion bis ca. 1940)

Eine inzwischen bei geodätischen Messinstrumenten nicht mehr eingesetzte Bauform stellt das Messfernrohr mit Okularauszug dar, da hierbei ein "Schlottern" des Tubusauszuges auch zu einer Verschiebung des Fadenkreuzes und damit zu einer instabilen Ziellinie führt. Dieser Nachteil wird bei modernen Fernrohren durch die **Innenfokussierung** behoben (Patentschrift, Heinrich Wild 1909).

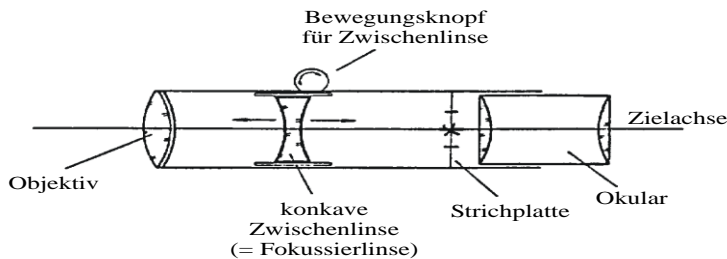


Abb. 7.23 Messfernrohr mit Innenfokussierung

Bei diesen Fernrohren wird anstelle des ausziehbaren Tubus zur Fokussierung eine verschiebbare konkave Zwischenlinse mit grosser Brennweite verwendet. Dadurch kann die (objektivseitige) Brennweite so variiert werden, dass in der Strichkreuzebene immer ein scharfes Bild entsteht.

Bei der Behandlung der "Achsen" von geodätischen Messfernrohren muss zwischen optischer Achse des Systems, Ziellinie und Zielachse unterschieden werden.

Unter der **optischen Achse** eines Fernrohres versteht man die Verbindungslinie aller Krümmungsmittelpunkte der Linsenflächen eines optischen Systems.

Vom Objektiv wird ein Bild des Strichkreuzes in den Objekt-raum projiziert, das sich bei Bewegungen der Fokussierlinse auf einer Kurve bewegt. Diese wird als **Ziellinie** bezeichnet.

Bei Fernrohren mit Innenfokussierung ist die **Zielachse** die Verbindungsgerade eines unendlich weit entfernten Punktes mit dem jenseits des Strichkreuzes befindlichen objektseitigen Brennpunktes des Objektivs. Es ist weiterhin möglich, die **Zielachse** als Asymptote an die **Ziellinie** zu definieren.

Idealerweise ist die Ziellinie über den gesamten Entfernungsbereich eine Gerade. Beispielhaft ist der Ziellinienverlauf in Abb. 7.24 dargestellt.

In Wirklichkeit ergibt sich aber eine zweidimensionale hyperbelförmige Ziellinienfunktion, die sich daraus ergibt, dass die Bahn der Fokussierlinse in den beiden Komponenten nicht parallel zur Zielachse verläuft. Dieser Fehler wird jedoch bei Theodoliten durch Messungen in zwei Lagen eliminiert.

Bei neueren Fernrohren wird eine Bildaufrichtung durch Dachkantprismen erreicht.

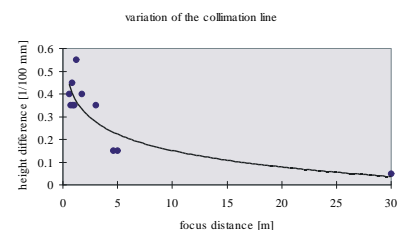


Abb. 7.24 Kalibrierung der Fokusablauffunktion eines WILD N3

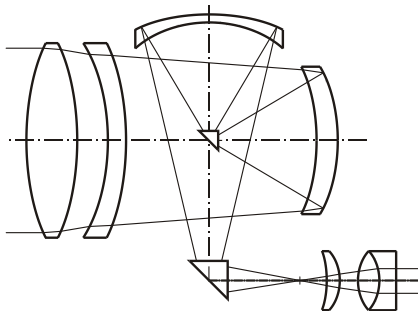


Abb. 7.25 Strahlengang im Kern
DKM3

Bei Nivellierfernrohren wird zudem eine Stabilisierung und, nach Justierung, eine horizontale Visur auch bei geneigtem Unterbau durch den Einbau von Kompensatoren erreicht.

Neben den vorgenannten Konstruktionen gibt es auch noch Spiegellinsenfernrohre, die in Theodoliten für astronomische Beobachtungen eingebaut sind. Die Konstruktionen sind eine Kombination von Linsensystemen und Hohlspiegeln. Sie zeichnen sich vor allem durch eine hohe Lichtstärke aus, sind jedoch konstruktiv sehr aufwendig, siehe Abb. 7.25.

Exkurs: Parallaxenfreies Anzielen mit einem Messfernrohr

Bevor man mit einem Messfernrohr (Theodolit, Nivellier) beobachtet, muss das Strichkreuz auf den jeweiligen Beobachter eingestellt werden. Hierzu fokussiert man auf ∞ und hält zum besseren Kontrast eine helle Oberfläche (weisses Blatt Papier) vor das Fernrohr. Am Okular wird das Strichkreuz scharf eingestellt. Wenn das vom Objektiv erzeugte Bild des Zieles nicht in der Ebene des Strichkreuzes liegt, besteht die Gefahr einer Parallaxe. Je nach Stellung des Auges vor dem Okular wird mit dem Strichkreuz ein anderer Punkt angezielt. Eine Parallaxe ist erkennbar, wenn sich bei leichten Kopfbewegungen die Lage des Zieles gegenüber dem Strichkreuz verändert. Sie muss durch sorgfältiges Fokussieren beseitigt werden, indem das Bild exakt in die Strichkreuzebene gelegt wird.

7.3 Sensoren mit Lotbezug

7.3.1 Einleitung

Bei nahezu allen terrestrischen geodätischen Messungen orientiert sich das Beobachtungssystem an der lokalen Lotrichtung, die sich physikalisch als Richtung der Schwerkraft ergibt (lokales Topozentrum). Zur Bestimmung dieser Richtung werden als Neigungsmesser Libellen oder elektronische Neigungsmesser eingesetzt, die als Bestandteil von Messgeräten zur Horizontierung, Vertikalstellung und Korrektur von Messwerten dienen. Als eigenständige Messinstrumente bestimmen sie absolute Neigungen oder Neigungsänderungen eines Bezugssystems gegenüber der Lotrichtung. Bei vielen Anwendungen, wie z.B. der Bestimmung von Deformationen - abgeleitet aus Neigungsänderungen - ist die Kenntnis der tatsächlichen Lotrichtung nicht zwingend erforderlich. Das Spektrum der Anwendungen reicht von geophysikalischen Beobachtungen, Messungen im Maschinenbau, über ingenieurgeodätische Messaufgaben bis hin zur einfachen Bohrlochneigungsmessung in der Geotechnik. Aus diesen spezifischen Anwendungen ergibt sich eine Vielfalt von Neigungsmessinstrumenten.

Basis aller Lotrichtungs- und Neigungsmessinstrumente sind Lotsensoren. Bei den Lotsensoren lassen sich generell Pendel- und Flüssigkeitssysteme unterscheiden. Während sich bei Pendeln die Verbindungslinie Aufhängungspunkt-Pendelmassenschwerpunkt in die Richtung des lokalen Schwerevektors stellt, weist bei Flüssigkeiten die Normale der Oberfläche in Richtung des Schwerevektors. Auf diesen physikalischen Grundprinzipien basieren auch die im geodätischen Instrumentenbau bekannten Kompensatoren. Da alle gängigen Konstruktionen als Abwandlungen von Pendel- und Flüssigkeitssensoren anzusehen sind, soll zunächst deren prinzipielle Funktion vorgestellt werden.

7.3.2 Flüssigkeitssensoren

Die einfachste Form eines Flüssigkeitssensors ist der Flüssigkeitshorizont, bei dem als Füllung Wasser, Silikonöl, ein Elektrolyt oder Quecksilber verwendet wird, siehe Totalreflexion, Höhenindexsensor. Um die Flüssigkeitsmenge zu begrenzen und gleichzeitig eine grosse Messbasis zu erlangen, geht man zum Prinzip der kommunizierenden Systeme über.

Eine in der Geodäsie gebräuchliche Form von Flüssigkeitslotsensoren stellen Libellen dar.

Begriffsbildung

Der Begriff "Libelle" (von lat. libella = kleine Waage) impliziert eine absolute Horizontbestimmung, wie sie nur zum Horizontieren von Messinstrumenten notwendig ist. Im Sprachgebrauch werden für „elektronische Neigungsmesser“ unterschiedliche Synonyme verwendet wie:

„Elektronischer Neigungssensor“
 „Tiltmeter“
 „Inclinometer“ (= Clinometer)
 „Elektronische Libelle“

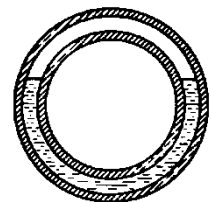


Abb. 7.26 Flüssigkeiten als Lotsensoren

oben: Flüssigkeitshorizont

unten: Kommunizierende Systeme

7.3.2.1 Libellen

Libellen dienen in der geodätischen Messtechnik als Bestandteile eines Instrumentes zum Horizontal- oder Vertikalstellen von Achsen. Beim Theodoliten werden die gemessenen Richtungen und Distanzen auf das Schwerfeld bzw. auf die örtliche Lotlinie bezogen, beim Nivellier wird eine horizontale Ziellinie erzielt. Für Grobeinstellungen dienen meist Dosenlibellen. Für genauere Einstellungen verwendet man Röhrenlibellen.

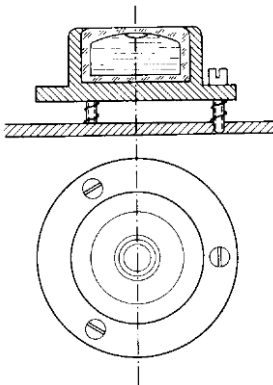


Abb. 7.27 Dosenlibelle

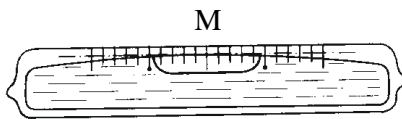


Abb. 7.28 Röhrenlibelle

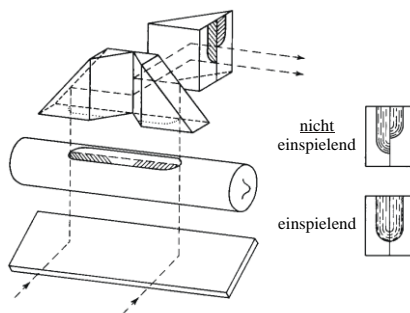


Abb. 7.29 Koinzidenzlibelle

Dosenlibellen

Die Dosenlibelle besteht aus einem zylindrischen zugeschmolzenen Glaskörper mit kalottenförmig zugeschlifftem Deckglas. Der durch eine Metalleinfassung geschützte Glaskörper ist bis auf eine Blase von ca. 2 mm Durchmesser mit Äther oder Alkohol gefüllt. Das Deckglas dient als "Lauffläche" für die Gasblase. Auf der Innenfläche des Deckglases ist ein Einstellkreis eingraviert. Die Dosenlibelle wirkt in allen Richtungen.

Röhrenlibellen

Die Röhrenlibelle besteht aus einer zylindrischen Glasröhre, die tonnenförmig ausgeschliffen ist. Wie auch bei Dosenlibellen ist der Zylinder bis auf eine Gasblase mit Äther gefüllt. Sie wirkt nur in Längsrichtung. Die Oberseite trägt eine Teilung, deren Striche einen Abstand von 2 mm haben. Dieser Abstand wird als Pars bezeichnet. Der Meridianschnitt durch die Libelle ist kreisförmig, wobei der Radius die Empfindlichkeit der Libelle bestimmt.

Koinzidenzlibelle

Eine Sonderform der Röhrenlibelle ist die Koinzidenzlibelle, eine Erfindung von H. Wild, die zum genauen Einstellen von Instrumentenachsen (Höhenindex, Libellennivellier) eingesetzt wird. Als Besonderheit weist die Koinzidenzlibelle keine Teilung auf, sondern durch eine zusätzliche Prismenoptik werden die Hälften der Blasenenden nebeneinander abgebildet. Die Koinzidenz, d.h. die Deckung der Blasenenden ist die eindeutige Einstellung der Libelle.

Es gilt: Je grösser der Schliffradius, desto grösser die Empfindlichkeit. Die Neigungsänderung für einen Blasenweg von einem Pars heisst Angabe. Parswert bzw. Angabe werden auch heute noch in Sexagesimalen Sekunden angegeben.

Tab. 7-4 Bsp: Parswerte für Libellen und entspr. Krümmungsradien R

	Angabe	Radius [m]
Präzisionsröhrenlibelle	1"	512.5
	5"	82.4
Alhidadenlibelle	20"	20.6
	30"	13.75
einfache Libelle, Dosenlibelle	60"	6.9

Flüssigkeitssensor mit elektrischem Abgriff

Fortschreitende digitale Erfassung von Beobachtungsgrößen haben schon in den 80er Jahren dazu geführt, den visuellen Abgleich einer Flüssigkeitsoberfläche durch ein elektrisches System zu ersetzen. In den meisten Realisierungen wird die immer horizontale Flüssigkeitsoberfläche in Relation zum geneigten Gefäß erfasst. Dies kann z.B. mit einem kapazitiven Abgriff erfolgen oder durch die Erfassung der Position eines reflektierten Lichtpunktes auf einem positionsempfindlichen Detektor, dessen Lage direkt proportional zur Neigung des Systems ist, siehe Abb. 7.30. Ein solches System wird z.B. heute in Tachymetern und im Neigungsmesser Nivel 20 eingesetzt.

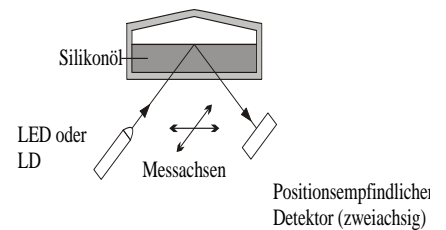


Abb. 7.30 Prinzipskizze des Neigungssensors Nivel20 oder 200 (Leica)

7.3.2.2 Prüfung und Justierung von Dosen- und Röhrenlibellen

Prüfung

Im Kap. 3 ist die Horizontierung eines Sensors beschrieben, d.h. die Bestimmung des Spielpunktes der Libelle, was auch der Prüfung einer Libelle entspricht.

In jeder Libellenstellung wird der Ort der Libellenblase bestimmt und somit der Ausschlag "A" gegenüber der Ausgangsstellung festgestellt, siehe Abb. 7.31.

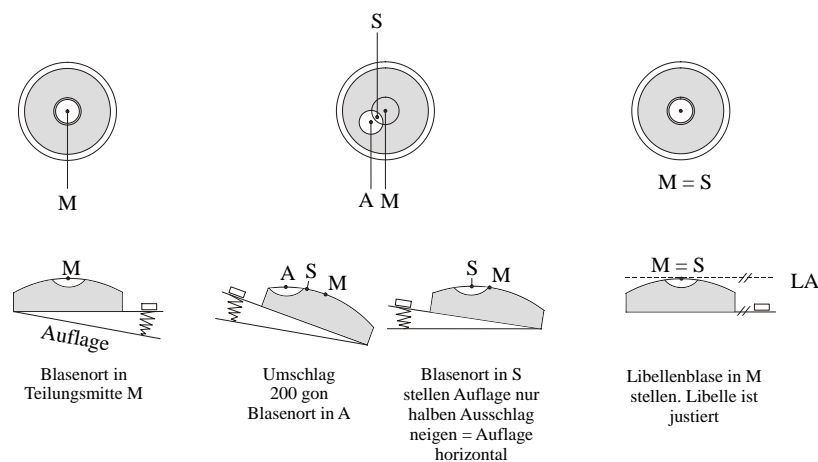


Abb. 7.31 Prüfung und Justierung einer Dosenlibelle. Das Vorgehen für die Röhrenlibelle ist identisch.

Die Libellenauflage wird jeweils um den halben Ausschlagsbetrag geneigt, um die Blasenmitte in den Spielpunkt zu stellen. Damit wird bewirkt, dass in jeder Libellenstellung die Blase am gleichen Ort verbleibt.

Die Libellenauflage wird geneigt: Bei Instrumenten mit den Fusschrauben, bei Verwendung einer Dosenlibelle zum Beispiel an einem Jalon (Fluchtstab), eben durch dessen Neigung.

Justierung

Mit Hilfe der Justierschrauben am Libellenträger, siehe Abb. 7.27, wird die Libellenblase in die Teilungsmitte der Libelle gestellt. Dies bedeutet, Spielpunktlage und Teilungsmitte der Blase sind identisch, die Libelle ist justiert.

Kontrolle der Justierung

Durch Umschlag der Libelle ist zu prüfen, ob das Blasenzentrum in jeder Libellenstellung in der Teilungsmitte der Libelle verbleibt.

Definitionen, für Abb. 7.31

- Libellenachse "LA" ist die Tangente an die Schlieffkurve im Mittelpunkt der Teilung "M"
- Spielpunkt "S" ist der Punkt der Libellenteilung, in dem die Tangente an die Schlieffkurve senkrecht steht zur Stehachse oder parallel zur Libellenauflage. Dies bedeutet, die Libelle hat nur dann einen Spielpunkt, wenn diese an einer Stehachse oder auf einer Auflage montiert ist.
- Ausschlag "A" ist der Blasenort bei Umschlag der Libelle A tritt bei dejustierter Libelle auf.

7.3.3 Pendelsysteme

Pendelsysteme lassen sich nach ihrer Kinematik in Vertikal- und Horizontalpendel unterscheiden.

Die einfachste Form des Pendels ist das faden- oder bandgehängte Vertikalpendel. Da es bei Pendelsystemen in geodätischen Instrumenten (Kompensatoren, elektronischen Neigungsmessern) erwünscht ist, dass sie nur in einer Ebene schwingen, sind viele Lotsensoren als Doppelpendel ausgeführt.

Um auch die seitliche Bewegungsmöglichkeit des Doppelpendels einzuschränken, findet man bei elektronischen Pendelneigungssystemen die Fünfbandaufhängung.

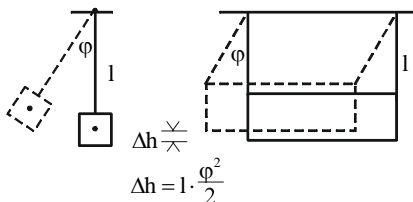


Abb. 7.32 Kinematik des Einfach- bzw. Doppelpendels

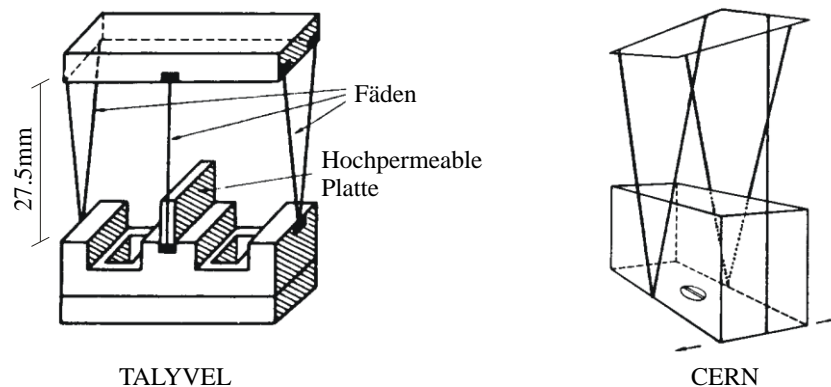


Abb. 7.33 Fünfbandaufhängung bei Rank Precision (TALYVEL) und CERN

Bei dieser Anordnung verhindern die ein Dreieck bildenden Aufhängungsfäden eine seitliche Bewegung und der fünfte Faden eine Rotation des Pendelkörpers. Das Kreuzfedergelenk der WILD Kompensatoren in Theodoliten und Nivellieren ist als gekreuztes Doppelgelenk aufzufassen. Das Doppelpendel bietet ausserdem die Möglichkeit der mechanischen Winkelvergrößerung, indem die Aufhängungspunkte einen grösseren Abstand haben als die des Pendelkörpers. Diese Anordnung ist im ZEISS Ni2 Kompensator verwirklicht, siehe Abb. 7.34.

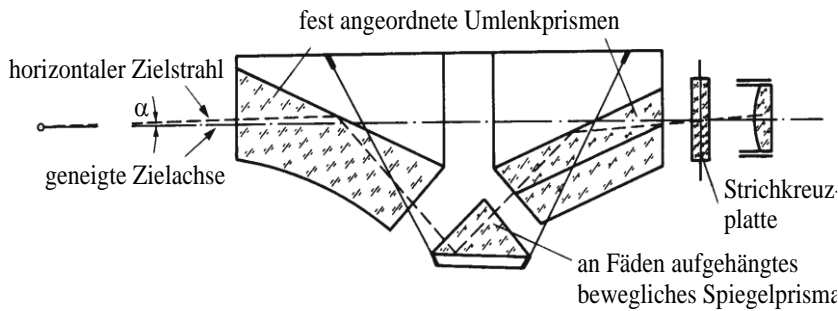


Abb. 7.34 Zeiss Ni2 Kompensator

Eine weitere Bauform stellt das Horizontalpendel dar, dessen Empfindlichkeit eine Funktion der Querneigung i in der Drehachse ist. Abb. 7.35 stellt die von Schaevitz realisierte Konstruktion dar, wobei das Paddel durch den Drehmomentmotor in der Ausgangslage gehalten wird und das vom Motor aufzubringende Drehmoment die Messgrösse darstellt (Servomethode). Der Zylinder ist drehbar in der Achse des Rings gelagert.

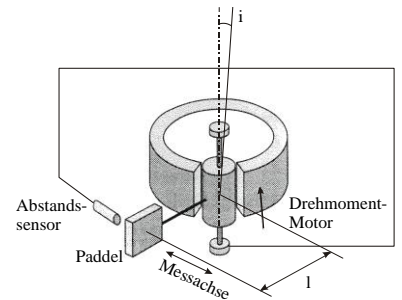


Abb. 7.35 Horizontalpendel bei Schaevitz-Ausführung

7.3.4 Elektronische Neigungsmesser

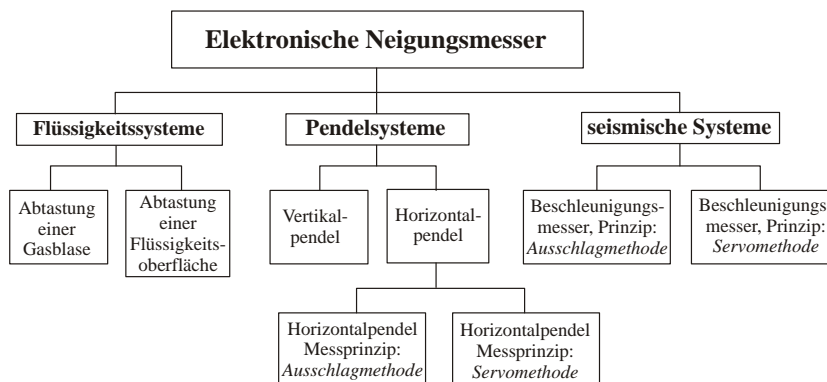


Abb. 7.36 Übersicht elektronische Neigungsmesser

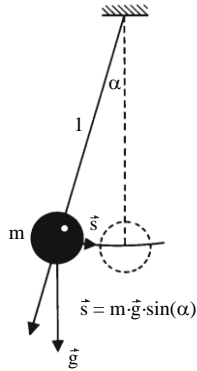


Abb. 7.37 Rückstellkraft eines Vertikalpendel

s = Rückstellkraft

l = Pendellänge

m = Masse des Pendels

g = Erdbeschleunigung

Der Hauptbestandteil eines elektronischen Neigungsmessgerätes ist der mechanische Lotsensor. Neigungen werden als Position des Sensors in einem Bezugssystem (Pendelrahmen oder Flüssigkeitsbehälter) erfasst. Während dieses Verfahren als "geometrische Neigungsmessung" bezeichnet wird, wird bei dem "dynamischen Neigungsmessverfahren" (kraftmessenden Verfahren) ein Pendel in der Ausgangsposition festgehalten und die dazu nötige Rückstellkraft, siehe Abb. 7.37, als neigungsproportionales Signal genutzt. Bei beiden Verfahren wird die Position oder die Kraft in ein elektrisches Messsignal überführt. Dieser Vorgang, der in der Messtechnik als Umformung bezeichnet wird, bewirkt die Änderung einer spezifischen elektrischen Größe, wie ohmscher, induktiver oder kapazitiver Widerstand, Spannung, Ladung oder Stromstärke. Diese Signalumformung von einer geometrischen oder dynamischen Größe zum elektrischen Messsignal ist in Abb. 7.38 verdeutlicht.

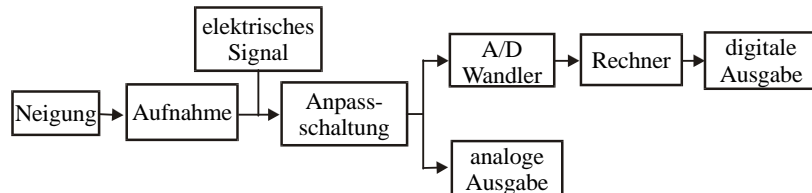


Abb. 7.38 Signalumformung in elektrischen Neigungsmessern

In diesem Modell sind elektronische Neigungsmesser als Messumformer (Transducer) zu bezeichnen, da sie als Messgeräte mit analogem Eingangssignal ein eindeutiges, damit zusammenhängendes, Ausgangssignal liefern. Ein wesentliches Element dieser Umformungskette ist der mechanische Lotsensor, dessen Position oder Rückstellkraft mittels eines Abgriffs- (Umformungs-) verfahrens in ein elektrisches Signal umgewandelt wird. Bei wegmessenden Systemen wird oftmals die Position erst nach einer weiteren mechanisch-mechanischen Umformung erfasst, um eine neigungsproportionale mechanische Wegvergrößerung zu nutzen (Röhrenlibelle, Horizontalpendel, Gelenkviereck). In der anschließenden mechanisch-elektrischen Umformung wird die Position oder die Kraft des Lotsensors mittels einer Anpassschaltung in ein elektrisches Signal umgeformt, das als Eingangssignal für einen analogen oder digitalen Ausgeber verwendet werden kann. Da bei hochgenauen Neigungsmessungen mit nur kleinen Änderungen der Eingangsgröße nur schwache elektrische Signale anstehen, ist in der Anpassschaltung ein Verstärker integriert. Nach einer Analog/Digitalwandlung werden die Signale digital angezeigt, gespeichert oder weitergeleitet.

Anwendungen und Justierung von Neigungssensoren

Bevor ein mechanischer oder elektronischer Neigungssensor die Lotrichtung oder absolute Neigung anzeigt, muss er justiert werden. Libellen sind normalerweise in einem Metallkörper gefasst, der gegenüber der Grundplatte mit Justierschrauben geneigt werden kann (Setzlibellen).

Bei elektronischen Neigungsmessern kann diese Korrektur auch softwaremässig durch Bestimmung einer Additionskonstanten erfolgen.

Beispiel: Vertikalstellen einer Theodolitachse mit einer justierten Libelle

Dreht man eine Alhidadenlibelle um die vertikal einzustellende Stehachse um 200 gon , so zeigt der Ausschlag (= Differenz der Messwerte zwischen Lage I und II) die doppelte Neigung der Achse in dieser Ebene an. Korrigiert man die Neigung der Achse um den halben Ausschlag, so ist die Stehachse vertikal. Bei einem justierten elektronischen Neigungsmesser wird dann die Nullstellung angezeigt. Bei einer justierten Libelle befindet sich die Libellenbase in der Mitte der Teilung.

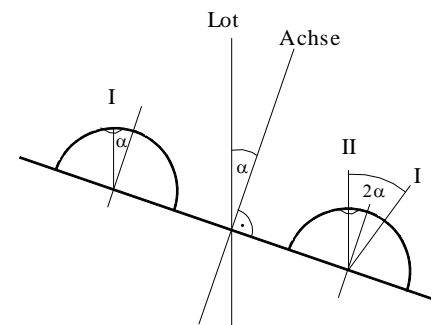


Abb. 7.39 Doppelter Ausschlag der Libelle

Beispiel: Justierung einer Libelle bei gleichzeitiger Horizontierung einer Ebene

Eine Libelle oder ein Neigungsmesser wird auf eine um den Winkel α geneigte Ebene aufgesetzt, wobei die Libelle bzw. der Neigungsmesser ebenfalls gegenüber seiner Auflagefläche um einen Winkel β dejustiert ist.

Wir betrachten nun die Anzeige in Lage I und Lage II nach dem Umsetzen des Instrumentes.

Die Ausschläge werden von der Mittelmarke M aus abgelesen. Die Anzeigedifferenz Lage I - Lage II beträgt wie im vorgenannten Beispiel wiederum 2α . Der Wert in der Mitte der Ableседifferenz I-II wird auch als Spielpunkt S der Libelle bezeichnet. Es ist dann

$$\text{Gl. 7.3-1} \quad L_I - S = S - L_{II} = \alpha$$

Wird nun die Ebene geneigt bis die Anzeige im Spielpunkt ist, dann ist die Ebene horizontiert. Die Anzeige des Neigungsmessers weicht dann um die Dejustierung $\beta = S - M$ von der Nullstellung ab. Zur Justierung wird dann die Anzeige des Neigungsmessers auf 0 gestellt. Dieser Vorgang ist zu iterieren und zu prüfen. Beim Aufsetzen eines Neigungsmessers auf eine Ebene ist jedoch zu berücksichtigen, dass Unebenheiten der Oberfläche in die Genauigkeit der Horizontierung und Justierung eingehen.

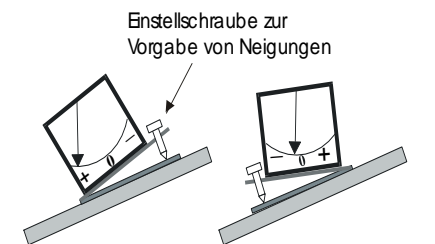


Abb. 7.40 Justierung bei gleichzeitiger Horizontierung

Beispiel:

Wenn die Aufsatzpunkte einer 10 cm langen Basis um etwa $0.2\ \mu\text{m}$ in der Höhe variieren, entsteht ein Fehler von 0.1 mgon . (Zum Vergleich: Ein Haar ist einige Hundertstel mm dick).

7.4 Spezialgeräte

7.4.1 Lotgeräte

Unter Lotung versteht man das Einweisen von Punkten in die Lotlinie ober- oder unterhalb eines gegebenen Punktes bzw. die Bestimmung von Grösse und Richtung der Abweichungen vorhandener Punkte von der Lotlinie. Man unterscheidet generell zwischen mechanischer und optischer Lotung.

Die einfachste Ausführung und das Prinzip eines mechanischen Lotes stellt das Schnurlot dar. Alle weiteren Formen, z.B. das Schwimm- oder Umkehrlot, siehe Abb. 7.41, sind davon abgeleitet, und konstruktiv in Bezug auf Ablesung und Dämpfung verbessert worden.

Ein optisches Lot in einfacher Ausführung wird bei der Zentrierung geodätischer Instrumente verwendet. Optische Präzisionslote sind als Zenit- oder Nadirlote konzipiert, siehe Abb. 7.42. Die Ausrichtung der Ziellinien an die Lotlinie wird mittels einer Kompensatoreinrichtung oder Libellen erreicht.

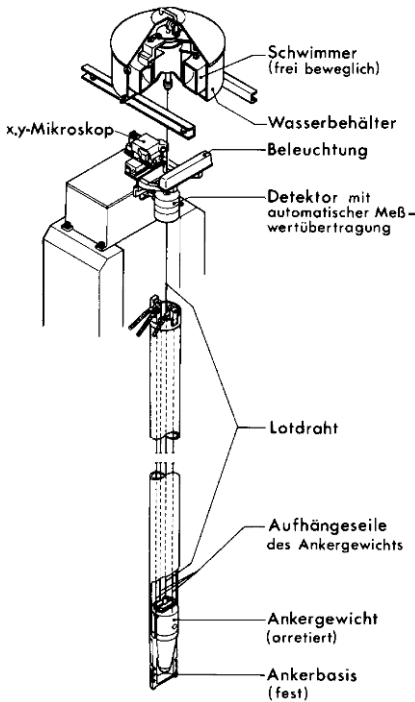


Abb. 7.41 Schwimm- oder Umkehrlot

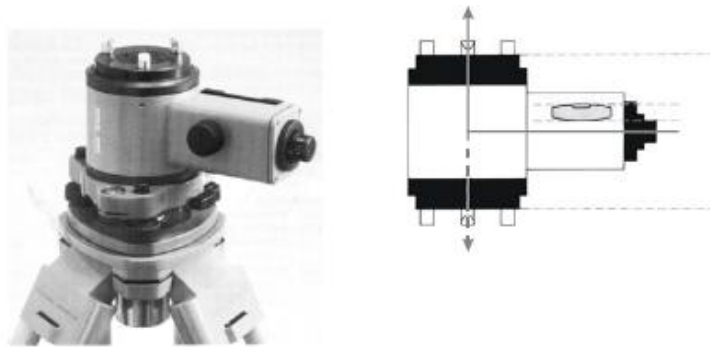


Abb. 7.42 Zenit- und Nadirlot WILD ZNL

7.4.2 Aligniergeräte (Fluchtungsgeräte)

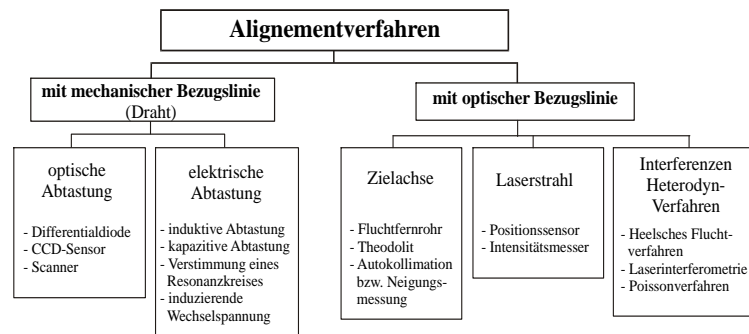


Abb. 7.43 Übersicht Alignementverfahren

Alignieraufgaben sind dadurch charakterisiert, Messpunkte längs einer Geraden (Referenzlinie) auszurichten, bzw. deren Ablagen zu dieser Geraden festzustellen.

Hierbei unterscheiden sich die konstruktiven Überlegungen grundsätzlich in der Repräsentation der Referenzlinie und der Ablagebestimmung. Die kategorische Einteilung der Alignierverfahren ist in Abb. 7.43 dargestellt.

Für Alignierverfahren mit optischer Bezugslinie dient beispielsweise ein ausgerichteter Laserstrahl oder die Ziellinie eines geodätischen Messfernrohrs. Hierbei ist jedoch auf die Definition der Ziellinie zu verweisen. Ausserdem wird die Genauigkeit aller optischen Verfahren durch die Refraktionserscheinungen des Mediums bestimmt, die die Referenzlinie umgibt. Im Bereich des Maschinenbaus werden für Alignements Fluchtfernrohre verwendet, siehe Abb. 7.44.

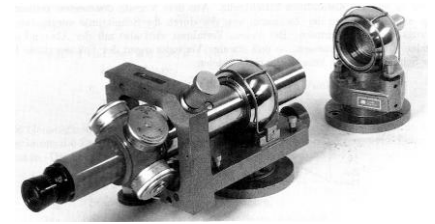


Abb. 7.44 Fluchtfernrohr mit Zielkuugel

7.4.3 Rotationslaser

Für Flächennivellemente werden heutzutage vorwiegend Rotationslaser eingesetzt. Bei Versionen mit sichtbaren Laserstrahlen kann man den Laserstrahl unmittelbar an einer Nivellierlatte, einem Doppelmeter oder auf einer Wand erkennen.

Bei Rotationsnivellieren mit Infrarotlaserdioden sind spezielle Sensoren erforderlich, welche die Strahlage optisch und/oder akustisch anzeigen. Ebenso gibt es elektronische Nivellierlatten, die die Strahlage digital anzeigen. Diese Sensoren werden auch in Verbindung mit Baumaschinen eingesetzt, indem direkt der Regelkreis der Schaufel einer Planierraupe angesteuert wird.

Lasernivelliere besitzen einen in beiden Ebenen wirkenden Kompensator, in dem die Laserdiode eingebaut ist. Die horizontale Ebene wird durch ein rotierendes Pentaprisma erzeugt, dessen Rotationsgeschwindigkeit reguliert werden kann. Mit entsprechenden Zusatzeinrichtungen können mit Lasernivellieren auch geneigte und vertikale Ebenen erzeugt werden.

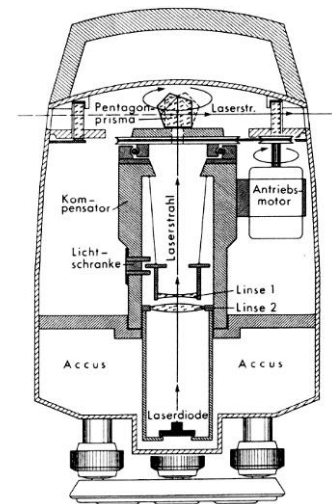


Abb. 7.45 Rotationslaser Theis

Justierung eines Rotationslasernivelliers

Die Justierung eines Rotationslasernivelliers kann grundsätzlich mit denselben Konzeptionen wie die Justierung eines optischen bzw. digitalen Nivelliers erfolgen. Es ist weiterhin zu berücksichtigen, dass mit einem Rotationslasernivellier Ebenen festgelegt werden. Aus diesen Überlegungen ergibt sich eine wie in Abb. 7.46 dargestellte Messanordnung. Hierbei werden an vier jeweils um Winkelbeträge von ca. 100 gon gedrehten und gleich entfernten Latten/Sensoren mit einer vom Rotationslasernivellier erzeugten Ebene zum Schnitt gebracht. Diese Schnittpunkte werden mit einem justierten Nivellier als Normal höhenmässig bestimmt und die Differenzbeträge am Rotationsnivellier weggestellt.

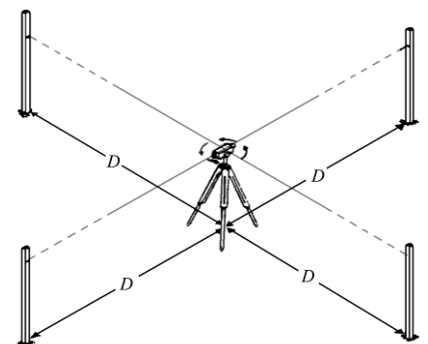


Abb. 7.46 Justierung eines Rotationslasers

Kleiner Exkurs: Begriffsbestimmung Theodolit

Obwohl in den meisten Fällen die Bezeichnung eines Instrumentes Aufschluss über dessen Entstehung geben kann, liegt die Bedeutung des Namens Theodolit immer noch im Dunkeln. Der Begriff Theodolitus wurde ca. 1552 von dem Engländer Leonhard Digges erstmals gebraucht, der ihn aus einer klassischen Quelle entnommen haben könnte. Für die Herkunft aus dem Griechischen spricht folgende Erklärung:

θεαομαι (theaomai)	schauen
οδος (hodos)	Weg
λιθος (lithos)	Stein

Theodolit = Wegsteinschauer

Diese Erklärung ist plausibel, da damals Polygonpunkte, wie wir sie heute geodätisch bezeichnen, mit Hilfe von zwei Meter hohen Steinen am Wegrand vermarktet wurden, die dann mit dem Vermessungsinstrument angezielt wurden.

Eine andere Erklärung leitet das Wort Theodolit ebenfalls vom Griechischen ab:

θεαομαι (theaomai)	schauen
δελος (delos)	Ebene

Theodolit: in die Ebene schauen

Eine weitere, eher unwahrscheinliche Erklärung für das Wort Theodolit ergibt sich aus einer englischen Fehlschreibweise des Worts Alhidade in der Form von "the atelid (ade)".

Optischer Theodolit:

Konventioneller Theodolit mit optischer Ablesung zur **Winkelmessung**

7.5 Aufbau und Funktion von Totalstationen

7.5.1 Der Theodolit

Der Theodolit ist eines der am häufigsten eingesetzten geodätischen Messinstrumente zur optischen Bestimmung von Richtungen und Winkeln. Der Vorteil des Theodolits gegenüber anderen Messverfahren besteht darin, dass er vielseitig und unabhängig von übergeordneten Systemen einsetzbar ist. Heutzutage werden fast ausschliesslich elektronische Winkel- und Distanzmesser, Tachymeter / Totalstationen, eingesetzt.

Der Theodolit ist ein Instrument, welches eine räumliche Richtung in eine horizontale und eine vertikale Ebene projiziert. Die Ziele werden mit einem Messfernrohr angezielt. Der kardansche Aufbau bedingt eine Vertikalachse und eine Horizontalachse (Kippachse), um die das Messfernrohr gedreht werden kann. Die Kippachse ruht in einem gabelförmigen Bauteil, der Alhidade, die wiederum um die Vertikalachse gedreht werden kann. Die Vertikalachse ist im Unterbau gelagert. Bei den meisten Theodoliten sind Dreifuss und Unterbau durch eine Zwangszentrierung verbunden, so dass auf dieser Station Theodolit und Zielzeichen ausgetauscht werden können.

Zur Horizontierung ist das Gerät mit Lotsensoren ausgerüstet. Zur Grobhorizontierung dient meist die Dosenlibelle im Dreifuss. Die Feinhorizontierung erfolgt mit der Alhidadenlibelle, die als Röhrenlibelle eine Angabe von typischerweise 20" - 30" aufweist. Heute kommen elektronischen Libellen zum Einsatz.

Die optische Ablesung der Richtungen bzw. Winkel erfolgt an Glasteilkreisen mit entsprechender Bezifferung der Teilkreisstriche. Bei Tachymetern sind elektronische Winkelgeber, die auch als Encoder bezeichnet werden, eingebaut. Die Ablesungen sind im Allgemeinen rechtsdrehend positiv, können jedoch z.B. für Absteckungsarbeiten, geändert werden. Ebenso kann bei diesen Instrumenten die Anzeige in Gon, Grad, Promille, Prozent etc. gewählt werden. Auch kann die Vertikalablesung als Zenitwinkel oder Höhenwinkelablesung dargestellt werden.

Drehbar gelagerte Achsen ermöglichen eine freie Bewegung des Messfernrohres. Nach Festklemmen der Bewegungsrichtung kann mit Hilfe von Feintrieben, die nochmals eine zweistufige Untersetzung aufweisen können, bewegt werden.

Bei den meisten Theodoliten ermöglicht das eingebaute optische Lot eine genaue Zentrierung des Messinstrumentes über einem Fixpunkt.

7.5.2 Tachymeter und Totalstationen

Ein Tachymeter ist eine Kombination von Richtungssensoren und eines Distanzmessers und gleicht im äusseren Aufbau einem Theodolit. Es wird zur Bestimmung von räumlichen Koordinaten eingesetzt. Ist ein elektronisches Tachymeter mit austauschbaren Speichermedien ausgerüstet und weist es einen Mikroprozessor auf, so dass auch externe Programme via Programm-Modul oder Schnittstelle geladen werden können, spricht man auch von Totalstation. Grosse grafikfähige Displays ermöglichen die Ablaufsteuerung komplexer Programme und die Einstellung der gerätespezifischen Parameter. Dies ermöglicht eine weitgehende numerische Auswertung der gemessenen Werte, angefangen von Distanzkorrekturen, Satzwinkelmessung, bis hin zur freien Stationierung usw. und letztendlich können beispielsweise Absteckungsarbeiten anhand von vorher geladenen Koordinatensätzen im Feld instrumentengeführt vorgenommen werden. Die Programme unterstützen in der Regel ein gewisses Jobmanagement, d.h. Datensätze, Displayorganisationen, Startmenüs usw. werden einem Projekt und/oder Benutzern zugeordnet. Allerdings sollte sich der Benutzer über den vollständigen Messprozess im Klaren sein, um die richtige Eingabe bzw. Übernahme von (evtl. nicht oder nicht mehr zutreffenden) Parametern (z.B. aus dem vorher bearbeiteten Projekt) zu gewährleisten. Dies gilt auch für simple Standardprozesse, die aufgrund von ggf. falsch eingestellten Korrekturwerten zu falschen Anzeigergebnissen führen.

Da sich die Menüstrukturen der einzelnen Hersteller unterscheiden und sie auch wegen der fortschreitenden Informatikentwicklung zwischen den einzelnen Instrumentenserien erheblichen Änderungen unterliegen, wird an dieser Stelle auf eine detaillierte Darstellung verzichtet. Leider variiert auch bei den Herstellern terrestrischer Instrumente das Datenformat (anders als bei GNSS, wo das RINEX-Format die Kombination von Daten unterschiedlicher Quellen ermöglicht), so dass das Jobmanagement bislang nur reibungslos mit der zugehörigen Bürosoftware funktioniert. Meistens besteht die Möglichkeit, das Instrument mit einem speziellen Befehlssatz über die RS232-Schnittstelle zu steuern, so dass auch Spezialanwendungen, die vom typischen geodätischen Anwendungsfall abweichen, automatisiert durchgeführt werden können.

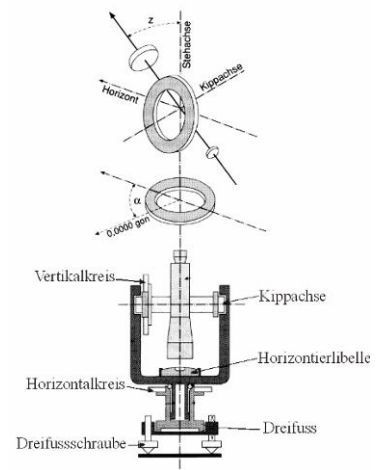


Abb. 7.47 Bauteile eines Theodolit

Begriffsbestimmung

$\tau\alpha\chi\upsilon\zeta$ (gr.) = schnell

Tachymeter = Schnellmesser

Der Begriff wurde gebildet, als Theodolite mit Reichenbachschen Distanzstrichen versehen wurden, wodurch erstmals mit einem einzigen Instrument standpunktbezogene Polarkoordinaten bestimmt werden konnten und auf die bisherigen Distanzmessmethoden, die meist eine Begehung der Strecke erforderten, verzichtet werden konnte.

Elektronisches Tachymeter:

elektronischer Theodolit mit Distanzmessteil.

Totalstation:

Synonym für elektronisches Tachymeter, Stand-alone-System mit Applikationssoftware.

Videotheodolit:

Theodolit mit integrierter CCD-Kamera.



Abb. 7.48 Leica TPS1200



Abb. 7.49 Trimble S6



Abb. 7.50 Topcon GPT-9000



Abb. 7.51 Sokkia SRX

Viele Hersteller (Trimble, Leica, Sokkia und Topcon) motorisieren die Horizontal- und Vertikalbewegung.

Tab. 7-5 Übersicht Totalstationen (mit Produktspezifikation)

Hersteller	Typ	Winkelgenauigkeit	Lichtquelle	Standardabweichung
Leica	TPS1200 (z.B. 1201 TCRP)	1", 3" und 5"	IR Diode	2mm + 2ppm
Trimble	S6 und S8	2", 3" und 5"	IR Diode	1mm + 1ppm
Topcon	GPT 9000 (z.B. GPT-9001A)	1" und 3"	IR Diode	2mm + 2ppm
Sokkia	SRX	1", 3" und 5"	IR Diode	1.5mm + 2ppm

7.5.3 Totalstationen mit automatisierter Zielpunktverfolgung und -erfassung

Sind die Messfernrohre mit Zieldetektoren (Vierquadrantendioden oder CCD) versehen, ermöglichen sie ein Tracking des Zielpunktes (nicht zu verwechseln mit Tracklight). Mittels einer am Zielpunkt operierenden Steuereinheit, die mit der Totalstation per Datenfunk kommuniziert, ist es möglich, Aufnahme und Absteckungen im „Ein-Mann-Betrieb“ durchzuführen. In der einfachsten Ausführung muss hierzu zunächst der optische Kontakt zwischen Totalstation und Reflektor hergestellt werden (z.B. Leica TCA-Serie). Wird dann der Reflektor bewegt, folgt das Fernrohr der Totalstation nach, wobei in der Regel kurzzeitige Signalunterbrüche ignoriert werden, solange die Bewegung gleichmässig erfolgt und der Extrapolationsalgorithmus greift. Zurzeit bieten Leica, Topcon, Trimble, Sokkia, Zeiss und weitere derartige Instrumente an, die sich in ihren technischen Realisierungen und damit auch in ihren Spezifikationen unterscheiden (Abb. 7.48 Leica TPS1200 - Abb. 7.51 Sokkia SRX). Leica und Zeiss werten das Bild einer CCD-Kamera aus, das aus dem vom Reflektor zurückgesandten Signal entsteht. Trimble nutzt hier einen CMOS-Sensor. Topcon scannt einen beschränkten Suchbereich matrixförmig ab, indem das zurückkommende Signal in Bezug auf seine Matrixlage analysiert wird. Dadurch lassen sich die unterschiedlichen Verfolgungstakraten erklären, die für Spezialanwendungen (Tracken bewegter Objekte) von Bedeutung sein können, prinzipiell aber für den üblichen Vermessungsgebrauch ausreichen.

Einige dieser Systeme (Topcon, Sokkia und Trimble) besitzen neben der Verfolgung eines einmal eingestellten Zieles die Möglichkeit, einen Reflektor (zusätzlicher IR-Sendeeinheit) zu orten, wobei der Suchbereich in Form von Sektoren vorgegeben werden kann.

Details zu den Funktionsweisen finden sich in [INGENSAND, BÖCKEM, 1997], [FEIST et al., 1998] und [HENNES, 1992]. Ein erster Prototyp (Topomat) eines automatisierten zielfindenden Systems entwickelte Prof. Matthias ab 1982 am IGP. Instrumente mit automatischer Zielverfolgung können ein bewegtes Ziel im cm-Bereich beschreiben.

7.5.4 Ablesung und Abgriff der Teilkreise

Bei einfachen optischen Theodoliten findet man die Ablesung der Teilkreise an Skalen, die auch zusätzlich mit einem Nonius versehen werden, siehe Abb. 7.52. Bei optischen Theodoliten höherer Genauigkeit findet man die diametrale Ablesung, bei der gegenüberliegende Teilkreisstellen aufeinander abgebildet und mit einem Koinzidenzmikrometer abgelesen werden, siehe Abb. 7.53. Damit wird die Exzentrizität des Teilkreises eliminiert.

Bei elektronischen Theodoliten sind mehrere Arten der elektronischen Winkelabtastung zu unterscheiden.

- relative oder inkrementale (zählende) Verfahren
- dynamische Verfahren mit rotierenden Teilkreisen
- absolute Verfahren mit codierten Teilkreisen

Inkrementaler Winkelabgriff

Auf einem Teilkreis (Glasteilkreis) ist ein Gitter mit äquidistanten Strichen oder ein Codemuster durch photographische Verfahren aufgebracht. An der Lichtschranke entsteht ein sinusförmiges Ausgangssignal, wenn der Teilkreis relativ zur Lichtschranke bewegt wird. Dieses wird durch Triggerung (Schwellwertbildung) in ein Rechtecksignal und anschliessend in einzelne Pulse umgeformt. Diese Pulse werden gezählt und sind proportional zum gedrehten Winkel. Bei einem Teilkreisdurchmesser von 60 bis 80 mm können nicht mehr als 20000 Striche photomechanisch aufgebracht werden. Durch den diametralen Abgriff mit diametraler Abbildung der beiden Bilder um $\pi/2$ phasenverschoben, entsteht die doppelte Anzahl von Hell-Dunkel Übergängen. Damit kann jedoch nicht die erforderliche Auflösung erreicht werden ($400 \text{ gon} / 20000 = 20 \text{ mgon}$). Für die Auflösung innerhalb des Inkrements muss das sinusförmige Diodensignal ausgewertet werden, siehe Abb. 7.54. Z.B. durch Ausnutzung des **Moiré-Effekts** lässt sich das Streifenmuster geometrisch vergrössern und einfacher abtasten. Dieser Effekt ist mit dem Noniusprinzip verwandt. Dabei wird die Grundteilung auf eine weitere Teilung entweder mit einem anderen Rastermassstab oder zueinander gewinkelt abgebildet, siehe Abb. 7.55.

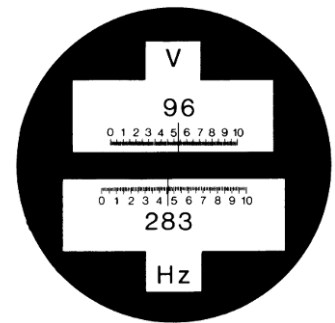


Abb. 7.52 Ablesung beim Skalenmikroskop; $H_z = 283.456$, $V = 96.538$

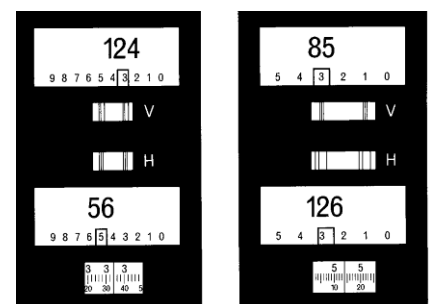


Abb. 7.53 Ablesung bei diametralen Ablesestellen; H_z - (links; 56.5334) und V -Kreis (rechts; 85.3514)

SIGNALBILDUNG BEI EINEM ENCODER

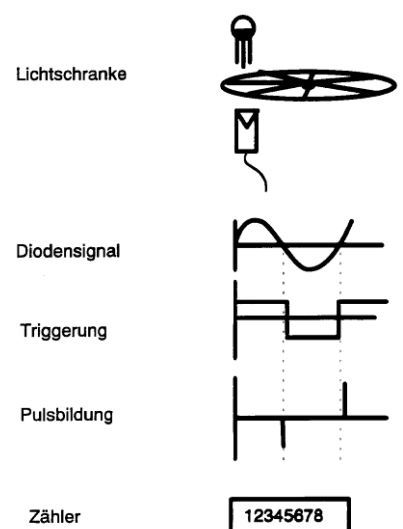


Abb. 7.54 Signalbildung bei einem Encoder

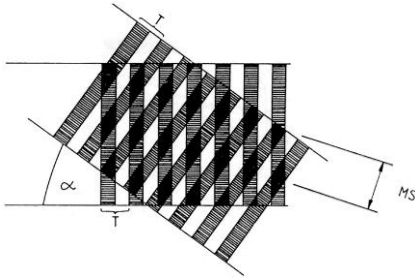


Abb. 7.55 Moiré-Streifenbildung durch Verdrehung. Der Abstand MS hängt vom Verdrehungswinkel α ab.

Zur eindeutigen Drehrichtungserkennung werden zwei um $\pi/2$ verschobene Signale benötigt. Um weitere systematische Einflüsse zu eliminieren, werden insgesamt 4 um $\pi/2$ phasenverschobene Signale von vier lichtempfindlichen Dioden abgetastet.

Prinzipiell ist mit inkrementalen Abgriffen keine Absolut-Richtungsmessung möglich. Erst ein zusätzlicher Abgriff einer Referenzmarke während des Initialisierungsprozesses erlaubt die Festlegung einer Nullrichtung.

Dynamischer Winkelabgriff

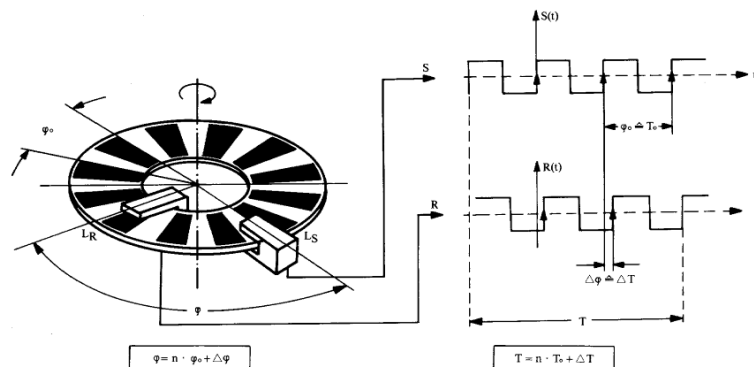


Abb. 7.56 Prinzip des dynamischen Winkelabgriffs

Beim dynamischen Abgriffverfahren (WILD T2000/T3000) lässt man den Teilkreis mit konstanter Drehzahl rotieren. Die Zahl der Striche zwischen einer fest mit dem Unterbau verbundenen Lichtschranke und einer mit der Alhidade gedrehten Lichtschranke ist proportional zum Winkel. Wie beim inkrementalen Verfahren hat der Teilkreis eine Nullmarke, die beim Passieren von L_S den Zähler startet und beim Passieren von L_R den Zähler stoppt. Zur weiteren Feinauflösung wird die Phasenlage wie beim Distanzmessverfahren bestimmt.

Somit lässt sich der Winkel φ folgendermassen darstellen:

$$\text{Gl. 7.5-1} \quad \varphi = n \cdot \varphi_0 + \Delta\varphi$$

Dieser Winkelabgriffstyp gehört zu den genauesten Abgriffen, die in Theodoliten eingebaut werden und erreicht eine Auflösung von 0.01 mgon.

Codierte Verfahren

Bei codierten Abtastverfahren wird der Teilkreis mit einem Code versehen. Einzelne Striche des Codes, dessen Geometrie bekannt ist, werden dann mit einem linearen CCD Sensor positionsmässig bestimmt. Das Prinzip wird von der grundlegenden Idee her bei allen Leica Theodoliten der TPS-Serie verwendet. Hierbei ist der Teilkreis in 128 Segmente unterteilt. Die einzelnen Elemente sind durch einen 7 bit Code eindeutig identifizierbar. Die Grenze zwischen zwei Segmenten ist durch einen dickeren Strich (Trennbalken) deutlich erkennbar. Aus dem höheren und dem tieferen Halbbyte - das sind jeweils 4 bit rechts und links vom dickeren Sektorstrich - kann rekonstruiert werden, in welchem Bereich sich der Ableseindex befindet. Damit kann bereits auf $400/128 = 3.25$ gon aufgelöst werden. Die Feinmessung, d.h. die Position der Trennbalkenmitte, erfolgt durch einfache Verhältnisberechnung, wobei ein Segment 102 Elementen auf dem CCD Sensor entspricht.

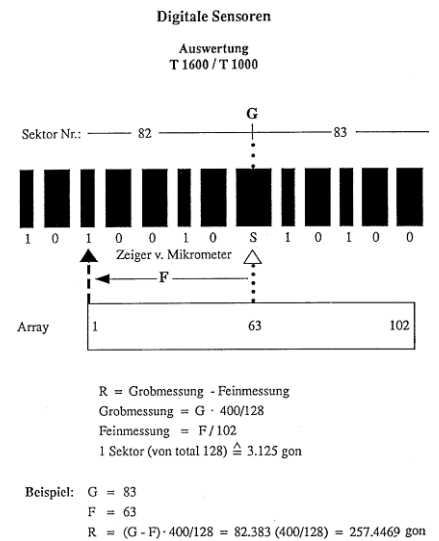


Abb. 7.57 Codierte Abtastverfahren
(z.B. Leica TPS-Serie)

7.5.5 Kompensatoren und elektronische Neigungssensoren in Theodoliten

Wie auch bei Nivellieren, werden in Theodoliten Kompensatoren eingebaut und übernehmen die Funktion der Höhenindexlibelle, welche die Stehachsneigung in Messrichtung kompensieren. Bei älteren optischen und elektronischen Theodoliten werden Kompensatoren in den Strahlengang der Vertikalkreisablesung eingeschaltet und verschieben den Ableseindex. In der Regel wird heute die Instrumentenneigung mit einem Neigungssensor gemessen und die am Vertikalkreis abgegriffene Richtung rechnerisch kompensiert.

Elektronische Neigungssensoren

Neuere Präzisionsinstrumente besitzen einen Zwei-Achsen-Kompensator, um den Einfluss der Querneigung zu eliminieren. Analog zu den Libellen besitzen Kompensatoren einen beschränkten Einspiel- bzw. Arbeitsbereich (< 0.1 gon) und einen Nulllagefehler (analog zum Spielpunkt bzw. Höhenindexfehler). Er lässt sich durch die Berechnung der Indexabweichung bestimmen bzw. durch Zwei-Lagen-Messung eliminieren. Um eventuell vorhandene Linearitätsfehler im Arbeitsbereich zu umgehen, sollte das Instrument gut horizontalisiert werden. Für Spezialanwendungen lassen sich als Neigungssensoren ausgeführte Kompensatoren ausschalten.

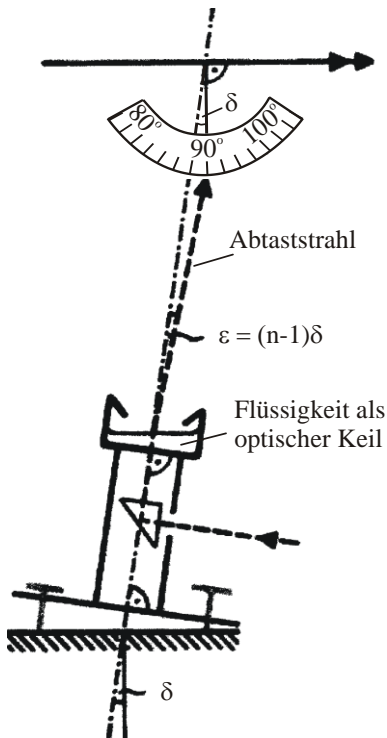


Abb. 7.58 Flüssigkeitskompensator

Flüssigkeitskompensatoren

Das Prinzip des Flüssigkeitskompensators beruht auf der Eigenschaft, dass sich die Oberfläche unter Einwirkung der Schwerkraft in die Horizontale einstellt. Optisch lassen sich Horizonte als totalreflektierende Bauelemente oder als Flüssigkeitskeile in den Strahlengang der Vertikalkreisablesung einsetzen, wie Abb. 7.58 zeigt. Heute werden eher separate Neigungssensoren in der Alhidade eingebaut, z.B. das in Abb. 7.30 gezeigte System.

Pendelkompensatoren

Die Pendelkompensatoren sind mit den Kompensatorbauformen der Nivelliere verwandt und werden ebenfalls nach der Aufhängung des Pendels unterschieden. So gibt es Drähte, Bänder, Federn und Kreuzfedergelenke.

7.5.6 Genauigkeitsklassen (Richtungsmessung)

Tab. 7-6 Theodolite / Tachymeter: Genauigkeitsklassen (Stand 2008)

Genauigkeitsklassen	Anwendungen	Genauigkeit für eine 1 x in beiden Lagen gemessene Richtung	Am Beispiel von Leica Instrumenten	Winkelabgriff	Kompensator
Niedrig	Bau, einfache Geländeaufnahme	10mgon	Leica Builder (T, R, RM)	Code	Flüssigkeits-K.
Mittel	Ing.-Arbeiten, Polygonierung, Absteckung	1-5 mgon	Leica TPS400 und TPS800	Code	Flüssigkeits-K.
Hoch	Punktbestimmung, Feinabsteckung, Industrieanwendungen	0.2-1mgon	Leica TPS1200 (1''-5'')	Code	Flüssigkeits-K.
Höchste	Tunnelbau, astronom. Beobachtungen, Industrieanwendungen	< 0.2mgon	Leica TCA2003 (0.5'') Leica TPS5000	Code Code	Flüssigkeits-K. Flüssigkeits-K.

7.6 Vermessungskreisel

Vermessungskreisel dienen dazu, die Nordrichtung herzustellen. Eine mit hoher Geschwindigkeit um eine Achse rotierende Masse hat das Bestreben, ihre Lage im Raum unverändert beizubehalten. Bei den bandaufgehängten Vermessungskreiseln liegt die Drehachse horizontal. Durch die Rotation der Erde wird das Kreiselsystem zu einer Präzessionsbewegung gezwungen, die zu Schwingungen um die geographische Nordrichtung führt. Die in einem Vermessungskreisel wirksamen Kräfte sind sehr klein, so dass aufwendige konstruktive Massnahmen notwendig sind, um mit hoher Präzision die Nordrichtung zu bestimmen, siehe Abb. 7.59.

Vermessungskreisel liefern lediglich Horizontalrichtungen. Die hier (näherungsweise) ermittelte geographische Nordrichtung ist noch aufgrund der Meridiankonvergenz, der Lotabweichungen und weiterer systematischer Einflüsse zu korrigieren, um das gesuchte Kartennord zu erhalten. Zudem sind Kreiselnulage und Teilkreisnull des zugehörigen Theodolits vom Skalennull des Kreisels verschieden. Dieser Offset ist zu kalibrieren und als Korrektur einzuführen. Vermessungskreisel werden für Richtungsübertragungen dort eingesetzt, wo keine Anschlussicht an das übergeordnete Netz besteht oder als zusätzliche Stützung einseitig angeschlossener Polygonzüge. Sie finden z.B. im Tunnelbau Anwendung.



Abb. 7.59 GYROMAT2000

7.7 Optische 3D-Messsysteme

In diesem Kapitel soll eine Übersicht über die verschiedenen optischen 3D-Messtechniken gegeben werden. Dazu gehören das terrestrische Laserscanning, das Range Imaging und die Photogrammetrie. Letztere soll hier der Gesamtheit halber erwähnt werden, jedoch wird für genauere Informationen auf die gleichnamige Vorlesung verwiesen.

7.7.1 Terrestrisches Laserscanning

Terrestrisches Laserscanning hat sich in den vergangenen Jahren neben den klassischen Vermessungsmethoden wie Tachymetrie, GNSS und Photogrammetrie als weitere Erfassungstechnik etabliert. Gegenüber den traditionellen Messtechniken besteht der Vorteil, dass mittels terrestrischem Laserscanning die Umgebung berührungslos, mit hoher 3D-Punktdichte und schnell vermessen werden kann. Beim terrestrischen Laserscanning handelt es sich um eine flächenhafte Aufnahmemethode. Im Gegensatz dazu werden mittels Tachymetrie gezielt diskrete Punkte aufgenommen.

Das Grundprinzip des terrestrischen Laserscanning ist mit der berührungslos messenden Tachymetrie vergleichbar und beruht auf der Aussendung, der Reflexion und dem Empfang des vom Objekt reflektierten Laserstrahls im Laserscanner. Mittels terrestrischen Laserscanners werden Schrägdistanzen, Horizontal- und Vertikalrichtungen gemessen (Abb. 7.60). Das Resultat einer Aufnahme ist eine sogenannte 3D-Punktwolke (Abb. 7.61). Zu jedem einzelnen Punkt der erzeugten Punktwolke liegen 3D-Koordinaten in einem lokalen Scannersystem einschliesslich eines Intensitätswertes vor. Farbwerte können von einer zusätzlichen Kamera, die im terrestrischen Laserscanner integriert ist, erfasst werden. Zusätzlich zu den geometrischen Informationen der Koordinatentripel bieten Intensitäts- oder Farbwerte eine weitere Information zur Unterscheidung und Klassifizierung von Objekten.

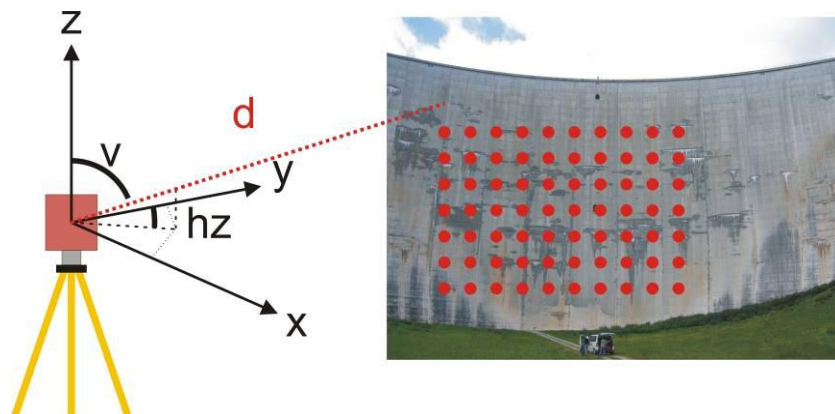


Abb. 7.60 Messprinzip terrestrisches Laserscanning

Neben dem statischen Laserscanning wird auch zunehmend das kinematische Laserscanning eingesetzt, bei dem ein oder mehrere Scanner in einem Fahrzeug eingebaut sind. Durch Befahrung der Umgebung mit dem Fahrzeug wird diese dreidimensional erfasst. Die Laserscannerposition wird dabei in Kombination von Tachymetrie, GNSS und INS bestimmt. Ebenso werden Neigungssensoren für Quer- und Längsneigungen des Fahrzeuges benötigt.

Die Einsatzgebiete von terrestrischen Laserscannern sind neben der Architekturvermessung und Anwendungen in der Denkmalpflege auch vermehrt im Bereich der Ingenieurvermessung (Deformationsmessungen, Bestimmung von Über- und Unterprofilen im Tunnelbau, etc.) zu finden. Insbesondere für die Aufnahme von Objekten mit speziellen und komplizierten Geometrien eignet sich terrestrisches Laserscanning. Weitere Anwendungsgebiete liegen beispielsweise im Bereich des Rohrleitungs- und Anlagebaus zur Erstellung von dreidimensionalen Plänen, der Archäologie, des Reverse-Engineerings und der Qualitätssicherung sowie in den Bereichen der Forensik und Unfallforschung.

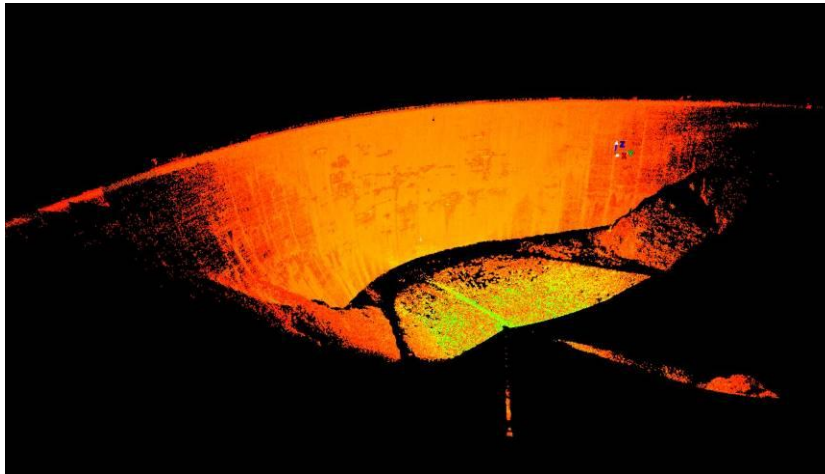


Abb. 7.61 3D-Punktwolke der Staumauer Nalps bei Sedrun

7.7.1.1 Distanzmesssystem

Die Bestimmung der Distanz zu jedem einzelnen Auftreffpunkt des Laserstrahls im Objektraum erfolgt (mit wenigen Ausnahmen) nach den aus der elektrooptischen Distanzmessung bekannten Verfahren: Puls-Laufzeit-Verfahren oder Phasenvergleichsverfahren. Das Distanzmessverfahren ist ein entscheidendes Unterscheidungsmerkmal für terrestrische Laserscanner. Die Messgeschwindigkeit und die Reichweite eines terrestrischen Laserscanners sind stark abhängig vom Distanzmessverfahren. Das **Puls-Laufzeit-Verfahren** ermöglicht eine gute Bündelung der Intensität und eine gute Signalerkennung, so dass sehr grosse Reichweiten bis zu einigen wenigen Kilometern erzielt werden.

Das **Phasenvergleichsverfahren** ist dagegen auf Reichweiten unter 100 m beschränkt, es ermöglicht jedoch eine deutlich höhere Messgeschwindigkeit von bis zu 500 kHz gegenüber ca. 50 kHz beim Puls-Laufzeit-Verfahren.

Im Gegensatz zu Distanzmessungen, die mit einem Tachymeter auf Reflektoren durchgeführt werden, gibt es beim Laserscanning meist keine Totalreflexion mit Orthogonalität zwischen dem einfallendem Laserstrahl und der Tangentialebene an das Objekt. Vielmehr bilden Laserstrahl und Tangentialebene einen Winkel ungleich 90° , und je kleiner dieser Winkel wird, desto schleifender trifft der Laserstrahl auf das Objekt.

Beim Auftreffen des Laserstrahls auf ein Objekt entsteht ein „Footprint“ oder „Laserspot“. Je kleiner dieser Laserspot, desto kleiner ist der Rauschanteil bedingt durch den Footprint. Ein extremes Beispiel ist die Erzeugung von so genannten „Mixed Pixels“, bei denen der Laserspot auf zwei räumlich hintereinander liegende Objekte auftrifft. Eine gute Bündelung des Laserstrahls (geringe „Beam-Divergenz“) reduziert den Rauschanteil.

Ein grösserer Laserspot ist aber nicht nur aus geometrischen Eigenschaften ungünstig. Er impliziert auch eine Verringerung der Signalstärke, die in Richtung des einfallenden Strahls reflektiert wird. Aufgrund der Überlagerung von einer idealen diffusen Reflexion (Lambert'sches Gesetz) mit der gerichteten Reflexion nimmt die Intensität des reflektierten Anteils des Laserstrahls in Richtung des einfallenden Strahls mit flacherem Auftreffwinkel ab.

Die Genauigkeit der reflektorlosen Distanzmessung hängt von vielen Parametern ab. So ist die Dynamik der reflektierten Signalintensität sehr gross. Je höher der Intensitätswert des reflektierten Signals, desto präziser ist die Distanz. Einflussfaktoren auf die Intensität sind dabei die Distanz selbst, der Auftreffwinkel des Laserstrahls auf das Objekt und die Reflexionseigenschaft der Oberfläche, die sich durch Farbe, Rauigkeit, Benetzung usw. stark ändern kann.

7.7.1.2 Ablenkensystem / Winkelmesssystem

Die Ablenkung des Laserstrahls erfolgt durch ein Spiegelsystem, das sich in zwei zueinander senkrechten Richtungen bewegen lässt. Entweder führt es Kippbewegungen (oszillierendes System) oder Drehbewegungen (rotierendes System) aus. Ausgehend von dem verwendeten Ablenkensystem und dem Sichtbereich der Aufnahme (Field of View) unterscheidet man auch zwischen „Kamera“-Scannern oder „Panorama“-Scannern (Abb. 7.62). Eine Mischform stellt der „Hybrid“-Scanner dar, bei dem die Strahlablenkung auf einem kippenden Spiegel beruht, der aber zusätzlich um eine weitere Achse rotiert. Die Bestimmung der Position des Spiegelsystems erfolgt analog zum Theodolit über digitale Winkelabgriffssysteme.

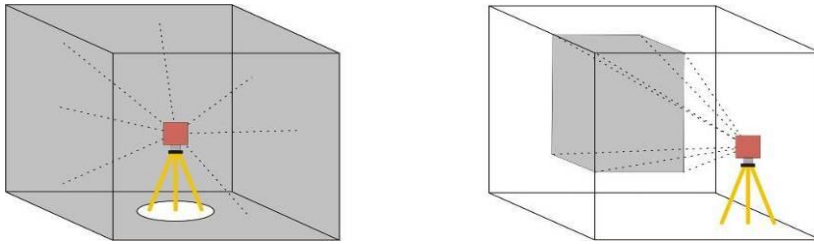


Abb. 7.62 Sichtbereich terrestrisches Laserscanner (links: Panorama-Scanner; rechts: Kamera-Scanner) (aus RUNNE et al., *Optical 3-D Measurement Techniques*, Wien, 2001)

7.7.2 Objekteigenschaften

Die Oberflächenbeschaffenheit und verschiedene Materialien können zu systematischen Effekten führen, insbesondere stark reflektierende Materialien (z.B. Metall, Reflektoren, andere spiegelnde Oberflächen) führen dazu, dass die Empfangseinheit des Distanzmesssystem übersteuert und keine plausiblen Distanzen ermittelt werden können. Als Parameter für die Objekteigenschaften gelten aber nicht nur Oberflächenbeschaffenheit und Farbe, sondern auch die Feuchtigkeit. So können aufgrund der Intensität auch trockene und feuchte Flächen unterschieden werden.

7.7.3 Auswahlkriterien für Laserscanning-Systeme

Eine Vielzahl von terrestrischen Laserscannern ist auf dem Markt erhältlich (Abb. 7.63). Die Auswahl erfolgt nach den Leistungseigenschaften wie Reichweite, Sichtbereich, Winkelauflösung, Erfassungsgeschwindigkeit, Genauigkeiten (Distanz-, Einzelpunkt- oder Objektgenauigkeiten) etc. Leider gibt es noch keine einheitlichen Parameter seitens der Hersteller, so dass ein Vergleich zwischen den einzelnen Geräten mit den Angaben der Hersteller schwer möglich ist. Vergleichende Untersuchungen der Laserscanner sowie diverse Genauigkeitsuntersuchungen wurden von unabhängigen Instituten durchgeführt. Ebenso unterscheiden sich Laserscanner von den klassischen Vermessungsinstrumenten darin, dass deren Verhalten bei verschiedenen äusseren Bedingungen (extreme Temperaturen, unter 0 °C und höher als 40 °C) sowie Feuchtigkeit (Feuchtigkeit am Objekt und Feuchtigkeit am/im Laserscanner) noch nicht ausreichend erprobt und bekannt sind.



Abb. 7.63 Übersicht Laserscanner (Stand 2010)

7.7.4 Arbeitsablauf - von der Aufnahme zum Modell

Der Arbeitsablauf für Laserscanning-Projekte kann in drei Hauptphasen eingeteilt werden: Vorbereitungen, Feldarbeiten und Auswertungen (Abb. 7.64). Das zeitliche Verhältnis von der Auswertung zur Feldarbeit kann dabei 10:1 erreichen oder sogar noch grösser ausfallen. Ein Ziel der aktuellen Forschung ist daher, dieses Verhältnis durch Verbesserung und Teilautomatisierung der Auswerteprozesse zu verkleinern. Mit neuen Ansätzen zur Analyse der Punktwolke ohne aufwändige manuelle Modellierungen soll dabei die Auswertung beschleunigt werden.



Abb. 7.64 Vom Objekt zum 3D-Modell

7.7.4.1 Vorbereitungen

Da momentan keine universal einsetzbaren Laserscanner auf dem Markt erhältlich sind, muss vor der Durchführung jedes Laserscanning-Projektes abgeklärt werden, ob mit dem zur Verfügung stehenden Laserscanner das zu vermessende Objekt aufgenommen werden kann. Dabei spielen die Ausdehnung des Objektes sowie die Distanzen zwischen Objekt und Laserscanner eine entscheidende Rolle. Ebenso ist es wichtig, vorgängig die Scannerstandpunkte zu bestimmen. Mit der Optimierung der Anzahl Scannerstandpunkte kann die Datenmenge reduziert und Nachmessungen vermieden werden.

Ein weiterer wichtiger Punkt für das Gelingen eines Laserscanning-Projektes ist die Bestimmung der Scan-Auflösung, die entscheidend vom gewünschten Detaillierungsgrad abhängt sowie die Datenmenge beeinflusst.

Die von verschiedenen Standpunkten aus aufgenommenen Punktwolken werden durch eine so genannte „Registrierung“ in ein gemeinsames lokales Scannerkoordinatensystem transformiert. Mittels „Georeferenzierung“ wird das aufgenommene Objekt in ein übergeordnetes Referenzsystem transformiert. Dazu werden Passpunkte benötigt, die auf bereits bestehenden Fixpunkten aufgestellt oder mittels Tachymetrie oder GNSS neu eingemessen werden. Bei grossen Objekten, die mit mehreren Scannerstandpunkten erfasst werden müssen, ist die Bestimmung eines Passpunktnetzes durch Tachymetrie oder GNSS fast unerlässlich. Eine gute Planung ist daher sehr entscheidend für einen effizienten Feldeinsatz.

7.7.4.2 Feldarbeiten

Die Feldarbeiten bestehen aus zwei Haupttätigkeiten. Dies ist einerseits die Aufnahme des Objektes mit dem Laserscanner selbst und andererseits, falls erforderlich, die Etablierung eines Referenzsystems mittels Tachymeter oder GNSS. Durch die relativ lange Scandauer (10 Minuten bis einige Stunden) auf einem Standpunkt können die Passpunkte während des Scannens des Objektes aufgestellt und eingemessen werden. Zur Markierung von Passpunkten werden häufig Kugeln, Zylinder oder herstellerspezifische Zielmarken verwendet. Bei Zwangszentrierungen von Tachymeter-Prismen und Zielmarken für den Laserscanner muss ein Höhenoffset beachtet werden. Zur Kontrolle der Scans wird im Feld die Punktwolke mittels geeigneter Software betrachtet und auf deren Vollständigkeit hin geprüft. Die Prozessierung der Punktwolke wird im Büro durchgeführt.

7.7.4.3 Auswertungen

Jede Punktwolke enthält Fehlmessungen, welche mittels automatischer Filterung oder manuell eliminiert werden müssen. Fehlmessungen entstehen zum Beispiel durch Reflexionen an vorbeifahrenden Fahrzeugen oder an Fussgängern, die den Scanbereich durchqueren. Ebenso wird das Messrauschen durch Glättungsalgorithmen minimiert und nicht benötigte Objekte in der Punktwolke gelöscht.

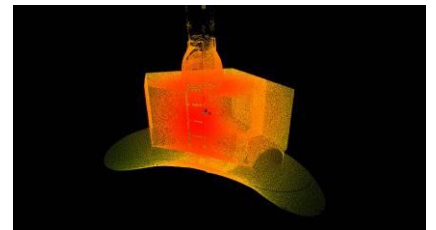


Abb. 7.65 3D-Punktwolke

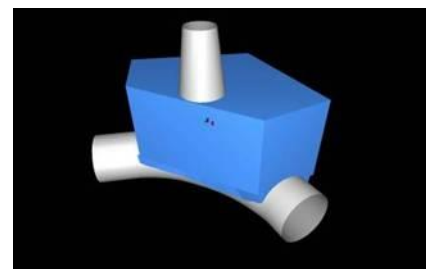


Abb. 7.66 3D-Modell erstellt mittels Formprimitiven

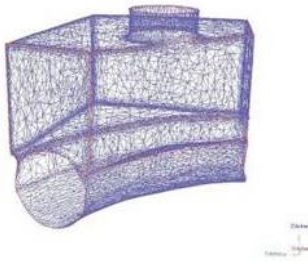


Abb. 7.67 3D-Modell erstellt mittels Formprimitiven

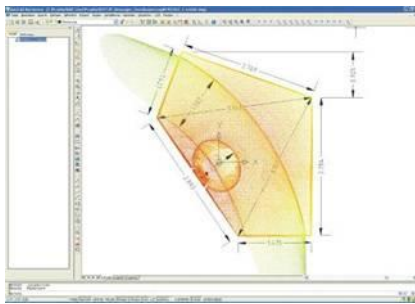


Abb. 7.68 Digitalisierung der Punktwolke in CAD-Software

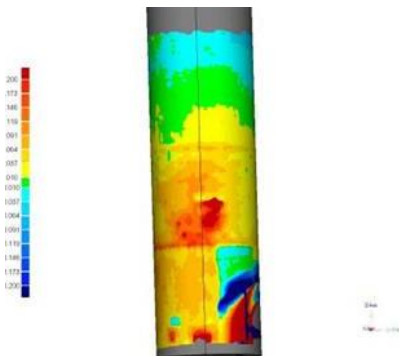


Abb. 7.69 Differenzenmodell: Soll-Ist Vergleich von Modell mit aufgenommener Punktwolke

Als nächster Schritt in der Prozessierung der Punktwolke (Abb. 7.65) folgt die „Registrierung“ bzw. „Georeferenzierung“. Mittels Passpunkte werden die einzelnen Scans in ein gemeinsames Koordinatensystem transformiert. Für die Weiterbearbeitung der Gesamtpunktwolke können verschiedene Arten von Auswertungen durchgeführt werden:

- Modellierung der Punktwolke aus Formprimitiven (Abb. 7.66): Die Punktwolke wird durch Elemente wie Kugeln, Zylinder, Ebenen, Kegeln, Röhren, etc. ersetzt.
- Rückführung der Punktwolke in ein Flächenmodell mittels Dreiecksvermaschung (Abb. 7.67): Berechnung von 3D-Modellen bestehend aus Freiformflächen (z.B. NURBS-Flächen).
- Import der reduzierten Punktwolke in eine CAD-Software (Abb. 7.68): Eine anschließende Vektorisierung der Punktwolke in der bekannten CAD-Umgebung (z.B. Microstation, AutoCAD) reduziert die Datenmenge erheblich und ermöglicht eine Weiterverarbeitung der Daten (Generierung von Schnittlinien, Geländemodellen, Volumenberechnungen, etc.).
- Vergleich von Punktwolken mit der Soll-Geometrie des Referenzobjektes (Abb. 7.69): Die Differenzen der einzelnen Punkte zum Referenzmodell werden berechnet.

Je nach Art der Auswertung und dem Grad der Automatisierung der Auswertefunktionen der Software wird für die Prozessierung von Punktwolken mehr Zeit benötigt.

7.8 Range Imaging

Seit langem ist die Wissenschaft bemüht, dreidimensionale Objekte mit hoher Genauigkeit in Quasi-Echtzeit zu erfassen. Mit den seit einiger Zeit auf dem Markt erhältlichen Range Imaging Kameras stehen 3D Sensoren mit einer erstaunlichen Leistungsfähigkeit zur Verfügung. Die technologische Grundlage bildet die Fähigkeit jedes einzelnen Bildelements, Distanzen zu messen, und somit 3D Koordinaten mit Videobildraten zu erzeugen.

7.8.1 Technologie

Für die Bestimmung von Punkten im Raum gibt es eine breite Palette von Technologien. Neben dem klassischen Ansatz der Multiplen- (bzw. Stereo-) Photogrammetrie und dem Laserscanning wurden von MESA® Imaging und PMD Technologies innovative Methoden der räumlichen Erfassung vorgestellt.

Laufzeitbasierte Range Imaging (RIM) Kameras sind bereits seit einigen Jahren auf dem Markt erhältlich. Seit ihrer Erfindung anfangs der 90er Jahre, haben sie in vielen Anwendungen Einzug gehalten. Im Bereich der Vermessung ist das detaillierte Wissen um diese neuartige Sensorik eher gering. Viele Einzelheiten bezüglich der Eigenschaften des RIM sind wenig erforscht. In diesem Beitrag werden einige Aspekte näher beleuchtet.

Wie Abb. 7.70 zeigt, besteht eine RIM Kamera aus zwei wesentlichen Komponenten. Ein Signalemitter sendet modulierte Strahlung aus. Die dabei verwendeten Modulationsarten basieren bei den aktuellen Sensoren in der Regel auf dem Prinzip der Amplitudenmodulation. Ein Teil der ausgesendeten Strahlung wird im Objektraum reflektiert und teilweise von einer vorgeschalteten Optik auf einem speziellen Bildsensor abgebildet. Die Besonderheit dieses Bildsensors liegt darin, dass jedes einzelne Pixel in der Lage ist die empfangene Strahlung zu demodulieren, d. h. die Phasenlage bzw. die Laufzeit des Signals zu bestimmen.

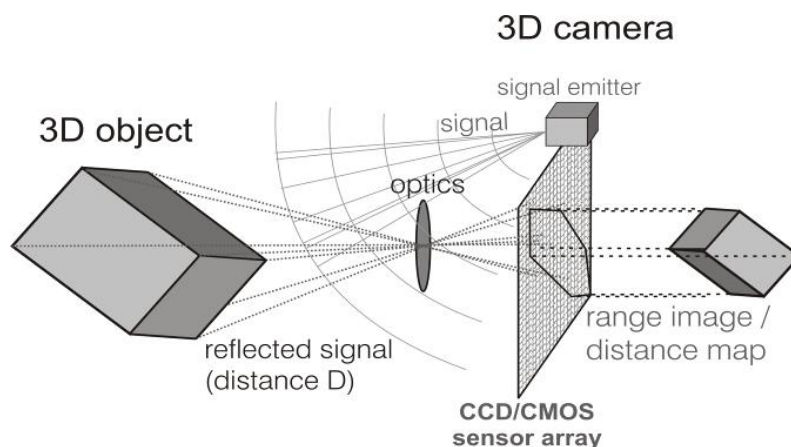


Abb. 7.70 Range Imaging (RIM) Grundprinzip

Moduliertes Licht wird ausgesendet und mit Hilfe einer geeigneten Optik auf einen speziellen Bildsensor abgebildet. Dieser Sensor ist in der Lage in jedem Pixel die Phasenlage (indirektes Laufzeitverfahren) oder die Laufzeit (direktes Laufzeitverfahren) zu bestimmen. Daraus kann zu jedem Bild eine korrespondierende 3D-Koordinate berechnet werden.

Am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich sind verschiedene RIM Kameras verfügbar, Abb. 7.71 zeigt die aktuellen Modelle von PMDTech und MESA. Die Grundtechnologie der beiden Kameras ist, bis auf einige Unterschiede im Aufbau, dieselbe. Alle basieren auf dem indirekten Laufzeitmessverfahren. Einzelheiten können in der entsprechenden Literatur nachgelesen werden. Darüber hinaus berichten NICLASS et al. (2005) von einer erfolgreichen Implementierung von Single Photon Avalanche Dioden (SPAD) in CMOS-Bildsensoren. Dadurch wird das direkte Laufzeitmessverfahren realisiert, mit der die Distanzmessung auf eine Laufzeitmessung reduziert wird. Im Weiteren wird ausschliesslich die Untersuchung von RIM-Kameras, welche auf dem indirekten Laufzeitmessverfahren basieren, vorgestellt.

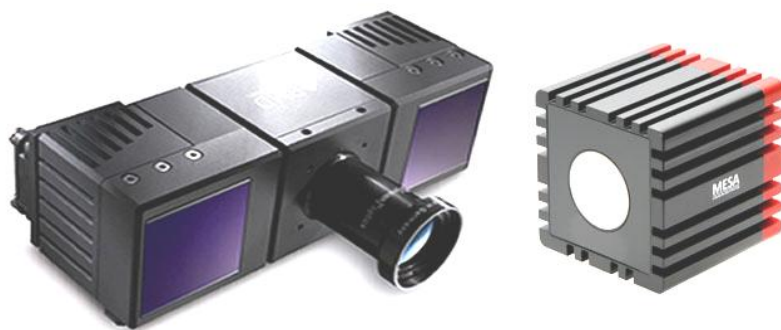


Abb. 7.71 CamCube und SR4000

7.8.1.1 Phasendifferenz- / Time-of-Flight-Distanzmessung

Der Begriff **Time-of-Flight** wird leider missverständlich verwendet, da er häufig äquivalent für das Laufzeitverfahren und das Phasendifferenzmessverfahren verwendet wird. Im Falle des SwissRanger wird kein Laufzeit-, sondern ein Phasendifferenzmessverfahren eingesetzt. Dabei wird amplitudenmodulierte Strahlung (Trägerwellenlänge ≈ 870 nm NIR, Modulationswellenlänge $\lambda_{\text{mod}} \approx 5$ m, 7 m oder 10 m) vom Beleuchtungssystem der Kamera ausgesendet.

Die emittierte Strahlung wird von den im Gesichtsfeld des Sensors befindlichen Objekten reflektiert und mittels einer Optik auf der sensitiven Fläche des Empfängers abgebildet. Wird die Intensität der empfangenen Strahlung $c(\tau_i)$ in vier um 90° phasenverschobenen Zeitpunkten τ_i , getriggert auf das ausgesendete Signal gemessen, so kann die empfangene Strahlung (Phase φ , Offset und Amplitude) rekonstruiert werden. Die Phasenlage der empfangenen Strahlung ist dann direkt proportional zur der vom Licht zurückgelegten Distanz D . Damit bestimmt sich die Distanz zwischen Sensor und Objekt nach folgenden Formeln (LANGE [2000]):

$$\text{Gl. 7.8-1} \quad \varphi = \arctan \left(\frac{c(\tau_3) - c(\tau_1)}{c(\tau_0) - c(\tau_2)} \right)$$

$$\text{Gl. 7.8-2} \quad D = \frac{\lambda_{\text{mod.}}}{2} \cdot \frac{\varphi}{2\pi} \quad \text{mit} \quad D \leq \frac{\lambda_{\text{mod.}}}{2}$$

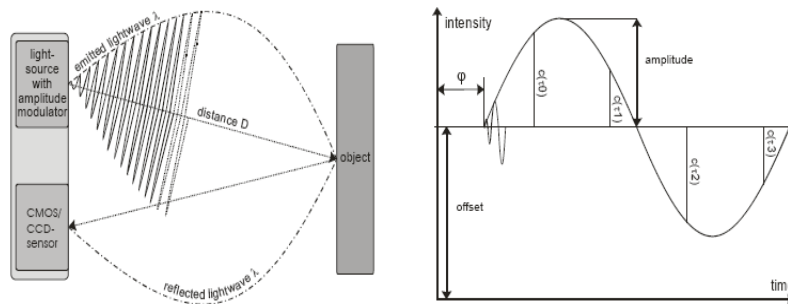


Abb. 7.72 Phasendifferenzmessprinzip des SwissRangers

7.8.1.2 Kombinierte CMOS/CCD-Technologie

Der für das zuvor beschriebene Messverfahren notwendige Empfänger wurde in einem kombinierten CMOS/CCD-Chip implementiert. Dadurch kann die hohe Sensitivität der CCD-Elemente mit der direkten on-board AD-Wandlung und den elementaren Berechnungen kombiniert werden.

Der Sensor liefert sofort digitale Daten, die mittels einer USB oder Ethernet-Schnittstelle ausgelesen werden können. Die Messfrequenz kann je nach Konfiguration einige Zehnerhertz betragen. Der Vorteil dieses flächenhaften Sensors gegenüber der Stereophotogrammetrie liegt in der Möglichkeit, direkt dreidimensionale Koordinaten der Messpunkte im Gesichtsfeld des Sensors ableiten zu können. Auf jedem Pixel des Sensors wird durch die vorgelagerte Optik ein anderer räumlicher Punkt abgebildet. Folglich ist eine räumlich Trennung der auszusendenden Strahlung nicht notwendig. Das Gesichtsfeld des SwissRanger wird mittels einer Sendeeinheit mit ein- und derselben amplitudenmodulierten Strahlung beleuchtet (möglichst homogen). Von jedem Punkt im Raum wird das Sendesignal reflektiert und über die Optik auf dem entsprechenden Pixel des Sensors abgebildet und dort demoduliert.

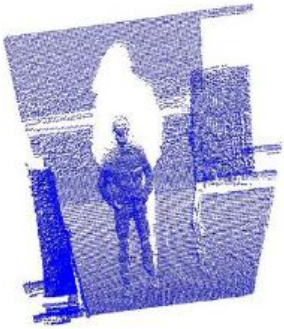


Abb. 7.73 3D-Punktwolke einer Person und einigen Objekten. Die Koordinaten wurden aus Messungen eines SR-3000 abgeleitet.

7.8.2 Anwendungsgebiete

RIM ist ein für viele Anwendungen einsetzbares Messverfahren, welches aufgrund seiner vielen Vorzüge immer mehr Verbreitung finden wird. Insbesondere die Automobilindustrie, die Robotik und seit neuem auch die Computerspieleindustrie sind die treibenden Kräfte hinter der Weiterentwicklung dieser Technologie. Abb. 7.74 zeigt einige wesentliche Anwendungen des RIM innerhalb eines Kraftfahrzeugs FRITSCHÉ (2007) und ZYWITZA et al. (2005). Auch in der Vermessung wird der Einsatz derartiger Sensoren diskutiert. Dabei werden vor allem die weniger klassischen Gebiete der Vermessung, wie das Tracking von Objekten (KOHOUTEK, 2006) und Personen und deren Bewegungen (KOHOUTEK, 2009), die schnelle Erfassung von bewegten Objekten und die Ergänzung bzw. der Ersatz des terrestrischen Laserscanning in der Bachbettmessung durch NITSCHÉ et al., (2010), angesprochen. Auch eine Anwendung in Tachymetern oder in Kombination mit GNSS ist denkbar (KAHLMANN et al., 2006). Insbesondere die Kombination der hohen Auflösung mit Videobildraten (bis zu etwa 50Hz) und der entsprechenden Simultaneität der Daten zeigen die wesentlichen Vorteile der RIM-Technologie.

Insbesondere Fahrassistenzsysteme und Sicherheitsapplikationen stehen im Vordergrund. Einige der hier gezeigten Einsatzgebiete werden in naher Zukunft in die Serienproduktion einfließen.

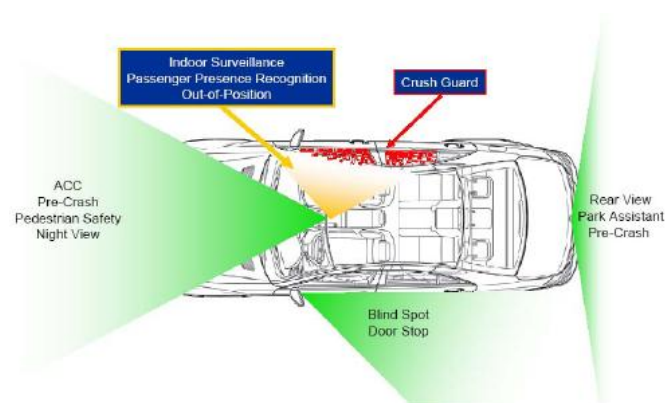


Abb. 7.74 Anwendungen der RIM-Technologie innerhalb eines Kraftfahrzeugs (nach FRITSCHÉ, 2007).

KAPITEL 8

SATELLITENMESSSYSTEME



8 Satellitenmesssysteme

8.1	Einführung	284
8.2	Der prinzipielle Aufbau von GNSS	285
8.2.1	Das Raumsegment (Satelliten auf Umlaufbahnen)	285
8.2.2	Das Kontrollsegment (militärisch und zivil)	285
8.2.3	Das Nutzersegment	286
8.3	Die GPS Signalstruktur	287
8.4	Übersicht über Satelliten Navigations Systeme	288
8.4.1	GLONASS	288
8.4.2	GALILEO	288
8.4.3	COMPASS	288
8.5	Wie bestimmt GNSS Koordinaten auf der Erdoberfläche?	289
8.5.1	Laufzeitmessung durch Codekorrelation	289
8.5.2	Phasenmessung mit den Trägerfrequenzen	289
8.5.2.1	Narrow Lane Solution	290
8.5.2.2	Wide Lane Solution	290
8.6	Fehlereinflüsse bei GNSS	291
8.6.1	Fehler der Satellitenuhren	291
8.6.2	Signalausbreitungsabweichungen	291
8.6.2.1	Ionosphäre	291
8.6.2.2	Troposphäre	291
8.6.3	Cycle slips	291
8.6.4	Mehrwegausbreitung, Signalabschattung, Beugung	292
8.6.5	Antennenexzentrizität	292
8.7	Korrektur und Elimination von Fehlereinflüssen durch Differentielle GNSS (D-GNSS) Messverfahren	293
8.7.1	Prinzip der relativen Punktbestimmung	293
8.7.2	Empfänger-Einfachdifferenzen (Single Difference)	293
8.7.3	Empfänger-Satellit-Doppeldifferenz (Double Difference)	293
8.7.4	Dreifachdifferenzen (trippel difference)	293
8.7.5	Elimination der Phasensprünge (Cycle Slips)	294
8.7.6	Ionosphärenfreie Linearkombination (Ionosphere-Free Solution)	294
8.8	GNSS Messprinzipien	295
8.8.1	Static	295
8.8.2	Rapid Static	295
8.8.3	Stop and Go	296
8.8.4	Kinematic	296
8.8.5	Realtime-Differenziell	296
8.8.6	Genauigkeiten	297

8.9	GNSS-Satellitenempfänger für Vermessung	298
8.9.1	Differentielle-GNSS-Dienste	298
8.9.2	Geostationäre Satelliten	298
8.9.3	DGNSS für geodätische Zwecke	298
8.10	NMEA-Daten-Schnittstelle	299

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

$\Delta\varphi$	Phasenunterschied
$\Delta\lambda$	Wellenreststück
Δh	Höhenunterschied
φ	Phasenwinkel
λ	Wellenlänge
c_0	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
f	Frequenz
L1	Trägerwelle GPS Signal (1575.42 MHz)
L2	Trägerwelle GPS Signal (1227.60 MHz)
N_k	ganzzahlige Vielfache
r	Distanz zum Satellit

8 Satellitenmesssysteme

Stichwörter: Ambiguities, Anti Spoofing, Auswerteverfahren, Cycle slips, Dopplerprinzip, Frequenzkorrektion, FFT, GLONASS, GPS, GNSS-Empfänger, Korrelation, Phasenvergleichsverfahren, Pseudorange, PZ90, Selective Availability, Signalstruktur, WGS84

Zusammenfassung: GNSS ist ein wichtiger Bestandteil der Vermessung geworden. Insbesondere zur Neubestimmung von Koordinaten hat GNSS den Vorteil, dass es sich direkt auf ein Übergeordnetes Koordinatensystem beziehen kann. Das bedeutet, dass alle Koordinaten unabhängig von anderen gemessen werden. Einschränkend ist allerdings, dass für GNSS-Messungen freie Sicht zu den Satelliten vorliegen muss. GNSS-Messungen im inneren von Gebäuden oder gar in Tunnels sind daher nicht möglich. Selbst im Wald sind GNSS-Messungen nicht durchführbar.

In diesem Kapitel wird der allgemeine Aufbau des Systems beschrieben. Die verschiedenen Systeme der einzelnen Länder werde kurz vorgestellt. Die Messverfahren und Korrekturfaktoren werden besprochen.

8.1 Einführung

Bereits seit den sechziger Jahren sind Satellitensysteme für Navigation und weltweite Positionsbestimmungen im Einsatz. Voll operationell ist heute das amerikanische NAVSTAR-GPS (NAVigation System with Time And Ranging - Global Positioning System). Das entsprechende russische System GLONASS (GLObal NAVigation Satellite System), ist noch nicht ganz ausgebaut, es soll aber in den nächsten Jahren komplett ausgebaut sein. So bieten alle Hersteller Receiver an, die gleichzeitig GPS- und GLONASS-Satelliten empfangen können. Als europäisches System ist GALILEO zu nennen, welches sich im Aufbau befindet. Daneben ist noch das chinesische COMPASS System zu erwähnen, welches sich ebenfalls in der Aufbauphase befindet. Daneben sind noch geostationäre Satellitensysteme (EGNOS, WAAS etc.) zu erwähnen, die GNSS durch Senden von Korrekturdaten und weiteren Informationen unterstützen.

GNSS dienen in erster Linie Navigationszwecken. Standen am Anfang militärische Applikationen im Vordergrund, so sind heute zivilen Anwendungen ebenso wichtig. Navigation auf See, auf Land und zunehmend auch in der Luftfahrt erfolgt mehrheitlich mit GNSS. Die absolute Genauigkeit beträgt weltweit 10 m.

Das Koordinatensystem von GPS beruht auf dem WGS84-Ellipsoid (World Geodetic System 84), das von GLONASS auf dem PZ90. Die Transformationsparameter zwischen beiden Systemen sind bekannt

Geodätische Anwendungen fordern Genauigkeiten im Zentimeterbereich und besser. Um diese Werte zu erreichen, werden spezielle GNSS-Empfänger und spezielle Messtechniken eingesetzt. Differentielle Messverfahren, das heisst gleichzeitiges Messen mit mindestens zwei Geräten, und ausgeklügelte Auswertelgorithmen sind genau so wichtig, wie die Verwendung von Mehrkanalempfängern, die simultan Signale von mehreren Satelliten registrieren können.

Die globale Verfügbarkeit und die Erreichbarkeit hoher Genauigkeiten sind die grossen Vorteile von GNSS. Dabei ist im Unterschied zu terrestrischen Messungen keine Sichtverbindung zwischen den einzelnen Messstationen erforderlich. Das Wetter und die Tageszeit spielen bei GNSS-Messungen eine wesentlich kleinere Rolle als bei terrestrischen Messverfahren.

8.2 Der prinzipielle Aufbau von GNSS

Prinzipiell lassen sich alle GNSS-Systeme in die folgenden drei Segmente einteilen:

- Das Raumsegment
- Das Kontrollsegment
- Das Benutzersegment

8.2.1 Das Raumsegment (Satelliten auf Umlaufbahnen)

Das GPS Raumsegment besteht aus 24 Satelliten, sogenannten Space Vehicles (SV), welche die Erde in einer Höhe von ca. 20200 km auf sechs nahezu kreisförmigen Bahnen mit einer Inklination (Bahnneigung) von 55° gegenüber dem Äquator in jeweils 11 Stunden und 58 Minuten, also genau einem halben Sterntag umkreisen. In Bezug auf die Weltzeit stellt sich damit eine identische Konstellation jeden Tag vier Minuten früher ein. Zusätzliche Reservesatelliten garantieren die Stabilität des Systems bei Ausfällen, aktuell umkreisen 31 Satelliten die Erde. Die Satelliten wiegen ca. 840 kg und werden von zwei Sonnenkollektoren mit einer Fläche von je 7.2 m^2 mit Energie versorgt. Mehrere Atomuhren mit einer Grundfrequenz von 10.23 MHz an Bord der Satelliten dienen dazu, die ausgesendeten Signale zu generieren.

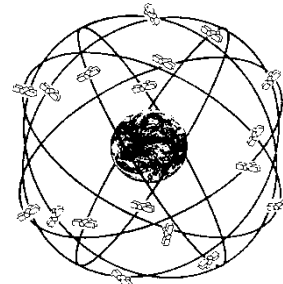


Abb. 8.1 Satellitenkonstellation GPS

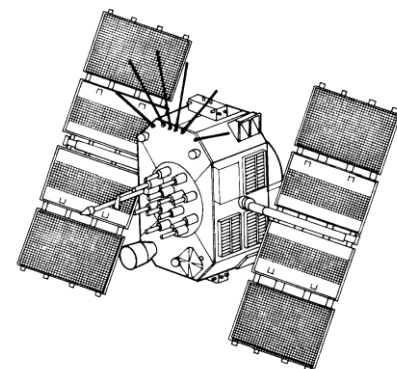


Abb. 8.2 GPS-Satellit

8.2.2 Das Kontrollsegment (militärisch und zivil)

Das militärische Kontrollsegment besteht aus fünf Zweifrequenz-GPS-Empfängern, rund um die Erde auf fünf Monitorstationen verteilt. Diese messen zu allen sichtbaren Satelliten die Pseudodistanzen, korrigieren diese bezüglich troposphärischer und ionosphärischer Refraktion, glätten die Messwerte und senden sie an die Master-Kontrollstation in Colorado Springs. Dort werden die Bahndaten (Ephemeriden) der Satelliten bestimmt, zu einer Navigationsnachricht zusammengestellt und an die Satelliten übermittelt zur Weitergabe an das Nutzersegment. Diese Bahndaten („Broadcast Ephemeris“) weisen eine Genauigkeit von wenigen Metern auf und genügen damit zu Navigationszwecken ebenso wie für die meisten geodätischen Anwendungen.

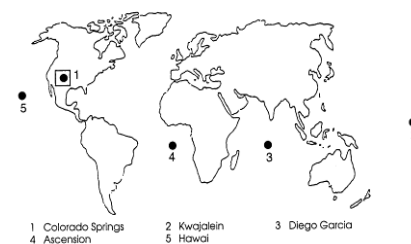


Abb. 8.3 Militärisches Kontrollsegment



Abb. 8.4 Hand GPS Empfänger Garmin 60SCx



Abb. 8.5 Leica Viva GS15 Performance GPS Receiver (www.leica-geosystems.ch)

Seit einigen Jahren bestimmt der IGS (International GPS Service) hochpräzise Bahndaten („Precise Ephemeris“) mit einer Genauigkeit von wenigen Zentimetern. Dazu werden die Daten von etwa 200 weltweit verteilten Permanent-Stationen verwendet, darunter auch die der Station Zimmerwald bei Bern. Diese Bahndaten stehen nicht in Echtzeit, sondern jeweils mit zwei Wochen Verzögerung zur Verfügung. Sie dienen in erster Linie wissenschaftlichen Fragestellungen wie der Erforschung der Plattentektonik und des Erdrotationsverhaltens oder der Modellierung der Troposphäre. Die Geodäsie verwendet präzise Ephemeriden für grossräumige Netze ab 100 km Ausdehnung oder für die genaue Lagerung von Vermessungsprojekten in unerschlossenen Gebieten.

8.2.3 Das Nutzersegment

Jeder, der einen GPS-Empfänger einsetzt, gehört zum Nutzersegment. Den Anwendungsmöglichkeiten sind fast keine Grenzen gesetzt: Geodäsie, Navigation auf See, Navigation in der Luftfahrt, Bestimmung von Fahrzeugpositionen bis hin zum Flottenmanagement von Transportunternehmen, Steuerung von Land- und Baumaschinen, Trekking, usw. Aber auch für Frequenz- und Zeitbestimmung oder Zeitsynchronisation eignen sich GPS-Systeme hervorragend.

Bei den meisten GPS-Receivern handelt es sich um Einfrequenzempfänger, die nur das GPS-Signal der L1 Trägerfrequenz verarbeiten. Geodätische Empfänger für hohe Genauigkeiten verwenden die Signale L1 und L2 und werden deshalb als Zweifrequenzempfänger bezeichnet.

Die wichtigsten Hersteller von GNSS Receiver sind:

Trimble, Leica Geosystems (Novatel), Topcon/SOKKIA (Javad/Novatel), Javad Navigation, Ashtech, Magellan.

8.3 Die GPS Signalstruktur

Basierend auf der Grundfrequenz von 10.23 MHz (GPS) sendet jeder Satellit permanent zwei Trägerwellen L1 und L2 aus:

L1: $154 \cdot 10.23 \text{ MHz} = 1575.42 \text{ MHz}$ Wellenlänge von 19.05 cm

L2: $120 \cdot 10.23 \text{ MHz} = 1227.60 \text{ MHz}$ Wellenlänge von 24.45 cm

Bei den neuesten GPS Satelliten gibt es eine weitere Frequenz

L5: $115 \cdot 10.23 \text{ MHz} = 1176.45 \text{ MHz}$ Wellenlänge von 25.55 cm

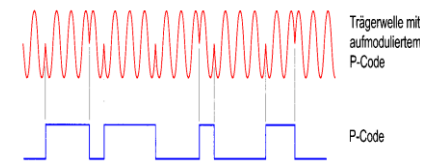


Abb. 8.6 Bi-Phasenmodulation der GPS-Signale

Den Trägerwellen L1-L5 sind Navigationssignale (Codes) und Navigationsnachrichten (Messages) überlagert. Auf L1 moduliert sind der C/A-Code (Clear/Acquisition) und der P-Code (Precise), auf L2 nur der P-Code.

Beim C/A-Code handelt es sich um einen für alle Nutzer zugänglichen Code, der eine Auswertung des GPS-Signals bei eingeschränkter Genauigkeit ermöglicht („Code-Lösung“). Eine pseudo-zufällige Sequenz (Pseudo Random Noise, PRN) der Werte +1 und -1 annimmt, wird auf die Trägerwelle biphasenmoduliert. Diese Sequenz wiederholt sich jeweils nach einer Millisekunde und wird deshalb als pseudozufällig bezeichnet. Die Frequenz beträgt 1.023 MHz, die Wellenlänge 293.1 m. Jeder Satellit hat seinen eigenen C/A-Code und ist damit eindeutig identifizierbar.

Der P-Code weist eine Frequenz von 10.23 MHz und eine Wellenlänge von 29.31 m auf. Er hat eine Wiederholungsrate von 267 Tagen, wobei jeder Satellit nur ein spezielles, sieben Tage dauerndes Teilsegment des gesamten Codes sendet. Die Teilsegmente bestehen aus verschiedenen Zeitabschnitten des Gesamtmusters und unterscheiden sich daher. Der P-Code ist nicht frei zugänglich, sondern wird vom Betreiber zusätzlich in den Y-Code verschlüsselt. Diese Verschlüsselung wird als Anti-Spoofing (to spoof: beschwindeln, reinlegen) bezeichnet. Der Y-Code ist nur militärischen Stellen bekannt. Hersteller von Zweifrequenz-GPS-Empfängern haben Autokorrelations- und Kreuzkorrelationsverfahren entwickelt, um trotz dieser Verschlüsselung die P-Code-Eigenschaften zu nutzen. Die Selective Availability (GPS), ein weiteres vom Betreiber eingesetztes Verfahren zur Verschlechterung der Navigationsgenauigkeit, wurde am 1. Mai 2000 abgeschaltet. Durch eine weitere Phasenmodulation wird bei den GPS-Trägerwellen die Navigationsnachricht aufmoduliert. Diese besteht aus einer 30 Sekunden dauernden Sequenz im Takt von 50 Hz. Sie enthält Information die sogenannten Almanachdaten, das heisst, die Gesamtheit der Satellitenbahndaten und den aktuellen Systemstatus (Health Status).

8.4 Übersicht über Satelliten Navigations Systeme

8.4.1 GLONASS

GLONASS ist das russische Pendant zu GPS und funktioniert nach den gleichen Prinzipien wie GPS. Am 18. Januar 1996 war das System voll ausgebaut und wurde zum Betrieb freigegeben. Von den geplanten 24 Satelliten in den drei um 64.8° gegenüber der Äquatorialebene geneigten Bahnen stehen zurzeit elf zur Verfügung. Die Umlaufzeit der Satelliten beträgt 11 Stunden und 16 Minuten und die Umlaufbahn liegt in einer Höhe von 19'100 km. Im Gegensatz zu GPS sendet jeder GLONASS-Satellit (k) auf einer eigenen Frequenz (geringere Jamming-Störanfälligkeit). Es gibt ebenso die Basisfrequenzen L1 bzw. L2 mit $L1 = 1602 \text{ MHz} + k \cdot 9/16 \text{ MHz}$ und $L2 = 1246 \text{ MHz} + k \cdot 7/16 \text{ MHz}$. Wie bei GPS gibt es einen Coarse Acquisition Code und einen Präzisionscode.

8.4.2 GALILEO

Auch Galileo basiert auf den gleichen Grundprinzipien wie GPS. Die Satelliten befinden sich in einem Abstand von der Erde von etwa 23.260 km. Ein Netz von Bodenstationen kontrolliert die Satelliten und Bahnen. Zurzeit sind zwei Testsatelliten Giove A1 (seit 2005) und Giove B (Seit 2007) im Umlauf. 14 weitere Satelliten sind anfangs 2010 in Auftrag gegeben worden.

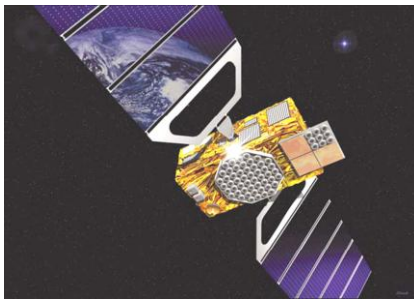


Abb. 8.7 GALILEO Satellit

8.4.3 COMPASS

COMPASS bezeichnet das chinesischen Satellitennavigations-systems. Im Endausbau wird es aus 4 geostationären Satelliten, 12 Satelliten auf geneigten geosynchronen Bahnen und 9 Satelliten mit Flugbahnen in einer Höhe von 22.000 km Höhe bestehen. Die geostationären Satelliten Beidou-1A und -1B wurden am 30. Oktober und 20. Dezember 2000 gestartet.

8.5 Wie bestimmt GNSS Koordinaten auf der Erdoberfläche?

Bei allen GNSS-Verfahren werden Distanzen zwischen der Antenne des Empfängers und den Satelliten gemessen. Ausgehend von bekannten Satellitenkoordinaten kann man aus den Distanzen oder Distanzänderungen die dreidimensionalen Koordinaten des Antennenzenrums berechnen. Für die geometrische Lösung genügen drei Distanzen. Die Position der Antenne entspricht geometrisch dem Schnittpunkt dreier Kugeln mit den Satellitenorten als Kugelzentren mit den drei gemessenen Distanzen als Radien, siehe Abb. 8.8. Es gibt einen weiteren Schnittpunkt im Weltraum, dessen Koordinaten sich aber eindeutig von Koordinaten auf der Erdoberfläche unterscheiden und damit als Lösung ausscheiden.

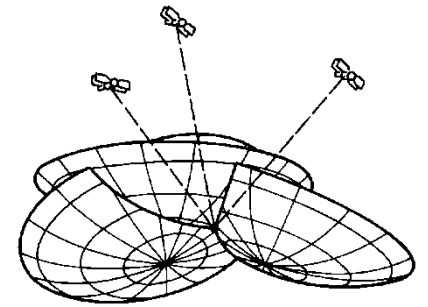


Abb. 8.8 Position aus dem Schnitt dreier Kugeln

Eine Qualitätsaussage über die zu erwartende Genauigkeit einer Messung liefern sogenannte DOP-Werte (Dilution of Precision). Je besser die Satelliten über den Horizont verteilt sind, umso kleiner sind diese DOP-Werte und umso besser ist die Geometrie der Positionsbestimmung. Für geodätische Anwendungen ist der GDOP (geometrical DOP) wichtig, er sollte nach Möglichkeit kleiner als 3 sein und wird vom Receiver angezeigt. Da zwischen GNSS-Zeit und der Uhr im Empfänger ein unbekannter Zeit-Offset besteht, werden mindestens vier Satelliten beobachtet, um die Zeitsynchronisation zwischen GNSS-Zeit und Empfängeruhr berechnen zu können.

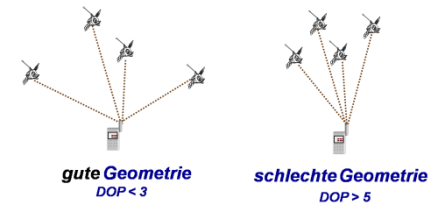


Abb. 8.9 DOP und Geometrie

8.5.1 Laufzeitmessung durch Codekorrelation

Die Distanz vom Empfänger zum Satelliten wird über eine Laufzeitmessung mit Hilfe des C/A- oder P-Codes erhalten. Der Zeitunterschied multipliziert mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Signals ergibt die Distanz.

8.5.2 Phasenmessung mit den Trägerfrequenzen

Bei diesem Verfahren wird die Phasenverschiebung der Trägerwellen λ_n gemessen. Das heißt, die Phase des ankommenden Satellitensignals wird mit der Phase eines im Empfänger erzeugten Referenzsignals verglichen. Mit dieser Phasenmesstechnik kann eine Wellenlänge theoretisch mit 1:1000 im Submillimeterbereich aufgelöst werden. Die Anzahl ganzer Wellenlängen (Ambiguities) der Distanz Satellit-Empfänger bleibt zunächst unbekannt. Es gibt inzwischen verschiedene Auswertelgorithmen, die aus möglichst wenigen Messungen in kurzer Zeit diese sogenannten Mehrdeutigkeiten lösen können (Ambiguity Resolution, Ambiguity Resolution on the Fly). Dabei werden u.a. aus

4 Unbekannte = 3 Koordinaten + Zeitkorrektur

Zeitkorrektur	Pseudostrecken
$r_1 = \Delta t_e \cdot c + \sqrt{(X_1 - X_e)^2 + (Y_1 - Y_e)^2 + (Z_1 - Z_e)^2}$	
$r_2 = \Delta t_e \cdot c + \sqrt{(X_2 - X_e)^2 + (Y_2 - Y_e)^2 + (Z_2 - Z_e)^2}$	
$r_3 = \Delta t_e \cdot c + \sqrt{(X_3 - X_e)^2 + (Y_3 - Y_e)^2 + (Z_3 - Z_e)^2}$	
$r_4 = \Delta t_e \cdot c + \sqrt{(X_4 - X_e)^2 + (Y_4 - Y_e)^2 + (Z_4 - Z_e)^2}$	

Abb. 8.10 Gleichungssystem mit 4 Unbekannten

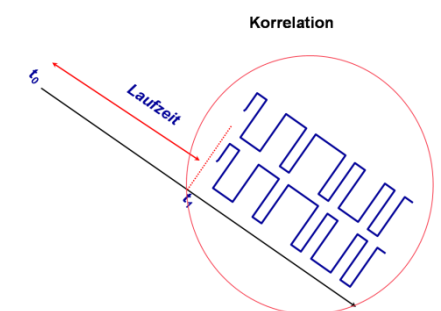


Abb. 8.11 Laufzeitmessung mit Codekorrelation

Sender (Satellit) Empfänger

$$D = \underbrace{(N \cdot \lambda)}_{\text{AMBIGUITÄTES}} + \underbrace{\frac{\varphi}{2\pi}}_{\text{RESTPHASE}}$$

Abb. 8.12 Prinzip der GNSS Phasenmessung

der Kombination der Frequenzen weitere Information zur Bestimmung der Ambiguities abgeleitet.

8.5.2.1 Narrow Lane Solution

Eine additive Linearkombination der Trägerfrequenzen führt zu der kurzen Wellenlänge von etwa 10 cm. Damit sind die Mehrdeutigkeiten nur schwierig zu bestimmen, aber das Messrauschen wird dafür geringer.

8.5.2.2 Wide Lane Solution

Bei der wide lane solution handelt es sich um eine ganzzahlige Linearkombination der beiden Wellenlängen. Durch eine subtraktive Kombination der L1 und L2 Trägerphasen entsteht eine Schwebungsfrequenz. Sie hat mit 84 cm eine grössere Wellenlänge („wide lane“), was die Lösung der Mehrdeutigkeiten vereinfacht. Dies funktioniert allerdings nur bei nicht zu grossen Ionosphäreneinflüssen.

In Zukunft wird durch die zusätzliche Trägerfrequenz L5 die Bestimmung der Ambiguities weiter erleichtert werden

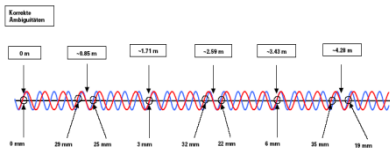


Abb. 8.13 Kombination von L1 und L2
(Bild Leica Geosystems)

8.6 Fehlereinflüsse bei GNSS

Die Fehlerquellen und Einflussfaktoren von GNSS liegen bei den Satelliten, bei der Signalausbreitung, bei den Empfängern, bei der Auswertung der Basislinien und bei der Transformation in lokale Koordinatensysteme. Grundsätzlich gilt, dass durch differentielle GNSS-Messungen die meisten Fehlereinflüsse weitgehend eliminiert werden können.

8.6.1 Fehler der Satellitenuhren

Zeitfehler bewirken falsche Zuordnungen der Ephemeriden. Die Uhrenfehler variieren von Satellit zu Satellit und sind nicht konstant.

8.6.2 Signalausbreitungsabweichungen

Die zwei stärksten Beiträge zum Ausbreitungsfehler stellen die Ionosphäre und die Troposphäre dar. Die Einflüsse der Troposphäre können relativ gut prognostiziert werden. Die Einflüsse der Ionosphäre hingegen sind sehr schwierig zu modellieren.

8.6.2.1 Ionosphäre

Die ionosphärische Refraktion, ca. 80 – 400 km über der Erdoberfläche, variiert mit der Aktivität der Sonnenflecken. Alle 11 Jahre ist ein Maximum zu erwarten, das heisst 2001 / 2012 / etc. Die Ionosphäre verursacht durch Brechungseffekte eine Signallaufverzögerung ohne dass die Signalstärke dabei merklich vermindert wird. Dies führt beim Empfänger dazu, dass die Distanz als zu lang geschätzt wird. Zweifrequenzempfänger nutzen die Frequenzabhängigkeit dieser Effekte und erlauben eine weitgehende Elimination der Fehler.

8.6.2.2 Troposphäre

In der Troposphäre werden die Signale je nach Feuchtegehalt zum Teil erheblich gedämpft. Standard-Modelle der Troposphäre (Hopkins, Saastamoinen) genügen für die Korrektur bei den meisten Anwendungen, insbesondere für differentielle GNSS-Messungen von kurzen Basislinien.

8.6.3 Cycle slips

Cycle slips sind Aussetzer beim Zählen der ganzen Wellenlängen, die durch kurze Signalunterbrüche entstehen. Sie führen zu zusätzlichen Mehrdeutigkeiten.

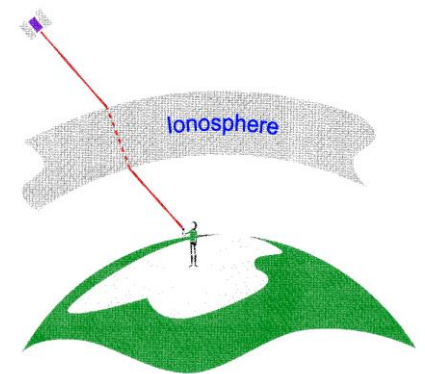


Abb. 8.14 Signalausbreitung (Bild Leica Geosystems)

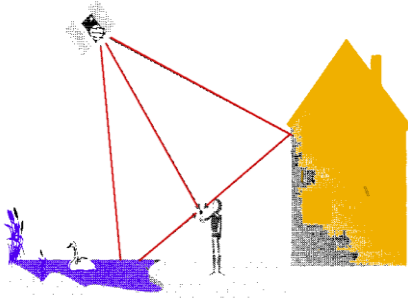


Abb. 8.15 Mehrwegausbreitung (Bild Leica Geosystems)

8.6.4 Mehrwegausbreitung, Signalabschattung, Beugung

Werden die Satellitensignale an glatten Flächen, wie Wänden oder Böden reflektiert, überlagern sich in der Antenne direkte und indirekte Signale und man spricht von Mehrwegausbreitung oder Multipath. Eine vorausschauende Planung der Punkte einer Messkampagne und längere Beobachtungszeiten (> 30 Minuten) helfen, derartige Fehler zu vermeiden. Drahtgeflechte und Baumgeäst können zu Signalverlust führen. Zudem können Signale an Gebäuden, Bäumen oder Geländekanten gebeugt und damit verfälscht werden.

8.6.5 Antennenexzentrizität

Die Antennenexzentrizität ist der geometrische Unterschied zwischen dem mechanischen Zentrum und dem elektronischen Phasenzentrum der Antenne. Die Antennenexzentrizität beträgt im Normalfall weniger als 3 mm und kann mit speziellen Verfahren kalibriert werden.

8.7 Korrektur und Elimination von Fehlereinflüssen durch Differentielle GNSS (D-GNSS) Messverfahren

8.7.1 Prinzip der relativen Punktbestimmung

Die identischen Satellitensignale werden gleichzeitig von mindestens zwei Empfängern erfasst. Der zwischen zwei mit GNSS bestimmten Punkten berechnete dreidimensionale Raumvektor wird als Basislinie bezeichnet. Mit differentiellen Messverfahren lassen sich Fehlereinflüsse wie Refraktion, Ungenauigkeit der Satellitenbahnen, usw. bis zu einem gewissen Grad aufheben. Dieses gilt für Code- und Phasemessungen. Soll die Auswertung der Daten in Echtzeit (realtime) erfolgen, ist zwischen der Referenzstation und dem Rover eine Funkverbindung notwendig. Anderenfalls werden die gemessenen Daten nachträglich ausgewertet (Post Processing).

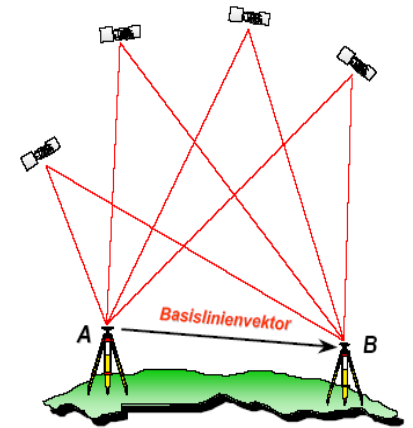


Abb. 8.16 D_GNSS (Bild Leica Geosystems)

8.7.2 Empfänger-Einfachdifferenzen (Single Difference)

Die Differenz der bei zwei Empfängern gleichzeitig beobachteten Phase der Trägerwelle wird bestimmt. Die Fehler des Satellitenszillators (Uhr des Satelliten) fallen dabei heraus. Zudem werden bei kleinen Baselines (<10 km) zwischen den Empfängern auch die ionosphärischen und troposphärischen Laufzeitverzögerungen weitgehend eliminiert.

8.7.3 Empfänger-Satellit-Doppeldifferenz (Double Difference)

Die double difference entsteht durch Differenzbildung zwischen den single differences zu zwei Satelliten. Dabei fallen die Ungenauigkeiten der Empfängerszillatoren (Empfängeruhren) und die Phasen der Referenzsignale der Empfänger heraus.

8.7.4 Dreifachdifferenzen (trippel difference)

Die Differenz der double differences für zwei Zeitpunkte ergibt die triple difference, wobei die unbekannte ganze Anzahl der Phasenvielfachen, also die sogenannten Mehrdeutigkeiten (ambiguities) herausfallen.

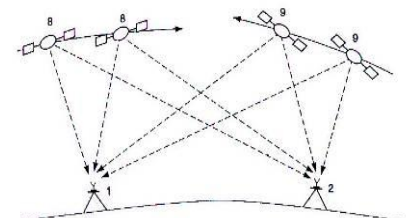


Abb. 8.17 Empfänger-Satellit-Zeit-Dreifachdifferenz

8.7.5 Elimination der Phasensprünge (Cycle Slips)

Im Residuenplot der Doppelten Differenzen machen sie sich als “Stufe” bemerkbar. Bei den dreifachen Differenzen wirkt sich der cycle slip nur an einer Stelle in Form einer Spitze aus und verfälscht die Ausgleichung kaum. Mit automatischer Abfrage bei einer oberen Grenze ist der cycle slip auffindbar und kann durch Addition oder Subtraktion von ganzen Wellenlängen eliminiert werden. In jedem Fall wird die Auswertung durch cycle slips kompliziert, sie sollten durch geeignete Wahl der Messpunkte mit einer guten Satellitenkonstellation vermieden werden.

8.7.6 Ionosphärenfreie Linearkombination (Ionosphere-Free Solution)

Dieser Lösungstyp schaltet die Einflüsse der Ionosphäre weitgehend aus. Dazu wird eine nicht ganzzahlige Linearkombination von L1 und L2 gebildet. Die Mehrdeutigkeiten sind nicht mehr ganzzahlig. Der Einfluss der Ionosphäre wird minimiert, der Algorithmus wird komplexer.

8.8 GNSS Messprinzipien

Die Abb. 8.18 zeigt eine Übersicht über die GNSS-Messprinzipien und die erreichbaren Genauigkeiten. Grundsätzlich kann unterschieden werden zwischen absoluten (ein Empfänger) und relativen, bzw. differentiellen Messverfahren mit zwei oder mehr Empfängern. Je nach Genauigkeitsanforderungen erfolgt die Positionsbestimmung mit den aufmodulierten Codes, bzw. durch Messung der Phasenverschiebung an den Trägerwellen. Die in der Abbildung angegebenen Genauigkeiten beziehen sich auf die Lage. Die Höhe ist bei GNSS aus Gründen der Geometrie und der Refraktion jeweils zwei- bis dreimal ungenauer als die Lage. Neben der Unterscheidung von absoluten oder differentiellen Messverfahren hat auch die Verweildauer auf einem Punkt einen entscheidenden Einfluss auf die Genauigkeit.

8.8.1 Static

Dies ist das klassische und genaueste GNSS-Messverfahren und wird vor allem bei langen Basislinien eingesetzt. Notwendig ist eine lange Beobachtungsdauer auf den einzelnen Neupunkten, da für die Lösung der Mehrdeutigkeiten die zeitabhängige Veränderung der geometrischen Beziehung zwischen Empfänger und Satellit ausgenutzt wird. Es können Diskontinuitäten in den Trägerphasendaten, also cycle slips, sicher entdeckt und berücksichtigt werden, sowie Restfehler aus Refraktion, Signalrauschen oder Mehrwegeeffekten minimiert werden. Die Beobachtungsdauer hängt von der gewünschten Relativgenauigkeit und der Länge der Basislinien ab. Sie liegt in der Regel zwischen 30 Minuten und mehreren Stunden.

8.8.2 Rapid Static

Diese Methode liefert eine wesentliche Reduktion der Beobachtungsdauer auf 5-15 Minuten für Basislinien bis zu 10 km um einen bekannten Referenzpunkt. Dafür werden modifizierte Verfahren zur schnellen Lösung der Mehrdeutigkeiten verwendet, die allerdings eine gute Satellitenkonstellation benötigen. Nicht notwendig ist ein ständiger Kontakt zwischen den mobilen Empfängern und den Satelliten, d.h., die Empfänger können während des Transportes von einem Punkt zum nächsten ausgeschaltet werden.

8.8.3 Stop and Go

Dabei handelt es sich um eine Mischung der statischen und der kinematischen Basislinienbestimmung. Wie bei rapid static gibt es mindestens eine permanente Referenzstation auf einem bekannten Punkt. Die beweglichen Empfänger, auch Rover genannt, werden entlang von stop and go-Ketten bewegt. Im jeweils ersten Punkt einer Kette wird eine Initialisierung vorgenommen, d.h. es werden so viele Beobachtungen registriert bis eine gesicherte Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten möglich ist. Dann werden die Rover von Punkt zu Punkt bewegt, wobei die Beobachtungszeit jeweils nur wenige Sekunden beträgt. Im Gegensatz zur rapid static-Beobachtungstechnik darf beim Wechsel auf den nächsten Punkt der Kontakt zwischen Antenne und Satellitensignal nicht abreißen. Geschieht dies dennoch, z.B. beim Unterfahren einer Brücke, so ist auf dem nächsten Punkt erst wieder eine Initialisierung notwendig.

8.8.4 Kinematic

Das kinematische Verfahren setzt ebenso wie die stop and go-Technik den kontinuierlichen Empfang von mindestens vier Satelliten voraus. Die Mehrdeutigkeitslösung geschieht durch eine statische Initialisierung und/oder durch sogenannte On-The-Fly (OTF)-Methoden bereits während der Bewegung. Mit kinematischen Methoden wird die Trajektorie (Raumkurve) der Antenne bestimmt.

8.8.5 Realtime-Differenziell

Beim echtzeit differenziellen GNSS werden von der Referenzstation via Funk oder GSM (Handy) Korrekturdaten an einen oder mehrere Rover ausgesandt, die eine Koordinatenbestimmung unmittelbar im Feld erlauben. Absteckungen von Punkten mit GNSS werden damit möglich. Bedingung ist aber die Kenntnis des Bezuges zwischen dem WGS84-(PZ90-) Koordinatensystem und dem lokalen Koordinatensystem (z.B. Landeskoordinatensystem). Die Reichweite von realtime-GNSS ist zwar begrenzt durch die Reichweite des Datenfunks und die angestrebte Genauigkeit, für viele Aufgaben ist es jedoch ein sehr effizientes Messverfahren.

8.8.6 Genauigkeiten

Die Erreichbaren Genauigkeiten hängen vom gewählten Messprinzip ab.

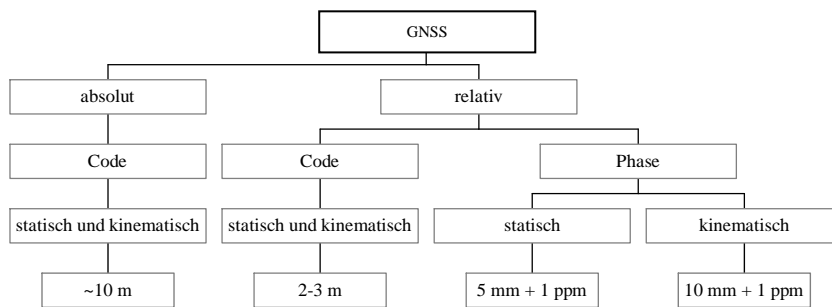


Abb. 8.18 Übersicht GNSS - Messprinzipien und Lagegenauigkeiten

Die Höhen Genauigkeit ist generell 1,5- bis 3-mal schlechter als die Lagegenauigkeit.



Abb. 8.19 Operateur mit GNSS-Rover

8.9 GNSS-Satellitenempfänger für Vermessung

Die in der Schweiz zurzeit marktführenden Empfänger von Trimble, Topcon und Leica sind in der folgenden Abbildung dargestellt. Die Empfänger sind Zweifrequenz-Empfänger und eignen sich für alle gängigen GNSS-Messverfahren.



Abb. 8.20 Trimble GNSS System Rover

8.9.1 Differentielle-GNSS-Dienste

Echtzeit-Positionierungs-Dienste auf der Basis von Code-Lösungen sind heute beinahe weltweit verfügbar. Korrektursignale im RTCM-Format, einem Standardformat der Radio Technical Commission for Maritime Services der USA, werden über Langwellen und UKW von vielen Stationen ausgesandt. DGNSS-Pseudorange – Korrekturdaten (RTCM-Typ 1), sowie Koordinaten (Typ 3) und Namen (Typ 16) der Referenzstation werden übermittelt. In der Schweiz stellt das Bundesamt für Landestopographie unter dem Namen SWIPOS-nav einen entsprechenden Dienst zur Verfügung. Dann sind auch differentielle Messungen mit nur einem GNSS-Gerät möglich, das mit einem Funk- oder GSM-Empfänger für den Empfang von Korrektursignalen ausgerüstet ist.

8.9.2 Geostationäre Satelliten

Weiterhin gibt es geostationäre Satelliten, die Korrektursignale abstrahlen. Geostationäre Satelliten wie z.B. das European Geostationary Navigation Overlay Service (EGNOS) ist ein europäisches D-GNSS als Erweiterungssystem zur Satellitennavigation. Es verbessert, begrenzt auf Europa, die Positionsgenauigkeit der Systeme GPS, GLONASS und ist zu den amerikanischen und japanischen Systemen WAAS (Wide Area Augmentation System) und MSAS voll kompatibel. EGNOS informiert auch über die Integrität der GPS und Glonass-Systeme.

8.9.3 DGNSS für geodätische Zwecke

Für hochpräzise Echtzeit-Positionierungs-Dienste mit Genauigkeiten im Bereich von 1-3 cm sind zusätzlich zu den RTCM-Datentypen 1, 3 und 16 auch die Typen 20 (Trägermischphasenkorrekturen für L1 und L2) und 21 (Codekorrekturen für L1) notwendig. Diese benötigen eine Übertragung via GSM oder die Funkverbindung zu einer eigenen Referenzstation.

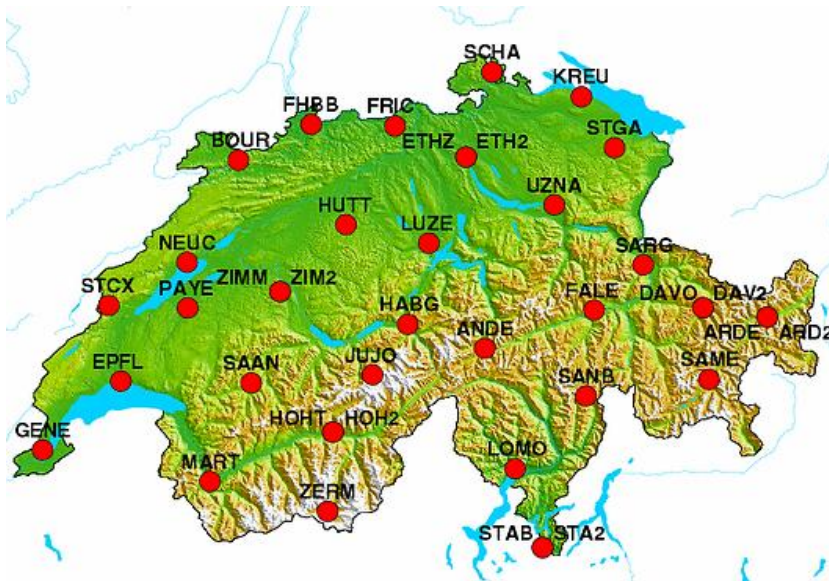


Abb. 8.21 SWIPOS

Das automatische GNSS-Netz Schweiz SWIPOS verfügt über ca. 30 Permanentstationen in der ganzen Schweiz. Echtzeit-GNSS mit Zentimetergenauigkeit ermöglichen. Dank der Übermittlung der Näherungsposition in Form der Navigationslösung können für den Messort spezifische Korrekturdaten bereitgestellt werden.

8.10 NMEA-Daten-Schnittstelle

In der Empfängereinheit werden aus den Messdaten bereits viele Grössen (Position, Geschwindigkeit, Kurs, ...) berechnet. Um diese Grössen an ein Peripheriegerät weiterzugeben, verfügen GNSS-Empfänger über eine Daten-Schnittstelle. Über diese Schnittstelle können die Daten in verschiedenen Datenformaten ausgegeben werden; entweder in einem vom Hersteller definierten (proprietären) Datenformat oder in einem Standard-Protokoll. Ein Standardprotokoll stellt das NMEA-Format dar. Dieses wurde von der National-Marine-Electronics-Association international normiert. Das NMEA-Format hat den Vorteil, dass es auch vom Menschen gelesen werden kann. Die sieben häufigsten Sätze sind in *Tab. 8-1* dargestellt.

Aufbau des NMEA-0183-Protokolls

Die Standard-Übertragungsgeschwindigkeit beträgt 4800 Baud. Je nach verwendetem GNSS-Modul kann diese auf bis zu 57600 und mehr Bits pro Sekunde erhöht werden. Die Nachricht besteht aus druckbaren 8-Bit-ASCII-Zeichen. Die Übertragung beginnt mit einem Start-Bit (logische Null), es folgen acht Daten-Bits und zum Schluss ein Stopp-Bit (logische Eins). Es wird kein Paritätsbit verwendet. *Tab. 8-2* zeigt die Struktur der NMEA-Datensätze, die immer nach folgendem Schema aufgebaut ist:

\$GPDTS, info_1, info_2, info_3, info_4, info_5, info_6, info_n*CS<CR><LF>

Tab. 8-1 NMEA-Datensätze (aus Zogg, J.-M. (2003) GPS Grundlagen, GPS-X-01006A)

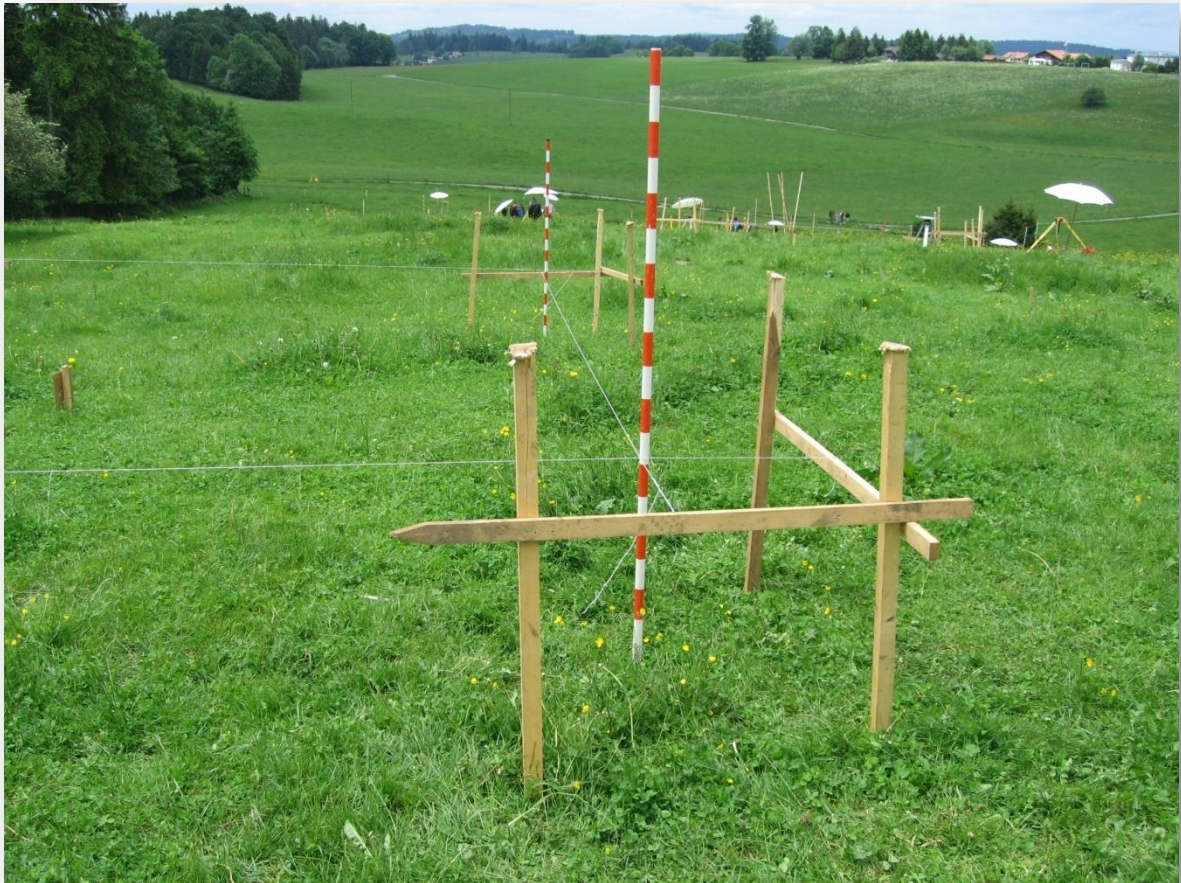
Abkürzung	Beschreibung
GGA	GPS Fix Data, Fixe Daten für das Globale Positionierungs-System
GLL	Geographic Position –Latitude/Longitude, Geographische Position –Breite/Länge
GSA	GNSS DOP and Active Satellites, Verminderung der Genauigkeit und aktive Satelliten bei dem Globalen Satelliten Navigations-System
GSV	GNSS Satellites in View, Satelliten in Sicht beim Globalen Satelliten-Navigationssystem
RMC	Recommended Minimum Specific GNSS Data, empfohlener minimaler spezifischer Datensatz für das Globale Satelliten Navigations-System
VTG	Course over Ground and Ground Speed, horizontaler Kurs und horizontale Geschwindigkeit
ZDA	Time & Date, Zeit und Datum

Tab. 8-2 NMEA-Struktur (aus Zogg, J.-M. (2003) GPS Grundlagen, GPS-X-01006A)

Feld	Beschreibung
\$	Beginn des Datensatzes
GP	Informationen stammen von einem GPS-Gerät
DTS	Kennzeichnung des Datensatzes (z.B. GSV)
info_1 bis info_n	Informationen 1 bis n
,	Komma als Begrenzungszeichen für die Checksumme
*	Stern als Begrenzungszeichen für die Checksumme
CS	Checksumme (Kontrollwert) zur Kontrolle des gesamten Datensatzes
<CR><LF>	(carriage return, line feed) Ende des Datensatzes

KAPITEL 9

AUFNAHME UND ABSTECKUNG



9 Aufnahme und Absteckung

9.1	Zusammenhang: Aufnahme-Absteckung	308
9.2	Aufnahme	310
9.2.1	Die Basisinformationen der Aufnahme	310
9.2.2	Der Datenfluss von der Aufnahme zur Darstellung	310
9.2.3	Aufgabenbereiche für die Aufnahme	311
9.3	Methodik bei der Aufnahme	312
9.3.1	Aufnahme diskreter Punkte	312
9.3.1.1	Einzelpunkte	312
9.3.1.2	Profil- und Rasteraufnahme	312
9.3.2	Aufnahme aller Punkte im Arbeitsbereich	313
9.3.3	Übersicht der Messverfahren	314
9.4	Messverfahren zur Erfassung von Situation und Geländeform	315
9.4.1	Hinweise zur Erfassung	315
9.4.1.1	Auftrag	315
9.4.1.2	Bürophase 1: Vorbereitungsphase	316
9.4.1.3	Feldphase 1: Erkundung vor Ort, Vorbereitung der Vermessungsskizze, Detailaufnahme	316
9.4.1.4	Feldphase 2: Die eigentliche Aufnahmephase	316
9.4.2	Spezielle Aufnahmeverfahren im Bauwesen	317
9.4.2.1	Einleitung	317
9.4.2.2	Definition von Raster, Längen- und Querprofilen	318
9.4.2.3	Eignung verschiedener Messverfahren	319
9.4.2.4	Rasteraufnahme	319
9.4.2.5	Querprofilaufnahme	322
9.5	Genauigkeitsforderungen und Kontrollen	323
9.5.1	Genauigkeitsforderungen in der amtlichen Vermessung	323
9.5.2	Genauigkeitsforderungen im Bauwesen	325
9.5.3	Kontrollen der Aufnahmen	325
9.6	Das digitale Geländemodell	326
9.6.1	Anwendungen	326
9.6.2	Punktarten	326
9.6.3	Begriffe	326
9.6.4	Geländemodelle	327
9.6.5	Interpolationen	328
9.6.5.1	Konstruktion der Geländeformen mittels kartierten Detailpunkten	328
9.6.6	Beispiele von Aufnahmen und Auswertungen	329
9.6.7	Beispiele für die Anwendung	330

9.7	Absteckungsmethoden.....	331
9.7.1	Linienabsteckung	331
9.7.2	Kreisbogenabsteckung	332
9.7.3	orthogonale Kreisabsteckung (ausgehend von der Tangente)	333
9.7.4	polare Kreisabsteckung	334
9.7.5	Absteckung eines Schnurgerüsts	334
9.7.5.1	Vorgehen	335
9.7.5.2	Anforderungen	336
9.7.5.3	Kontrollen	337
9.7.5.4	Dokumentationen und Übergabe der Absteckung	338

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

TS	Schnittpunkt der beiden Tangenten
M	Mittelpunkt des abzusteckenden Kreises
t_1 und t_2	beiden Tangenten
R	Radius
BA	Bogenanfang
BM	Bogenmitte
BE	Bogenende
▪	Zentriwinkel
ϕ	Winkel zwischen den beiden Tangenten
t	Länge zum Halbierungspunkt E und F
d	Scheitelabstand
s	Sehne
p	Pfeilhöhe
n	Anzahl der Punkte
b	Bogenlänge
α, β, γ	Zwischenwinkel
s_i	Länge des Abstandes bei der polaren Kreisbogenabsteckung
v, w	Vektoren zwischen zwei 3D-Punkten
<i>Dist</i>	orthogonaler Abstand

9 Aufnahme und Absteckung

Stichwörter: Aufnahme, Absteckung, Soll-Ist-Berechnung, Punktabsteckung, Elementabsteckung, Pläne, Koordinatenlisten, Profile, Achsen, Lot, Fixpunkte, Planungsdaten, Absteckungsprotokoll.

Zusammenfassung: Im Kapitel 9 werden die Grundlagen der Absteckung aufgezeigt. Zunächst ist die Erfassung der Realität erforderlich. Dies erfolgt durch klassische Vermessungsmethoden (vgl. Kapitel 7 und 8). Nach der Erstellung des Designs (Punkte, Linien, Kreisbögen, Geländemodelle, Profile, etc.) müssen diese Elemente in der Örtlichkeit abgesteckt werden. Ein einheitliches Koordinatensystem ist hierbei zwingend erforderlich. Unabhängige Kontrollen wie Diagonalmasse oder Pfeilhöhen der Absteckungsarbeiten sind wünschenswert.

Allgemeines zur Absteckung

Die geodätische Aufgabe der Absteckung besteht darin, ein Projekt (z.B. Strassenbauprojekt) in die Örtlichkeit unter Einhaltung vorgegebener Toleranzen zu übertragen. Eine Absteckung gliedert sich in unterschiedliche vermessungstechnische Aufgaben, die nacheinander durchzuführen sind:

- Analyse der Ist-Situation und der Ausgangsdaten
- Berechnung der Absteckungselemente
- Prüfen der vorhandenen Absteckunterlagen
- Festlegen des geeigneten Vermessungsverfahrens mit der Auswahl des entsprechenden Instrumentes
- Prüfung der Bezugs- bzw. Fixpunkte
- Absteckung der Elemente und Vermarkung
- Sicherungsmessungen (ggf. mit Abmarkung)
- Unabhängige Kontrolle aller abgesteckten und vermarkten Elemente

9.1 Zusammenhang: Aufnahme-Absteckung

Folgender Zusammenhang ergibt sich bei der Aufnahme einer Ist-Situation und deren anschließender Realisierung in der Örtlichkeit.

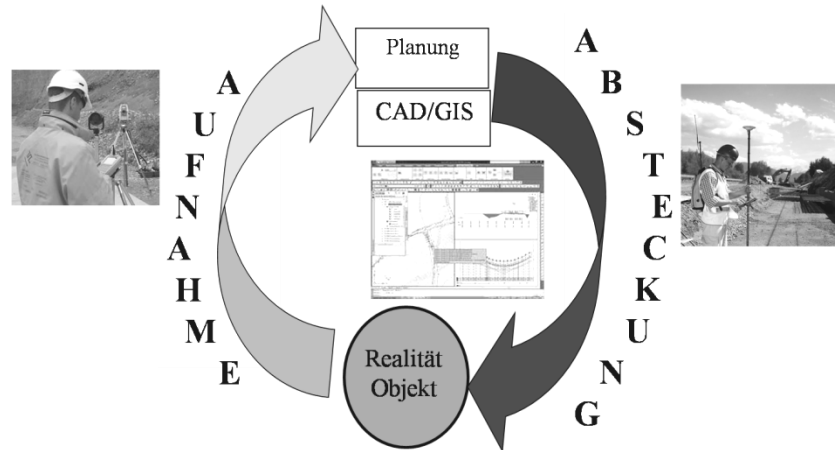


Abb. 9.1 Aufnahme-Absteckung

Zwischen der Erfassung eines Geländes und der Abbildung des Bauvorhabens via digitaler Daten müssen die Planungsdaten in einer CAD/GIS-Software erstellt werden.

Als Absteckelemente zur Realisierung des Bauprojekts werden folgende geometrische Objekte verwendet:

- Höhen und Digitale Geländemodelle
- 2D- und 3D-Koordinanten
- Linien
- Kreisbögen
- Übergangsbögen (z.B. Korbbogen, Klothoide)
- Profile (Längsprofil, Querprofil)
- Stationierung, Trasse
- Böschungen
- Krone
- Schichten
- Schnurgerüst
- Flächenteilung

Die Absteckung dieser Elemente kann als Regelkreis bezeichnet werden. Hierbei ist eine ständige Berechnung des Soll (Design) zum Ist (aktuelle Position des Vermessungsinstruments) durchzuführen. Ist diese Differenz unterhalb einer vordefinierten Schranke, so können diese Elemente in der Örtlichkeit abgesteckt werden.

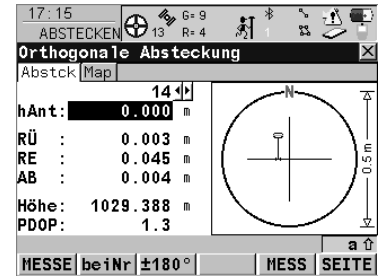


Abb. 9.2 Soll-Ist-Berechnung am Vermessungsinstrument (hier Leica 1200 GNSS-Empfänger)

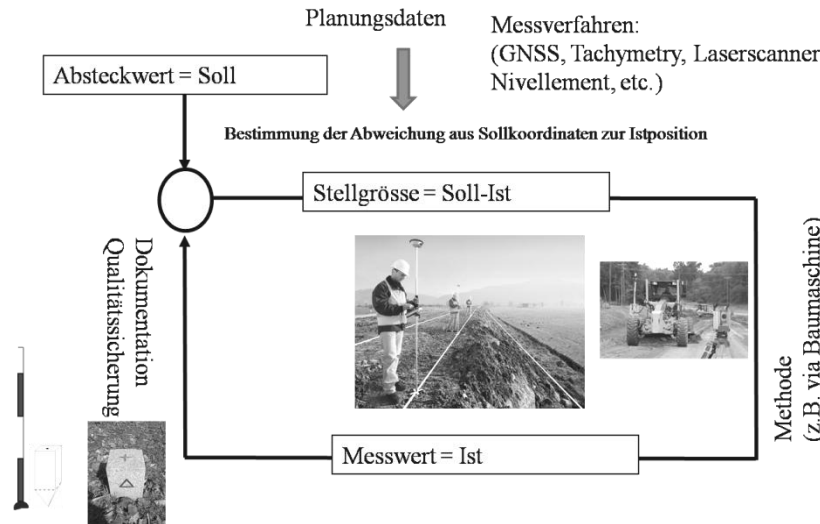


Abb. 9.3 Absteckung als Regelkreis

Viele Bauprojekte erfordern die Definition einer Stationierung bzw. Kilometrierung. Hierbei werden der Beginn und das Ende des Projektes (z.B. ein Autobahnabschnitt) eindeutig definiert. Somit können z.B. Querprofile eindeutig zugeordnet werden.

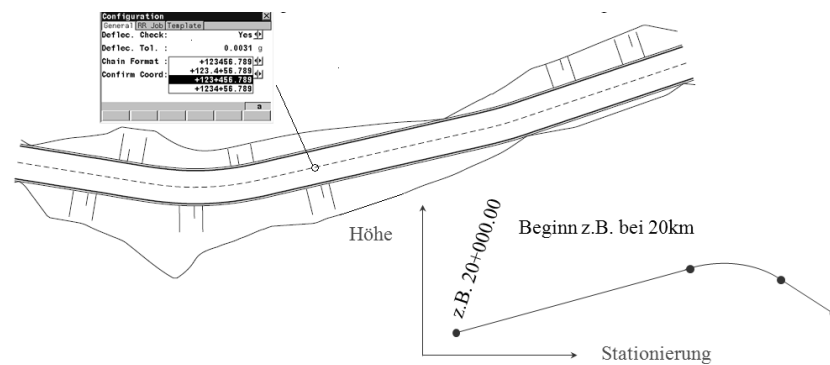


Abb. 9.4 Festlegung der Stationierung

Gelände



Skizze



Plan

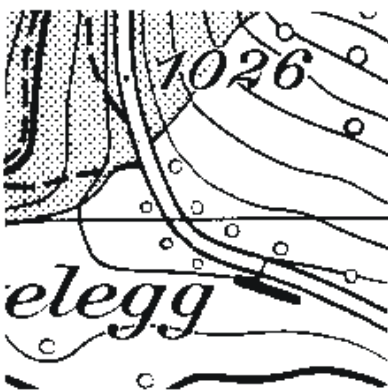


Abb. 9.5 Von der Landschaft zum Plan

Achtung: Topologie \neq Topographie.

9.2 Aufnahme

Die Aufnahme ist die Grundlage zur Erfassung, Speicherung und Darstellung von künstlichen oder natürlichen Objekten. Die Aufnahmemesstechnik richtet sich dabei nach den Kriterien: Wirtschaftlichkeit, Genauigkeit, Verfügbarkeit und Termin.

Sie dient dazu, ein thematisches Abbild eines vorhandenen Objektes herzustellen. Dazu wird das Objekt abgetastet und die Messdaten mitsamt weiteren Informationen über das Objekt aufgezeichnet, respektive abgespeichert.

Die aufgenommenen Daten werden vorverarbeitet und in Räumlichen Informations-Systemen (RIS), zu denen u.a. die Geografischen Informationssysteme (GIS) gehören, verwaltet und weiterbearbeitet. Eine Möglichkeit ist auch, die Daten in CAD-Programmen weiterzuverarbeiten.

Eine direkte Auswertung und Darstellung im Feld ist heute noch die Ausnahme, wird aber mit grafikfähigen, feldtauglichen Computern wieder aktuell. Sie erlaubt eine Qualitätskontrolle und Korrekturmöglichkeiten vor Ort, die Nachbearbeitung im Büro beschränkt sich auf ein Minimum.

9.2.1 Die Basisinformationen der Aufnahme

Im Sinne der Geoinformatik wird ein Objekt eindeutig beschrieben durch:

die **Metrik**

- **Geometrie:** Lage im Raum und Ausdehnung des Objektes (Koordinaten, die aus Messwerten berechnet werden), Genauigkeit und Zuverlässigkeit.
- **Topologie:** Verknüpfung von Punkten oder Linien zu einem Objekt, z.B. Strassenrandverlauf.

die **Thematik:**

- Beschreibung (Attributierung) des Objektes oder von Objektgruppen nach vorgegeben, spezifischen Kriterien (z.B. Haus, Baum, Strasse, Schieber, etc.)

Diese Informationen werden während der Aufnahme numerisch oder alphanumerisch codiert und so abgespeichert, dass für die nachfolgende Bearbeitung diese Informationen übernommen und integriert werden können.

9.2.2 Der Datenfluss von der Aufnahme zur Darstellung

Dem Datenfluss kommt eine entscheidende Bedeutung zu. Mit einem geregelten Datenfluss, klar definierten Schnittstellen und Datenformaten kann viel Zeit und Mühe gespart werden.

Zu beachten ist, dass der Datenfluss nicht nur vom Feld ins Büro erfolgt, sondern auch in umgekehrter Richtung notwendig ist. Dies ist der Fall, wenn die aufgenommenen Daten, z.B. das Terrain für eine Strassenprojektierung, verarbeitet wurden (z.B. Achsen gerechnet) und nun die Absteckung des Projektes im Gelände erfolgen soll.

9.2.3 Aufgabenbereiche für die Aufnahme

Aufnahmen werden für die verschiedensten Zwecke erstellt. Die spezifischen Anforderungen (Inhalt, Umfang und Genauigkeit) an die Aufnahme ergeben sich aus den darzustellenden Informationen in den einzelnen Aufgabenbereichen.

Kataster

Erstellen eines EDV basierten Katasters, Katasterpläne, Verwaltung von Grundstücken

Kartographie / Geologie / Klimatologie etc.

Erstellen von topographischen, geologischen oder thematischen Karten

Bauwesen

Erstellen von Planungsgrundlagen mit spezifischem Detaillierungsgrad für Hochbau, Tiefbau, Verkehrswegebau etc. und abschliessende Dokumentation eines Bauobjektes.

Versorgungsunternehmen und Telekommunikation

Erstellen von Leitungskatastern etc.

Industrieanlagen und gebäudebezogenes Management (facility management)

Erfassen der Gebäudegeometrie, Leitungen, Transportwege etc.

9.3 Methodik bei der Aufnahme

Bei Aufnahmen sind folgende, grundsätzlich verschiedene Methoden zu unterscheiden:

9.3.1 Aufnahme diskreter Punkte

9.3.1.1 Einzelpunkte

Der ausführende Ingenieur entscheidet vor Ort, welche Punkte das Objekt repräsentativ abbilden. Wird z.B. ein Höhenmodell erstellt, müssen Punkte aufgenommen werden, welche an Gefällswechseln liegen, damit das dazwischenliegende Gelände möglichst einfach interpoliert werden kann. Die X und Y Koordinaten und die Höhe der Punkte werden gleichzeitig bestimmt. Diese Methode erlaubt ein effizientes, der Situation angepasstes Vorgehen, bedingt aber eine genaue Kenntnis der erreichbaren Genauigkeiten, Verwendung und Weiterverarbeitung der erhobenen Daten.

9.3.1.2 Profil- und Rasteraufnahme

Bei Profil- und Rasteraufnahmen wird in einem starren Aufnahmeschema vorgegangen. Zum Beispiel wird alle 20 m entlang einer definierten Achse ein Profil aufgenommen oder ein Gelände wird mit einem geeigneten Punktraster überzogen und nur die derart definierten Punkte aufgenommen. Für eine Rasteraufnahme muss immer zuerst das Raster ins Gelände oder auf das Objekt übertragen werden, bevor mit den gleichen Verfahren wie bei einer Einzelpunktaufnahme die Rasterpunkte aufgenommen werden können. Die X und Y-Koordinaten sind demnach festgelegt (wenn auch nicht unbedingt bekannt), bevor die Höhe dazu bestimmt wird.

Vorteile: Das Abstecken der Rasterpunkte ist mit einfachen Mitteln möglich. Die Höhe kann mit einem einfachen Messverfahren ermittelt werden. Vorteilhaft ist diese Methode, wenn automatisiert gearbeitet werden kann, oder die Auswahl diskreter Punkte erschwert ist mangels Sichtbarkeit oder Erkennbarkeit der Geländeform.

Nachteile: Das Vorgehen ist starr, unflexibel und generell eher aufwendig, liefert aber bei sorgfältiger Wahl der Rasterparameter gute Resultate.

Das Resultat dieser Verfahren sind Vektordaten.

9.3.2 Aufnahme aller Punkte im Arbeitsbereich

Primäre Scanverfahren

Flächenhafte Aufnahme, Scanverfahren / Photogrammetrie

Bei den Scanverfahren wird ein Objekt mit einer grossen Zahl von Messpunkten in regelmässigen Abständen abgetastet. Dies geschieht berührungslos mit Hilfe von Lasern oder anderen geeigneten Geräten. Die anfallenden Daten (Richtung und Distanz) der gescannten Punkte werden abgespeichert. Das Ergebnis ist dann dem Resultat einer photogrammetrischen Aufnahme ähnlich und mit entsprechenden Verfahren (DTM-Modellierung) auszuwerten. Der technische Aufwand an Auswerte-Software ist gross.

Die Photogrammetrie arbeitet mit Bildern des aufzunehmenden Objektes, welche erst im Büro interpretiert und verarbeitet werden. Das heisst, erst mit geeigneten Auswertegeräten werden effektiv Distanzen zwischen Aufnahmepunkten gemessen und Koordinaten erzeugt, was einem Scannen mit Vorwärtseinschneiden entspricht.

Sekundäre Scanverfahren

Scannen von Plänen und Karten

Mit Flachbett oder Trommelscannern werden Pläne / Karten digitalisiert und in Form von Rasterdaten abgespeichert.

Das Resultat dieser Verfahren sind Rasterdaten.

9.3.3 Übersicht der Messverfahren

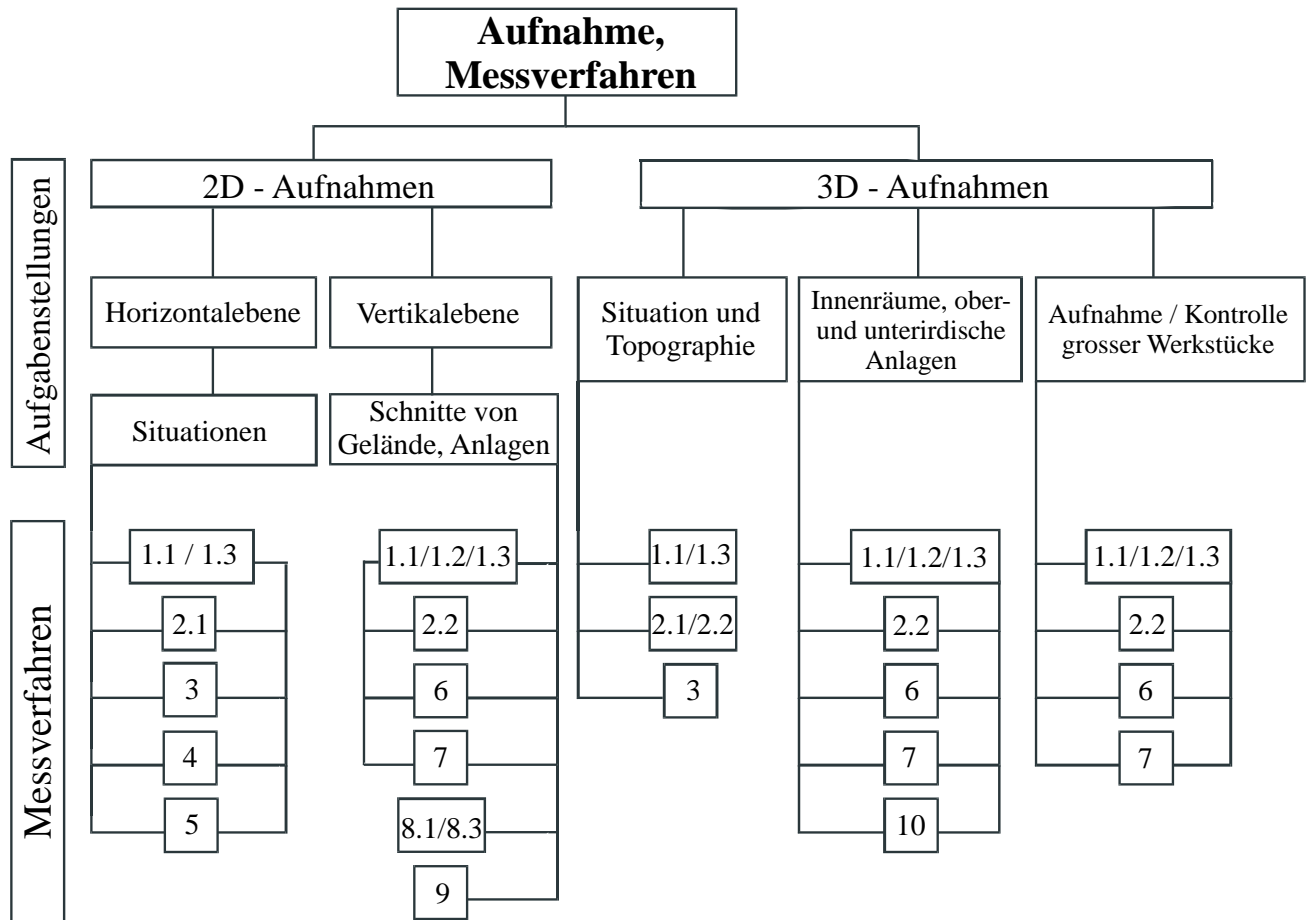


Abb. 9.6 Übersicht typischer Messverfahren und ihre Anwendungen

Legende

1. Polare Verfahren

- 1.1 Tachymetrie mit Reflektor
- 1.2 Tachymetrie reflektorlos
- 1.3 Theodolitmessverfahren (Vorwärtseinschneiden)

2. Photogrammetrische Verfahren

- 2.1 Luftbild

- 2.2 terrestrisch

3. GNSS-Verfahren

4. Einbinde-Verfahren

5. Orthogonal-Verfahren

6. Laser Profiler

7. Laserscanner

8. Nivellier-Verfahren

- 8.1 Geometrisches Nivellement
- 8.2 Flächen-Nivellement
- 8.3 Trigonometrisches Nivellement

9. Staffelmethode

10. Distanzmess-Verfahren

9.4 Messverfahren zur Erfassung von Situation und Geländeform

9.4.1 Hinweise zur Erfassung

Die Wahl des Aufnahmeverfahrens ist abhängig von:

- der Grösse des Aufnahmegebietes
- der Topographie; Steilheit, offenes Gelände oder tiefe Talschaften
- den vorhandenen Sichtbarkeiten; natürliche und künstliche Bodenbedeckung
- den Genauigkeitsanforderungen
- vorhandenem Instrumentarium

Da die Feldphase personalintensiv ist, sind die Arbeiten gut zu planen. Ein möglicher Ablauf könnte wie folgt sein:

- Auftrag
- Bürophase 1: Vorbereitungsphase
- Feldphase 1: Erkundung vor Ort, Vorbereitung der Vermessungsskizze, Detailaufnahme
- Feldphase 2: Die eigentliche Aufnahmephase
- Bürophase 2: Auswertung und Abschlussarbeiten

9.4.1.1 Auftrag

- Ein Auftrag sollte mindestens enthalten:
- Umfang der Arbeiten, detailliert
- Genauigkeitsforderungen
- Zuverlässigkeiten der Daten
- Abgabe der Daten, Form, Inhalte, ...
- Termine
- Aufwand, Verrechnung, Preise, Personal, Instrumentarium
- Garantien
- Gerichtsstand

Attributierung:

Wird der Plan direkt im Feld gezeichnet, werden die Attribute als Signaturen gezeichnet. Bei numerischer Erfassung werden die Attribute als Codes mit den Koordinaten abgespeichert.

Beispiel: Code für Hauspunkt, Assekuranz-Nr., Hausnummer, Nutzungsart etc.

Der Umfang der Attributerfassung muss im Auftrag definiert sein.

Kombinationen von Messverfahren können zweckmässig beziehungsweise erforderlich sein.

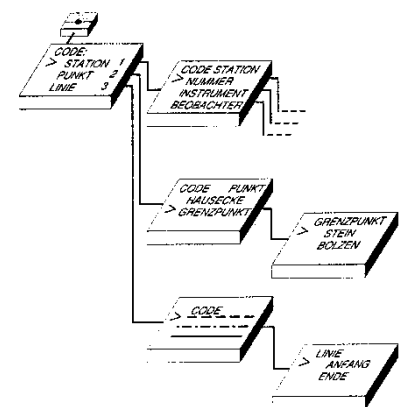


Abb. 9.7 Prinzip der Codierung mit Attributen

9.4.1.2 Bürophase 1: Vorbereitungsphase

Unterlagen beschaffen, wie Pläne und Fixpunkt-Koordinaten, Messprotokolle etc. Die Unterlagen sind für die Erstellung der Vermessungsskizze nötig, in der die Datenerhebungen notiert werden.

9.4.1.3 Feldphase 1: Erkundung vor Ort, Vorbereitung der Vermessungsskizze, Detailaufnahme

Diese Phase ist nicht zwingend, in überbauten Gebieten aber zweckmässig. Folgende Arbeiten können ausgeführt werden:

Detailaufnahme mit einfachen Hilfsmitteln, die später in der Aufnahmephase zu zeitaufwendig sind.

Beispiele:

- Gebäudedetails wie Treppen, Erker etc. sogenannte Konstruktionsmasse
- Mauern: Höhe, Dicke, etc.
- Schächte: Typ, Sohle, Einläufe, Auslauf; Armaturen etc.
- Strassenabschlüsse: Typ, Anschläge
- Kontrollmasse für die Aufnahme

Aufsuchen der vorhandenen Fixpunkte

Festlegen zusätzlicher Stationspunkte, deren Bestimmungsart und Festlegen der Aufnahmebereiche pro Stationspunkt; wichtig für die lückenlose Aufnahme. Ein planmässiges Vorgehen bei der Aufnahmephase ist unerlässlich.

9.4.1.4 Feldphase 2: Die eigentliche Aufnahmephase

Aufnahme aller Situationspunkte, d.h. die Situations-Codierung. Jeder aufgenommene Punkt wird durch seinen Attribut-Code charakterisiert.

Beispiele: Hausecke, Schacht, Maueranfang, Mauerende, Telefonkabine, etc.

Um die Codierung an der Eingabetastatur des Tachymeters nicht ständig wechseln zu müssen und zur Erleichterung der Auswertung ist es zweckmässig, die Aufnahme systematisch durchzuführen.

Beispiele:

- den vollständigen Grundriss eines Gebäudes
- den vollständigen Verlauf eines Strassenrandes

Bei vollnumerischer Erfassung muss auch die Topologie codiert werden.

Topologiecodierung

Damit aus einem "Punkthaufen" der richtige Grundriss eines Hauses entsteht, muss die Topologie aufgenommen werden, entweder durch gute Feldskizzen, fortlaufende Punktnummernvergabe oder direkt grafisch im Feldcomputer.

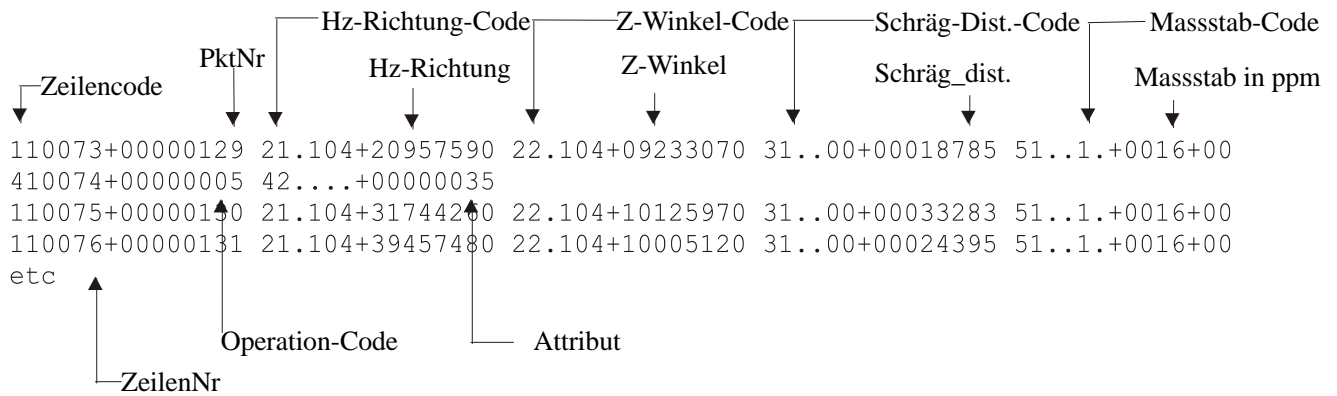


Abb. 9.8 Beispiel Leica GSI-Datenformat für die Aufnahme mit registrierendem Tachymeter.

Aufnahme aller Geländepunkte,

die zur Beschreibung der Geländeform erforderlich sind

Beispiele:

- Bruchkanten-Punkte
- Kreten-Punkte
- Wannen- oder Kuppenpunkte

Pkt 129:
 Hz: 209.5759 gon
 Z: 92.3307 gon
 Schrägdist.: 18.785 m
 Massstab: 16 ppm
 Attribut: 35

Hier ist anzumerken, dass die Situationspunkte gleichzeitig mehrere Attribute für Lage und Höhe haben können.

Die Reihenfolge der Aufnahme soll auch hier systematisch erfolgen. Zuerst die abrupten Gefällewechsel, wie oben erwähnt, und dann die Aufnahmeverdichtung zur lückenlosen Beschreibung der Geländeform.

9.4.2 Spezielle Aufnahmeverfahren im Bauwesen

9.4.2.1 Einleitung

Geländeaufnahmen im Bauwesen werden für folgende Arbeitsgattungen benötigt:

- für die Projektdefinitionen
- für die Erdmassenberechnungen
- für die Ausschreibung der Bauarbeiten
- für die Absteckungen von Bauprofilen etc.

Gefordert werden X, Y, Z - Koordinaten in numerischer Form und diverse grafische Darstellungsarten, wie Pläne, insbesondere von Geländeschnitten.

Als Aufnahmeverfahren bieten sich an:

- die Rasteraufnahme
- die Längen- und Querprofilaufnahme

9.4.2.2 Definition von Raster, Längen- und Querprofilen

Die Tab. 9-1 stellt eine mögliche Definition von Raster, Längen- und Querprofilen dar.

Tab. 9-1 Definition von Raster, Längen- und Querprofilen

	Raster	Längen- und Querprofil
Art des Objektes	Flächenhaft Bsp.: Industrieanlage, grosse Gebäudekomplexe	Linienhaft Bsp.: Strasse, Leitungen, etc.
Anzahl der Achsen	> 1	1
Wahl der Achsen	Die Rasterpunktfestlegung (Lage, Rasterweite) ist projektspezifisch. Beispiele: -Rastergrösse und Form werden durch die Fundation, die Fertigelementgrösse festgelegt. -Übergeordneter Raster, geeignet für die Projektdefinition und die baubegleitende Absteckung	Die Achse ist definiert und damit die Lage des Längenprofils. Definiert werden ebenfalls die Profilabstände, d.h. die Kilometrierung der Querprofile. Die Profilabstände werden derart festgelegt, dass diese für die Projektdefinition und die Bauausführung genügen (Komplexität des Projektes, Geländeform).
Koordinatensystem (Regelfall)	y, x: lokales System; H: Landessystem Begründung für H: In der Regel sind Zu- und Ableitungen, Zufahrten etc. an bestehenden Anlagen anzuschliessen, die ausschliesslich in Landeshöhen definiert sind. Bei der Aufnahme des Objektes in die Werke der Amtlichen Vermessung werden die lokalen Koordinaten ins Landessystem überführt.	Y, X, H: Landessystem Bei kleinen Objekten in einem lokalen System (y, x).

9.4.2.3 Eignung verschiedener Messverfahren

Die Tab. 9-2 zeigt typische Messverfahren für die Aufnahme von Geländeschnitten in Abhängigkeit der Geländeform.

Tab. 9-2 Übersicht typischer Messverfahren für Raster-, Längen- und Querprofilaufnahmen

Messverfahren	Geländeform		
	eben	leicht geneigt	stark geneigt
Photogrammetrie / Luftbild	Dieses Verfahren ist zweckmässig bei grossen, überregionalen Projekten. Die Geländeschnitte können aus den Luftbildern direkt ermittelt werden. Weiter Möglichkeit: Die Luftbildauswertung wird in ein DTM überführt und daraus werden die Geländeschnitte ermittelt.		
Polarverfahren / GNSS	Diese Verfahren sind universell einsetzbar und bei flächenmässig begrenzten Projekten ideal. Begründung: Bei der Absteckung der Achsen kann gleichzeitig die Geländeaufnahme (Geländeschnitte) erfolgen. Ferner ist die Koordinatenbestimmung von beliebigen Instrumentenstandpunkten mit der Methode der „Freien Stationierung“ (Kap. 4.7) oder mit „GNSS“ (Kap. Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.) gegeben.		
Nivellierverfahren *)	R: gut L: gut Q: gut	R: weniger geeignet L: weniger geeignet Q: weniger geeignet	R: ungeeignet L: ungeeignet Q: ungeeignet
Staffelmethode *) **)	R: ungeeignet L: ungeeignet Q: geeignet	R: weniger geeignet L: ungeeignet Q: gut	R: weniger geeignet L: ungeeignet Q: gut

Anmerkung zur Aufnahme: Ein Auftrag für eine Raster-, Längen- oder Querprofilaufnahme bedeutet immer, dass deren örtliche Lage bereits definiert ist und in die Örtlichkeit übertragen wird. Es muss hier also eine Absteckung im Voraus erfolgen. Mögliche Versicherungsarten siehe Kap. 4.4

9.4.2.4 Rasteraufnahme

Grundsätzliches

Rasteraufnahmen sind Aufnahmen von Geländeschnitten, die rechtwinklig zueinander stehen und sich schneiden.

Rastermaschen können quadratisch oder rechteckig sein.

Die Definition des Rasters muss eindeutig sein, d.h. die Rasterpunkte müssen im Koordinatensystem eindeutig definiert sein.

Rasterlinien (Achsen) werden für die Bauausführung versichert. Der Zeitpunkt der Versicherung ist festzulegen.

In der Regel werden nur die Höhen der Rasterpunkte bestimmt. Falls die Geländeform durch die Rasterpunkthöhen ungenügend beschrieben ist, können zusätzliche Höhen auf den Rasterlinien bestimmt werden.

R: Rasteraufnahme
L: Längenprofilaufnahme
Q: Querprofilaufnahme
) Achspunkte müssen abgesteckt sein

**) Ein Punkt im Profil muss höhenmässig bekannt sein.

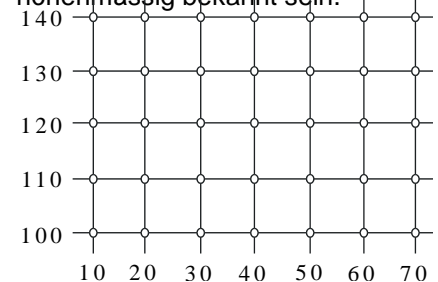


Abb. 9.9 Raster für flächenhafte Geländeerfassung

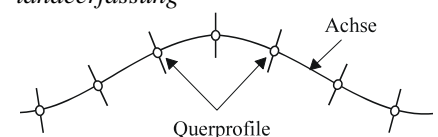


Abb. 9.10 Profile für Geländeerfassung

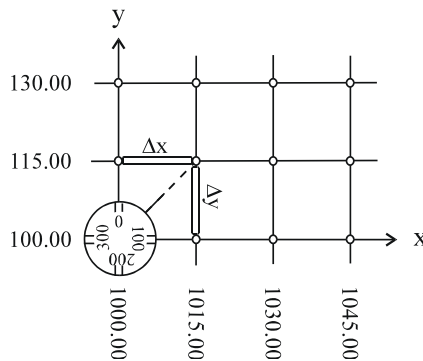


Abb. 9.11 Rasteraufnahme mit Polarisverfahren

Wie bereits in *Tab. 9-1* erwähnt, sind die Raster mehrheitlich in einem lokalen Koordinatensystem definiert. Nach Bauende wird das Objekt in die Werke der Amtlichen Vermessung gemäss Gesetz übernommen. Dies erfolgt entweder mit einer Transformation lokales- in Landessystem, oder einer Aufnahme des Objektes.

Polares Verfahren, Vorgehen

Bei lokalen Systemen ist es zweckmässig, zuerst einen Rasterpunkt sowie eine Rasterrichtung oder einen zweiten Eckpunkt abzustecken.

Die Höhe der Kippachse des Tachymeters bzw. die Höhe eines Eckpunktes durch Höhenübertragung bestimmen.

Den Tachymeter z.B. auf dem Eckpunkt stationieren und den Teilkreis auf die abgesteckte Richtung orientieren.

Die Rasterpunkte abstecken und deren Geländehöhen sofort bestimmen. Hierzu können die Koordinaten der Rasterpunkte aus dem internen Speicher abgerufen und die Absteckelemente berechnet werden, oder es wird mit den Koordinatendifferenzen (interne Software) gearbeitet: y- und x-Werte im lokalen System werden bei der Messauslösung angezeigt.

Beim Arbeiten mit Realtime Kinematic GNSS ist die Vorgehensweise ähnlich wie beim polaren Verfahren.

Nivellier-Verfahren

Bei Anwendung des Flächen-Nivellementes, kann als Messgerät ein Nivellier oder ein Rotationslaser verwendet werden. Zuerst muss der Raster abgesteckt und z.B. mit Jalons versichert werden.

Das Vorgehen bei Verwendung von einfachen Hilfsmitteln soll am Beispiel der *Abb. 9.12* erläutert werden.

Die Basislinie des Rasters sei die Linie 100.00 mit den Endpunkten 100.00 / 1000.00 und 100.00 / 1135.00. Von diesen Endpunkten aus werden die Linien "1000.00" und "1135.00" z.B. mit einem Pentaprisma abgesteckt inklusive aller Rasterpunkte auf diesen beiden Linien → Jalon stecken. Diese Absteckung ist für die Höhenbestimmung der Rasterpunkte ausreichend. Zur Absteckung / Aufnahme der Rasterpunkte wird die Nivellierlatte bzw. der Sensor zum Rotationslaser auf den Rasterlinien einvisiert und die Rasterdistanz zwischen den Punkten abgetragen.

Praktischer Hinweis: Die beiden abgesteckten Linien sollen (bei geneigtem Gelände) in der Falllinie des Geländes liegen.

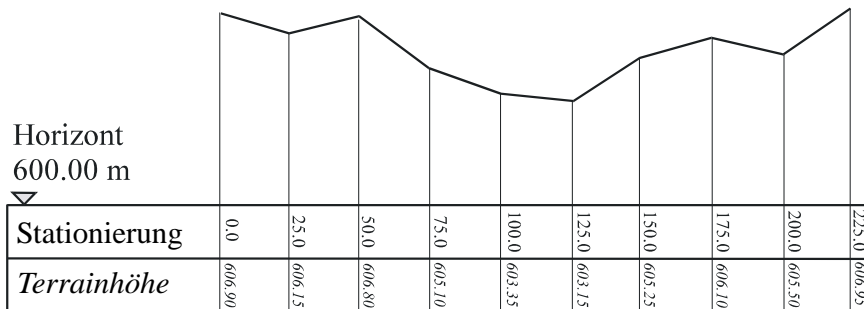
Kontrollen:

- Doppelaufnahme, Stichproben
- Konstruktion der Höhenlinien direkt im Feld, visueller Vergleich mit dem Gelände
- Längenprofilaufnahme

Grundsätzliches

Das Längenprofil beschreibt den Geländeverlauf in der Projektachse (Horizontalachse).

In der Regel werden nur die Höhen in den Profilpunkten (bodeneben) bestimmt. Nur wenn im Horizontalachsen-Verlauf eine markante Geländeunstetigkeit gegeben ist, wird diese eingemessen und im Längenprofil dargestellt.



Masstab: Höhe 10:1 überhöht

Abb. 9.13 Längenprofil. Linienhafte Geländedarstellung im Achsenverlauf

Messverfahren

Das Messverfahren wird durch die Grösse des Objektes und der Geländeform bestimmt, siehe Tab. 9-2.

Falls eine Absteckung der Profilpunkte erfolgen muss, so sind nur die Verfahren Polar und GNSS sinnvoll.

In Ausnahmefällen, wenn die Achspunkte bereits abgesteckt sind, kann ein Liniennivellement mit Zwischenblicken geeignet sein. Die Geländeform ist hier massgebend.

Kontrollen

Kontrollen sollten immer gegeben sein. Dies besonders, wenn die Profilachspunkt-Höhen als Ausgangshöhen für die Querprofilaufnahme dienen.

Als Kontrollen sind möglich: Doppelaufnahme, Anschluss an weitere höhenmässig bekannte Punkte.

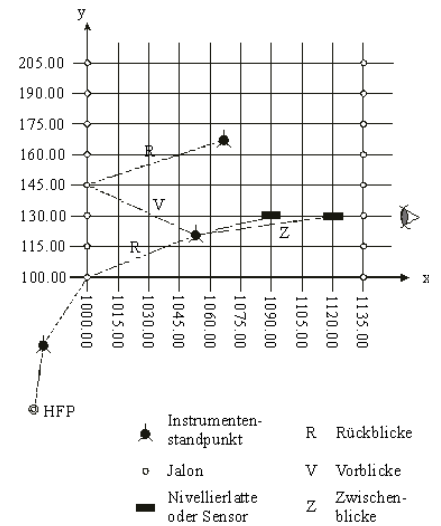


Abb. 9.12 Rasteraufnahme, Prinzip Flächennivellement

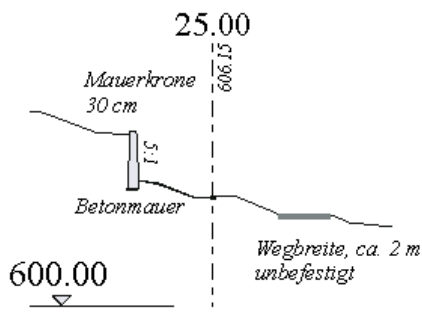


Abb. 9.14 Querprofilaufnahme

9.4.2.5 Querprofilaufnahme

Die Querprofilrichtungen liegen immer im rechten Winkel zur Tangente an die Projektachse. Die Aufnahmebereiche seitlich der Projektachse müssen festgelegt sein. Die Aufnahme sollte detailliert sein. D.h., das Profil soll Informationen enthalten, die für die Projektierung von Wichtigkeit sind, z.B. Mauerstärke und Material, Wegbreite und Beschaffenheit, Fels etc. Das Querprofil soll auch das Gelände zwischen den benachbarten Profilen repräsentieren. Vor der Aufnahme ist es zweckmässig, zuerst die Profillinie abzustecken und durch drei Jalons zu visualisieren. Der Reflektor / Lattenhalter kann sich somit selbstständig in die Ziellinie einvisieren.

Polares Verfahren / GNSS

Bei diesem Verfahren könnten die Querprofile gleichzeitig mit dem Längenprofil aufgenommen werden. Ob dies wirtschaftlich ist, hängt von der Ausdehnung des Projektes und der Sichtbarkeit, also von der Geländeform und der Bodenbedeckung ab.

Für Ergänzungsaufnahmen könnte als Sekundärverfahren z. B. die Staffelmethode zweckmässig sein.

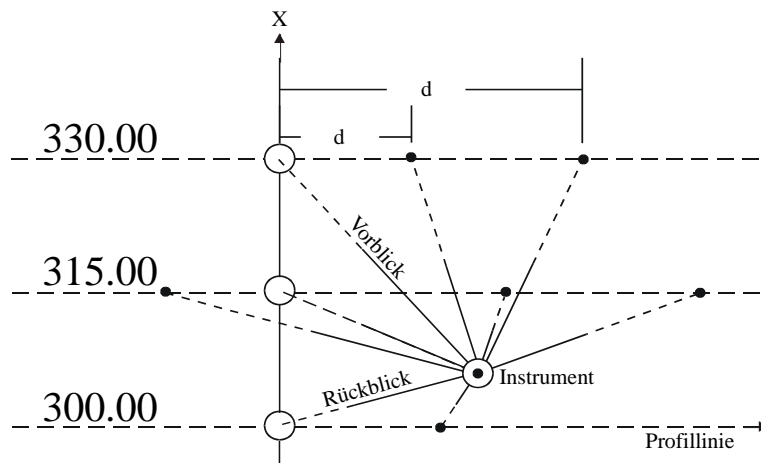


Abb. 9.15 Profilaufnahme von einem Standpunkt aus, wobei das Instrument ein Tachymeter, Nivellier oder Rotationslaser sein kann.

Nivellierverfahren

Vorteilhaft ist das Arbeiten mit dem Instrumentenhorizont. Der Horizont muss zu einem zweiten höhenmässig bekannten Punkt kontrolliert und protokolliert werden.

Dieses Vorgehen gibt auch die Möglichkeit, das Profil direkt im Feld zu zeichnen. Das Zeichnen der Messwerte an Latte/Sensor kann wie bei der Staffelmethode erfolgen. Wie aus Abb. 9.15 ersichtlich ist, muss die Distanz d des Messpunktes aber bestimmt werden.

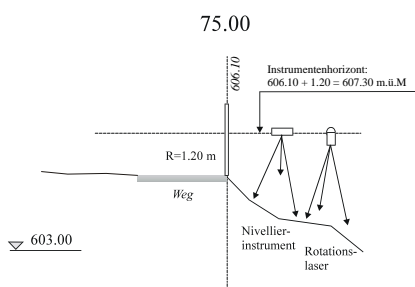


Abb. 9.16 Querprofilaufnahme mit dem Nivellierverfahren

9.5 Genauigkeitsforderungen und Kontrollen

Die Genauigkeit einer Aufnahme ist abhängig von den Faktoren: Bedarf, Geräte, Know-How, Zeit, Wirtschaftlichkeit, Personal, Wetter etc. Der Auftraggeber wird eine bestimmte Genauigkeit fordern, an welche Instrumentarium, Personal und Methode angepasst werden müssen. In der Ingenieurvermessung gibt es im Gegensatz zur amtlichen Vermessung keine allgemein verbindlichen Vorschriften.

9.5.1 Genauigkeitsforderungen in der amtlichen Vermessung

Die Anforderungen an die Genauigkeit (und Zuverlässigkeit) der Lagefixpunkte der amtlichen Vermessung sind methodenunabhängig formuliert, d.h. es spielt keine Rolle, ob die Punkte trigonometrisch, photogrammetrisch, nivellitisch oder mit GNSS bestimmt werden, es wird von allen Methoden die gleiche Genauigkeit abverlangt.

Die durch die amtliche Vermessung erhobenen Daten müssen den für jede Ebene getrennt festgelegten Anforderungen bezüglich der Lage- und Höhengenaugigkeiten genügen. Diese Anforderungen sind in Form von Standardabweichungen definiert, wobei sich diese innerhalb der gleichen Informationsebene noch je nach Toleranzstufe unterscheiden. Das Territorium der Eidgenossenschaft wird für die amtliche Vermessung entsprechend den Bedürfnissen und dem Wert des Bodens in Gebiete mit folgenden Toleranzstufen (TS) eingeteilt:

- TS 1: Stadtgebiete
- TS 2: Überbaute Gebiete und Bauzonen
- TS 3: Intensiv genutzte Landwirtschafts- und Forstwirtschaftsgebiete
- TS 4: Extensiv genutzte Landwirtschafts- und Forstwirtschaftsgebiete
- TS 5: Alpgebiete und unproduktive Gebiete

Im Einzelfall ordnet der Kanton die Toleranzstufen zu, wobei die Anforderungen der TS 1 mindestens diejenigen der TS 2 erfüllen müssen.

Tab. 9-3 Genauigkeitsforderungen für die Ebene Fixpunkte

Genauigkeitsforderungen**						
Informationsebene Fixpunkte	Punktart*	Lagegenauigkeit				
		TS 1	TS 2	TS 3	TS 4	TS 5
	LFP 2	0.7 + s	1.7 + 2s	1.7 + 2s	3.3 + 2s	3.3 + 2s
	LFP 3		$1.8 + 5.7\sqrt{s'}$	$1.8 + 5.7\sqrt{s'}$	$3.6 + 10.6\sqrt{s'}$	$3.6 + 10.6\sqrt{s'}$
		Höhengenauigkeit in cm				
	LFP 2	1.7 + 2s	1.7 + 2.7s	1.7 + 2.7s	3.3 + 2.7s	3.3 + 2.7s
	LFP 3		5 + 8s'	5 + 8s'	10 + 15s'	10 + 15s'
	HFP 2		0.03 + 0.3s	0.03 + 0.3s		
	HFP 3		2s			

* LFP = Lagefixpunkte

HFP = Höhenfixpunkte

** s = Distanz in Kilometern zwischen zwei beliebigen benachbarten Punkten

s' = Distanz in Kilometern zwischen dem betreffenden Punkt und dem nächsten Anschlusspunkt

Tab. 9-4 Genauigkeitsforderungen für die Ebenen

„Einzelobjekte / Linienelemente“, „Höhen“, „Liegenschaften“ und „Rohrleitungen“

Genauigkeitsanforderungen									
Informationsebene	Punktart	Lagegenauigkeit in cm				Höhengenauigkeit in cm			
		TS 2	TS 3	TS 4	TS 5	TS 2	TS 3	TS 4	TS 5
Einzelobjekte Linienelemente	*	10	20	50	100				
	**	25	50	100	200				
Höhen	*					20	$100 + 350 \tan\alpha^{***}$		****
	**						$100 + 350 \tan\alpha^{***}$		****
Liegenschaften Rohrleitungen ¹⁾	*	3.5	7	15	35				
	**	20	35	75	150				

* im Gelände exakt definierter Punkt: Gebäudeecke, Mauerpunkt etc.

** nicht exakt definierter Punkt: Wald-, Wiesen-, Weiderand etc.

*** α = Winkel der mittleren Geländeneigung in gon

**** in der TS 5 ist die Höhengenaugkeit des DHM25 (Digitales Höhenmodell mit 25 m Rasterabstand der Swisstopo massgebend)

1) nur überregionale Gas- und Ölleitungen

9.5.2 Genauigkeitsforderungen im Bauwesen

Aufnahmen die als Grundlage für die Projektierung dienen.

- Geländedarstellung ≤ 20 cm
- bestehende bauliche Anlagen ≤ 5 cm

Aufnahmen von fertig erstellten Anlagen zur Nachführung der Werte RIS/GIS, der Amtlichen Vermessung und der Landeskartenwerke.

Massgebend für diese Arbeiten sind die Genauigkeitsforderungen der Amtlichen Vermessung.

Aufnahmen/Abnahmen von Bauteilen, Endabnahmen.

Beispiele im Strassenbau: Roh- und Feinplanie; Kontrolle der Ebenen bezüglich Höhenlage, Einhaltung des Neigungsgefälles, Unebenheiten.

Beispiele für Industrieanlagen: Abnahme von vorgefertigten Bauteilen, Fundamentplatten, etc. Je nach Bauteil sind die Anforderungen sehr unterschiedlich ≤ 1 mm bis ≤ 3 cm Bestandsaufnahmen / Ausführungswerke / Werkdokumentationen.

9.5.3 Kontrollen der Aufnahmen

Kontrollen sind unabdingbar zur Vermeidung grober und systematischer und zur Reduzierung zufälliger Fehler. Als grobe Fehler kommen zum Beispiel Punktverwechslungen, ungenügende Nachprüfung der Bezugspunkte (z.B. Übereinstimmung der Koordinatenwerte mit der örtlichen Versicherung) etc. auftreten. Zudem sind Kontrollen erforderlich, um den Nachweis für die Einhaltung der geforderten Genauigkeiten erbringen zu können.

Als mögliche Kontrollen kommen in Frage:

Situation:

- Doppelaufnahme (Stichprobe)
- Kontrollmasse
- Konstruktionsmasse
- Führen einer Vermessungsskizze mit Angaben von Codierung und Attributen

Topographie:

- Vermessungsskizze mit Darstellung des Höhenlinienverlaufs, der Bruchkanten, Kuppen, Wannen, Interpolationsvermerke
- Lagebestimmung von Höhenlinien (Stichprobe)

Die beste Möglichkeit, fehlerfrei zu arbeiten, ist die direkte Überprüfung im Feld.

Ein Digitales Geländemodell (**DGM**) bzw. Digitales Höhenmodell (**DHM**) ist ein numerisches Modell der Geländehöhen und -formen.

Oft werden auch die gleichbedeutenden englischen Begriffe Digital Terrain Model (**DTM**) und Digital Elevation Model (**DEM**) benutzt.

Ein **DGM** bzw. **DHM** stellt im Gegensatz zum Digitalen Oberflächenmodell (**DOM**) keine Objekte auf der Erdoberfläche dar (z. B. Bäume oder Häuser).

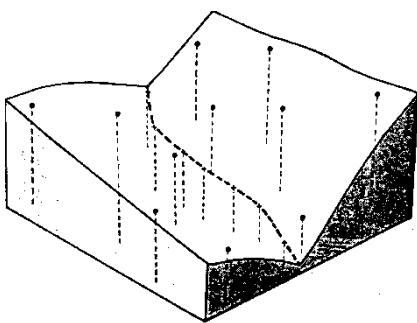


Abb. 9.17 Stützpunkte und Kanten

9.6 Das digitale Geländemodell

Als digitales Geländemodell bezeichnet man die Menge der digital gespeicherten Höhenwerte, die als Funktion der Lage der Punkte die Höhenstruktur des Objektes hinreichend repräsentieren.

9.6.1 Anwendungen

Wegen ihren vielseitigen Anwendungsmöglichkeiten gehören Geländemodelle zu den unentbehrlichen Planungsgrundlagen. Geländemodelle ermöglichen beliebige Beziehungen zwischen Projekt- und Geländedaten, zum Beispiel für horizontale und vertikale Linienführungen, für Massenberechnungen, perspektivische und fotorealistische Darstellungen, für Lärmschutzberechnungen, ganz allgemein bei allen Planungsaufgaben, bei welchen die 3. Dimension von Bedeutung ist.

9.6.2 Punktarten

Da Geländemodelle Produkte aus Punktdaten und Programmen darstellen, müssen die notwendigen Geländedaten, welche das Gelände exakt beschreiben, erfasst, sowie die Funktionsweise der Software bekannt sein.

Man unterscheidet zwischen:

- Punktdaten mit lediglich Höheninformation, wie Einzelpunkt, X, Y und H eines Geländepunktes und
- Punktdaten mit Höheninformation plus topographischer Zusatzinformation, wie Bruchkante, markante Punkte, Kuppen, Mulden, Strassenkreuzungen etc.

9.6.3 Begriffe

Geländelinie:

Verbindung von Einzelpunkten. Hier werden zwei Typen unterschieden:

- harte Bruchkanten bei Kunstbauten, Böschungen etc. (Höhenkurven werden gebrochen)
- weiche Strukturlinien, abgerundete Geländebrüche (Höhenkurven werden bei Geländebrüchen ausgerundet)

Bruchkanten:

Sie steigern die morphologische Richtigkeit der Geländebeschreibung, bieten aber allein keine ausreichende Messwertdichte; sie werden daher als Zusatzinformation verwendet.

Grat- oder Tallinien:

Eine spezielle Art von Bruchkante, zugleich Fall- wie auch Strukturlinie, beschreiben das Zusammenstossen zweier Teilflächen entlang von Falllinien

Strukturlinien:

Unschärfer Übergang zwischen verschiedenen geneigten Teilflächen, grosse Geländekrümmung senkrecht zur Strukturlinie

Falllinien:

Eine spezielle Art von Strukturlinien, Verlauf der grössten Flächenneigung, horizontale Flächentangente senkrecht zur Falllinie

Vermaschung:

Darunter wird die Verbindung von einzelnen Datenpunkten zu kleinen geschlossenen Flächen verstanden, die zusammen ein diskretisiertes Modell des realen Terrains bilden.

9.6.4 Geländemodelle

Das allgemeine Modell besteht entweder aus einem Quadratgitter oder aus den zu einem Dreiecksnetz vermaschten Punkten der Aufnahme mit Zusatzinformationen z.B. Punktverbindungen, Flächenkoeffizienten.

Bei der Dreiecksvermaschung ist die Anpassungsfähigkeit an die Örtlichkeit optimal. Alle Stützpunkte, einschliesslich der Kanten und Strukturlinien werden in die Vermaschung integriert, wobei Kanten- und Strukturlinien als Dreiecksseiten verwendet werden.

Aus den Dreiecken werden die Höheninformationen für alle weiteren Anwendungen abgeleitet. Grossmassstäbliche Anwendungen basieren auf der Dreiecksmethode.

Die Gittermethode mag aus der Sicht der Verarbeitung einfacher sein. Die Datenerfassung könnte durch automatische Profilregistrierung automatisiert werden. Zusätzliche Gitterdaten (z.B. gerastertes Bildmaterial) lassen sich einfacher integrieren. Der wesentlichste Nachteil dieser Datenstruktur liegt in der Tatsache, dass sich "spitze" Geländeformen kaum darstellen lassen. Dieser Nachteil kann mit einer selektiven Verdichtung (z.B. Berücksichtigung von Geländebrüchen) reduziert werden.

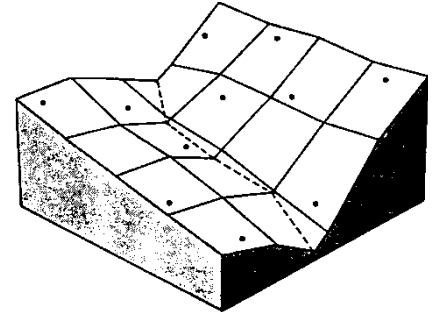


Abb. 9.18 Interpoliertes Punktgitter

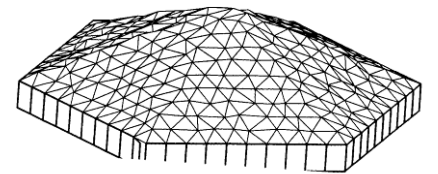


Abb. 9.19 Dreiecksstruktur

Der Vorteil der Dreiecksstruktur liegt in der optimalen Anpassungsfähigkeit an den Terraincharakter

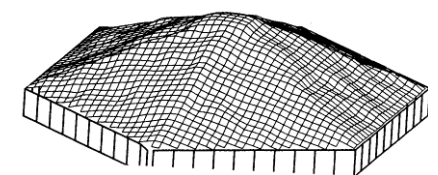


Abb. 9.20 Gitterstruktur

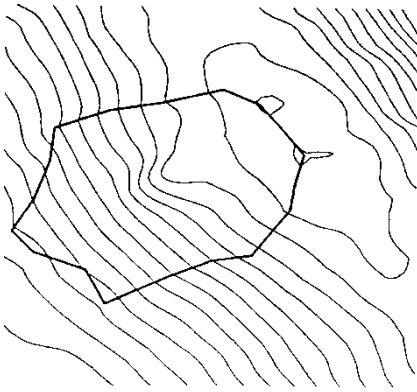


Abb. 9.21 Höhenkurvenplan über das Baugelände

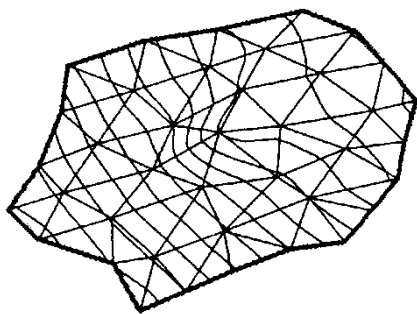


Abb. 9.22 Höhenkurven und Vermaischung

9.6.5 Interpolationen

Die einfachste Art eine beliebige Punkthöhe aus einer Dreiecksvermaschung zu gewinnen erfolgt durch lineare Interpolation. Dabei wird durch die drei Eckpunkte des Dreiecks eine Ebene (Fläche 1. Grades) gelegt und so die Höhe des Punktes abgeleitet. Weitere Arten der Interpolation sind die hyperbolische Fläche 2. Grades oder die Bikubische Interpolation mit einer Fläche 3. Grades.

Damit eine Fläche im Raum bestimmt werden kann, müssen bekannte Stützpunkte vorhanden sein.

Um Höhenkurven aus einer Dreiecksvermaschung abzuleiten, wird bei einigen Programmen jedes Dreieck in Subdreiecke unterteilt. Die Höhen der neuen Punkte werden nach den beschriebenen Interpolationsverfahren bestimmt. Innerhalb eines Dreiecks wird die Fläche eines Subdreiecks durch eine Ebene angenähert. Das so erhaltene Netz repräsentiert eine enge Näherung an die Oberfläche im Sinne von finiten Elementen. Es garantiert auch den korrekten Verlauf der Höhenkurven innerhalb des räumlichen Hauptdreiecks. Diese Feinvermaschung findet auch bei Massenermittlungen statt.

9.6.5.1 Konstruktion der Geländeformen mittels kartierten Detailpunkten

Zwischen benachbarten (kotierten) Punkten werden die Lagen der Höhenlinien mittels Interpolation kartiert. Dies kann auf zwei Arten erfolgen: 1. rechnerisch oder 2. grafisch.

1. Rechnerisch mit dem Strahlensatz

Gegeben:

die Punkte A, B mit den Höhenkoten

die Distanz A-B aus dem Plan gemessen => 30 mm

Gesucht:

die Lage der Höhenkurve 180.00 m.ü.M. auf der Geraden A-B

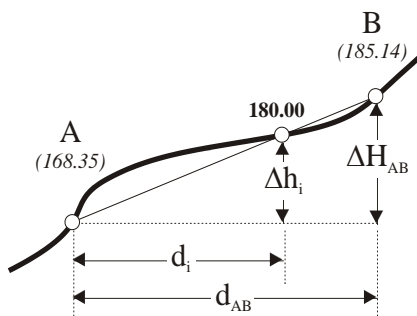


Abb. 9.23 Höheninterpolation mit dem Strahlensatz

Gl. 9.6-1

$$d_i = \frac{d_{AB}}{\Delta H_{AB}} \cdot \Delta h_i$$

$$d_i = 30\text{mm} \cdot \left(\frac{180 - 168.35}{185.14 - 168.35} \right) = 20.82\text{mm}$$

2. Graphisch mit transparentem Millimeterpapier

Gegeben:

Die Punkte mit den Höhenkoten 175.68 und 182.53 m.ü.M.

Gesucht:

Die Lagen der Höhenlinien 176.00 bis 182.00 m.ü.M. auf der Geraden zwischen den kotierten Punkten

Vorgehen:

Den Millimeterlinien werden Höhenwerte zugeordnet, siehe am linken Rand der Abbildung. Das Papier wird dann derart gedreht, bis die kotierten Punkte den zugeordneten Höhen auf dem Papier entsprechen. Die gesuchten Höhenlagen sind auf den Schnittlinien mit der Verbindungslinie zwischen den kotierten Punkten.

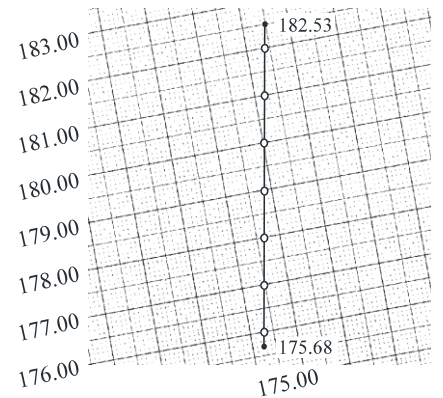


Abb. 9.24 Konstruktion von Höhenlinien mit transparentem Millimeterpapier

9.6.6 Beispiele von Aufnahmen und Auswertungen

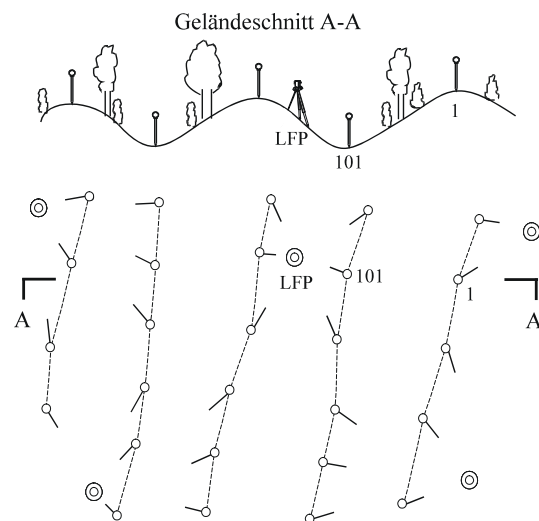


Abb. 9.25 Geländeschnitt

Schematische Darstellung der Aufnahme von Bruchkanten oben: Schnitt A - A unten: Grundriss mit den Aufnahmepunkten auf den Kreten- und den Sohlenpunkten

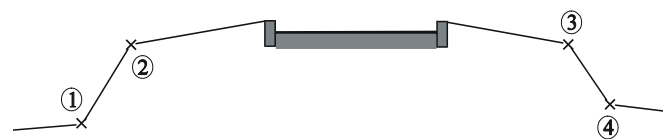


Abb. 9.26 Bruchkantenpunkte

Die Punkte 1-4 sind sowohl Situationspunkte als auch Bruchkantenpunkte. Die Codierungen erfolgen hier für Lage und Höhe

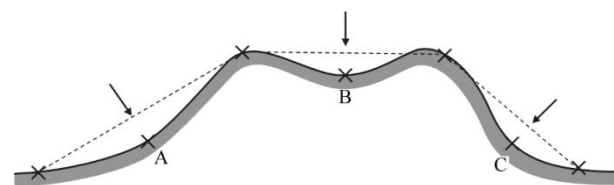


Abb. 9.27 Punktdichte

Beispiel einer ungenügenden Punktdichte. Die Höheninterpolation wird falsch. Die Höhen bei A, B und C müssen ebenfalls bestimmt werden.

Darstellung der Geländeform in einem Raster mit interpolierten Höhenkurven

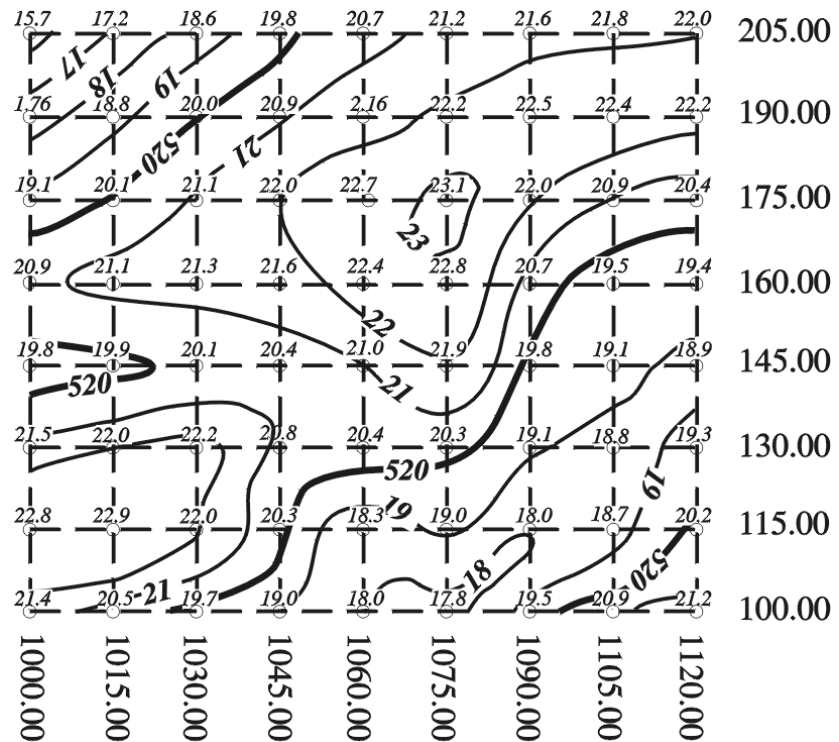


Abb. 9.28 Rasteraufnahme

9.6.7 Beispiele für die Anwendung

Baugrube mit Volumenberechnung

Innerhalb der unveränderlichen Zone des Baugeländes wird ein Umriss festgelegt (Abb. 9.21). Dieser soll nach Möglichkeit als harte Bruchkante definiert werden. Auf diese Art lässt sich das eigentliche Baugelände als selbstständiges Modell behandeln.

In Abb. 9.22 wird das betroffene Baugelände als vollständiges Geländemodell dargestellt. Der Höhenkurvenanschluss zwischen der äusseren und inneren Zone ist nahtlos (Abb. 9.30), die Dreiecksvermaschung schneidet die Zonengrenze nicht.

Die erste Massenberechnung basiert auf dem Ursprungsmodell. Im nächsten Arbeitsgang wird das Ursprungsmodell durch das Projektmodell ersetzt. Die Differenz der beiden Massenberechnungen, dem Ursprungsmodell und dem Projektmodell, liefert die Aushubkubatur.

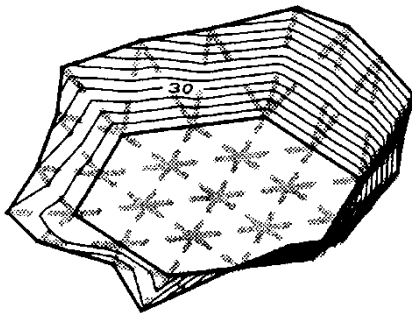


Abb. 9.29 Baugrube gemäss Projekt

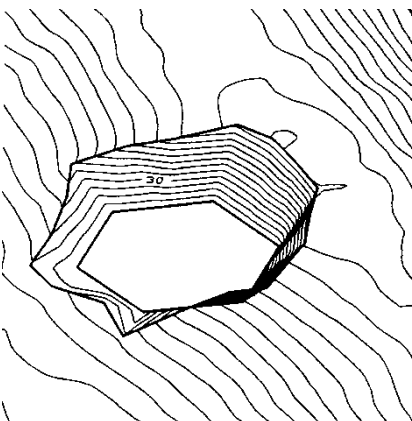


Abb. 9.30 Bauprojekt im Höhenkurvenplan

9.7 Absteckungsmethoden

Folgende Absteckungsmethoden werden zur Realisierung von Hoch- und Tiefbauprojekten angewendet.

- Absteckung von Fluchten
- Absteckung von Richtungen
- Absteckung von 1D-, 2D- und 3D-Koordinaten
- Absteckung von Linien und Achsen
- Absteckung von Profilen
- Lotung
- Absteckung Ebenen und Flächen
- Absteckung Übergangsbögen

Als Vermessungsinstrumente kommen dabei je nach Anforderung GNSS-Empfänger, Tachymeter, Nivelliergeräte, Rotationslaser, Richtlaser, Zenit- und Nadirlot, Schlauchwaage, Doppelpentaprisma, Massband, etc. zum Einsatz.

Im nachfolgenden Absatz werden zwei Verfahren zur Kreisbogenabsteckung und die Bestimmung einer orthogonalen Abweichung einer Linie genauer erläutert.

9.7.1 Linienabsteckung

geg: eine Linie durch zwei Punkte $P_1(X_1, Y_1, Z_1)$ und $P_2(X_2, Y_2, Z_2)$ sowie einen Messpunkt $P_M(X_M, Y_M, Z_M)$

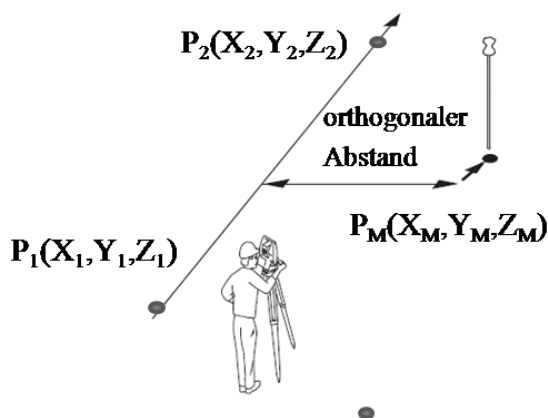


Abb. 9.32 Verfahren einer Linienabsteckung

Die Bestimmung des orthogonalen Abstandes kann via Vektorrechnung sehr elegant bestimmt werden. Der Vektor v ergibt sich aus den beiden Punkten P_1 und P_2 , Vektor w definiert sich durch P_1 und P_M . Der gesuchte orthogonale Abstand $Dist$ zwischen der Linie P_1P_2 und P_M ergibt sich aus

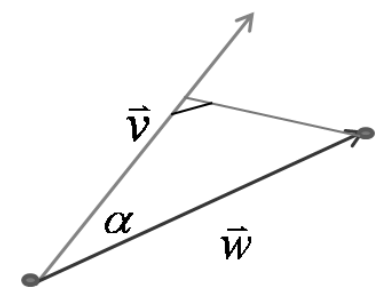


Abb. 9.31 Vektorrechnung

$$\text{Gl. 9.7-1} \quad \text{Dist} = \|\vec{w}\| \cdot \sin(\alpha)$$

Das Kreuzprodukt $v \times w$ lässt sich auch als

$$\text{Gl. 9.7-2} \quad \|\vec{v} \times \vec{w}\| = \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{w}\| \cdot \sin(\alpha)$$

schreiben. Somit ergibt sich aus

$$\text{Gl. 9.7-3} \quad \frac{\|\vec{v} \times \vec{w}\|}{\|\vec{v}\|} = \frac{\|\vec{v}\| \cdot \|\vec{w}\| \cdot \sin(\alpha)}{\|\vec{v}\|}$$

die gesuchte Formel für die Bestimmung des orthogonalen Abstands.

$$\text{Gl. 9.7-4} \quad \text{Dist} = \frac{\|\vec{v} \times \vec{w}\|}{\|\vec{v}\|}$$

9.7.2 Kreisbogenabsteckung

Durch einen Kreisbogen können zwei Geraden verbunden werden. Der Kreisbogen ist die einfachste Kurvenform. Die Krümmung k und der Radius r sind hierbei über die gesamte Bogenlänge b konstant. Im Kreisbogen gelten folgende Beziehungen:

Eine Trasse, die aus Geraden und Kreisbogen besteht, verläuft geometrisch „glatt“, d.h. die erste Ableitung ist stetig. Die zweite Ableitung weist in den Übergangspunkten Unstetigkeiten auf. Die Krümmung und damit die Zentrifugalbeschleunigung eines Fahrzeuges ändern somit sprunghaft.

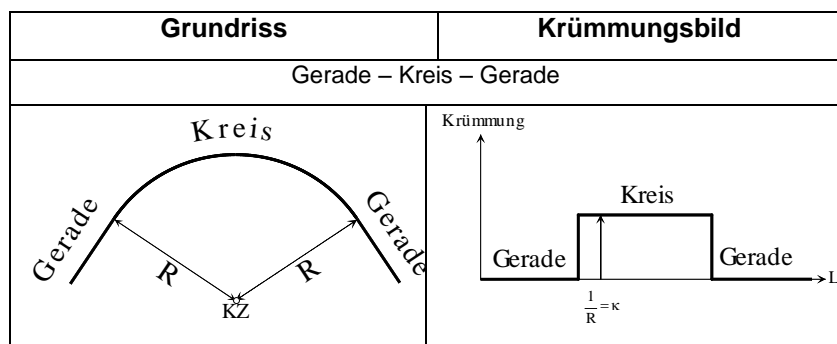


Abb. 9.33 Gerade – Kreisbogen – Gerade

Eine gewisse Abhilfe schafft der Vorbogen, der im Normalfall den doppelten Radius des Hauptbogens aufweist. Die Bogenfolge aus zwei oder mehreren Kreisbogen wird auch als Korbbogen bezeichnet. Heute werden Korbbogen nur noch in untergeordneten Strassen und Passstrassen verwendet.

Ein Kreisbogen definiert sich mit folgenden Parametern:

- TS = Schnittpunkt der beiden Tangenten
- M = Mittelpunkt des abzusteckenden Kreises
- t_1 und t_2 = beiden Tangenten
- R = Radius
- BA, BM und BE = Bogenanfang, -mitte und -ende
- ϕ = Zentriwinkel
- ϕ = Winkel zwischen den beiden Tangenten
- t = Länge zum Halbierungspunkt E und F
- d = Scheitelabstand
- s = Sehne
- p = Pfeilhöhe
- n = Anzahl der Punkte
- b = Bogenlänge

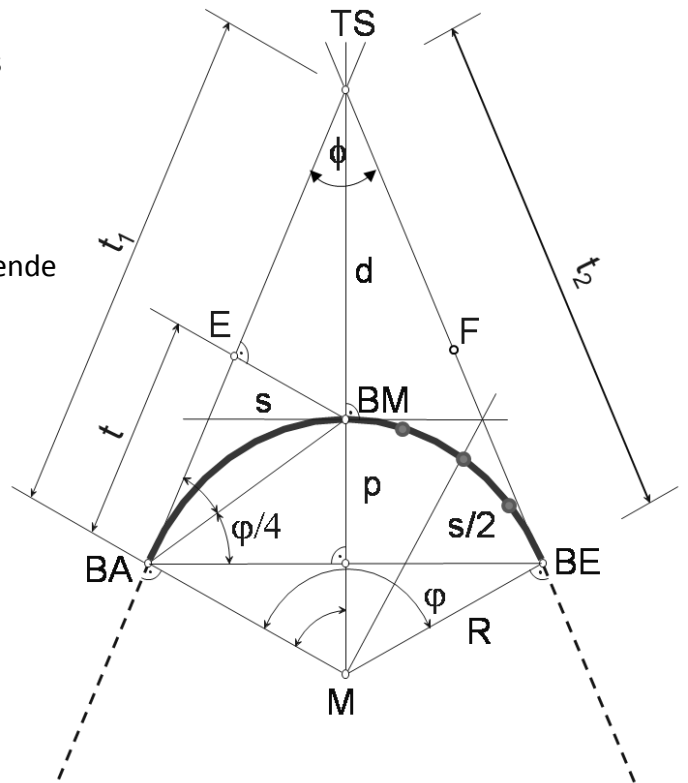


Abb. 9.34 Kreisbogen-Parameter

Verschiedene Berechnungsmöglichkeiten ergeben die Absteckpunkte auf dem Kreisbogen. Eine Ausgangssituation wird via zwei Methoden aufgezeigt.

geg: zwei Tangenten t_1 und t_2 via definierter Punkte und der Radius

ges: Absteckpunkte auf dem Kreis

9.7.3 orthogonale Kreisabsteckung (ausgehend von der Tangente)

Gl. 9.7-5 $\phi = 200 \text{ gon} - \phi$

Gl. 9.7-6 $t_{1/2} = R \cdot \tan \frac{\phi}{2}$

Gl. 9.7-7 $t = R \cdot \tan \frac{\phi}{4}$

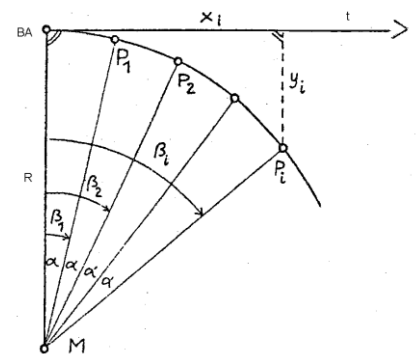


Abb. 9.35 orthogonale Kreisbogenabsteckung

$$\text{Gl. 9.7-8} \quad d = R \cdot \tan \frac{\varphi}{2} \cdot \tan \frac{\varphi}{4}$$

$$\text{Gl. 9.7-9} \quad \alpha = \frac{\varphi}{n}$$

$$\text{Gl. 9.7-10} \quad \beta_i = i \cdot \alpha$$

Daraus gebenden sich die beiden Koordinaten für y_i und x_i

$$\text{Gl. 9.7-11} \quad x_i = R \cdot \sin \beta_i$$

$$\text{Gl. 9.7-12} \quad y_i = R \cdot (1 - \cos \beta_i) = 2R \cdot \sin^2 \frac{\beta_i}{2}$$

9.7.4 polare Kreisabsteckung

Die polare Kreisbogenabsteckung geht von einer Absteckung am Bogenanfang (BA) aus. Sie kann z.B. die Methode der orthogonalen Kreisbogenabsteckung unabhängig kontrollieren. Durch lediglich zwei Gleichungen können die Elemente bestimmt werden.

$$\text{Gl. 9.7-13} \quad \gamma_i = \frac{\beta}{2_i}$$

$$\text{Gl. 9.7-14} \quad s_i = 2R \cdot \sin \gamma_i$$

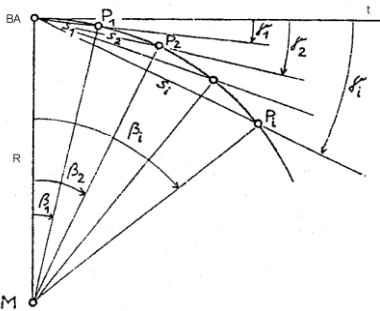


Abb. 9.36 polare Kreisbogenabsteckung

9.7.5 Absteckung eines Schnurgerüsts

Hierbei handelt es sich um ein Gerüst ausserhalb der Baugrube, auf dem die Bauachsen abgesteckt und versichert werden. Zwischen den Versicherungen werden Schnüre oder Drähte gespannt, welche die Bauachsen visualisieren.

In den allgemeinen Bedingungen für Bauarbeiten der Norm SIA 118 sind die Zuständigkeiten festgehalten.

- Bauherrschaft / Bauleitung
- Die Absteckung der Hauptachsen, die Versicherung von Höhenfixpunkten, bei grossen Objekten auch die Versicherung von Lagefixpunkten.
- Unternehmung
- Die Erstellung der Schnurgerüste, die Absteckung der Sekundärachsen, Profilierungsarbeiten etc. Die Unternehmung ist für die Erhaltung der Fixpunkte, die Versicherung der Bauachsen verantwortlich.

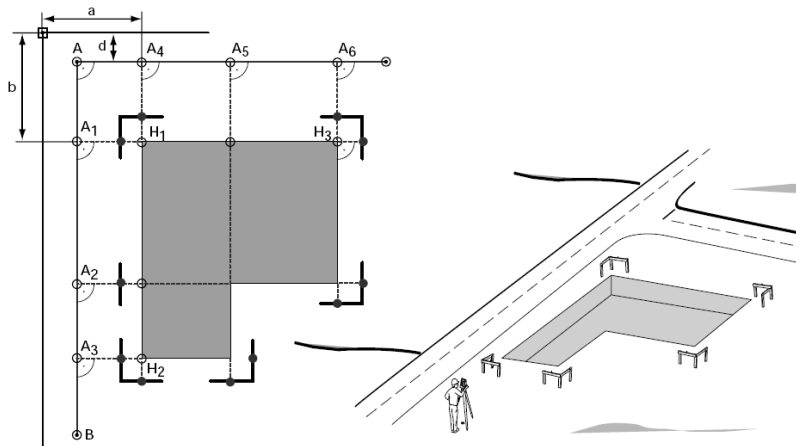


Abb. 9.37 Absteckung eines Schnurgerüsts

9.7.5.1 Vorgehen

Die Durchführung der Absteckung ist hier ähnlich der Punktabsteckung. Bei einer Absteckung mit einem RTKD-GNSS-Empfänger werden die Punkte auf das Gerät geladen und direkt abgesteckt. Bei einer Absteckung mit dem Tachymeter können die geladenen Absteckpunkte nach der Stationierung und Orientierung des Geräts im System ebenfalls direkt abgesteckt werden.

Die Bauherrschaft / Bauleitung legt, möglichst im Einvernehmen mit der Unternehmung, in einer Absteckungsskizze die abzusteckenden Hauptachsen fest.

Die Achsen werden auf dem Schnurgerüst versichert, evtl. auch mit Rückversicherungen.

Es folgt die Übergabe der Absteckung mit der Absteckungsskizze und Kontrollen an die Unternehmung. Zweckmässig ist es, ein Übergabeprotokoll zu erstellen.

Oftmals wird die Absteckung der Achsen vom kommunalen Vermessungsdienst oder dem zuständigen Ingenieur-Geometer durchgeführt. D.h. diese Institutionen führen die Arbeiten im Auftrag der Bauherrschaft / Bauleitung aus und gleichzeitig im Auftrag der Baupolizei.

Bei diesem Vorgehen müssen Kontrollmechanismen vorhanden sein und auch eingehalten werden.

Mögliches Vorgehen:

1. Person X konstruiert am Bildschirm das Gebäude mit den abzusteckenden Achsen (Absteckungsskizze) und bestimmt die Koordinaten der Gebäudeeckpunkte. Als Kontrolle werden die Seitenlängen und Diagonalen des Gebäudes bestimmt, ferner die Grenz- und Gebäudeabstände. Es folgt ein Plot der Arbeit mit allen Zahlenwerten.
2. Person Y speichert die Koordinaten von Person X, sowie die Koordinaten der Lagefixpunkte des betreffenden Gebietes auf einem Datenträger (Feldrechner, Tachymeter).
3. Person Y führt die Absteckung durch. Anschliessend folgt eine unabhängige Aufnahme (Kontrolle) der abgesteckten Achsen, die Messwerte werden gespeichert.
4. Person X wertet die Kontrollmessung aus und vergleicht die Koordinaten mit den Sollwerten.
5. Die Absteckungsakten mit den Kontrollberechnungen werden der Baupolizei, der Bauherrschaft / Bauleitung, der Unternehmung übergeben.

9.7.5.2 Anforderungen

An das Schnurgerüst

Das Schnurgerüst muss stabil ausgeführt sein und die Bauachsen aufnehmen können. Die Laden (Schalbretter) sollen horizontal sein und möglichst rechtwinklig zueinander stehen. Falls dies nicht der Fall sein sollte, ist die Achsabsteckung abzulehnen. Die Markierung der Achse sollte als Kerbe auf der Latte ausgebildet sein und nicht mit Nägeln in "V"-Form. Die Achsen sind mit Farbe zu kennzeichnen und zu beschriften. Die Rückversicherung der Achsen kann empfehlenswert sein.

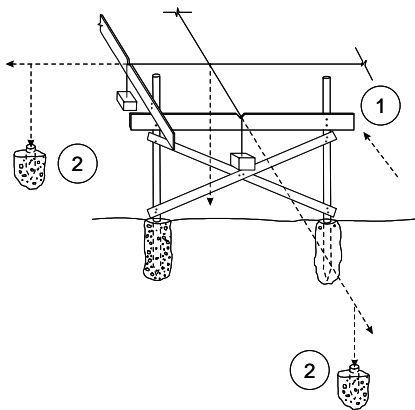


Abb. 9.38 Schematische Darstellung eines Schnurgerüsts

1. Laden (Schalbretter)
2. Rückversicherung ausserhalb des Baubereichs

An die Absteckungsakten / Übergabeprotokoll

Die Akten sind von allen Beteiligten zu visieren, bzw. per Einschreiben zuzustellen.

Im Absteckungsplan muss die Lage, Orientierung und Form / Grösse des Bauwerkes eindeutig definiert sein, ebenfalls die abgesteckten Bauachsen mit eindeutiger Nummerierung.

Die Akten müssen die Eindeutigkeit der Achsabsteckung dokumentieren, d.h. auch falls keine örtliche Rückversicherung der Achsen erfolgte, muss in einem Rechtsstreit die Richtigkeit der Absteckung gewährleistet sein.

Als zweckmässige Verfahren kommen nur das polare und GNSS-Verfahren zur Anwendung. Wobei bei dem GNSS-Verfahren Einschränkungen betreffend der Nutzbarkeit zu beachten sind. In überbauten Gebieten wird ein Satellitenempfang erschwert oder sogar unmöglich. Darum soll hier das polare Verfahren besprochen werden.

Zum Einsatz kommen moderne

- Tachymeter mit integrierter Software und Speichereinheit
- Tachymeter und Feldrechner, Datenverbindung

Als Software stehen zur Verfügung

- Freie Stationierung
- Transformationen
- Umwandlung Polar- in kartesische Koordinaten bzw. umgekehrt
- Schnittpunktberechnungen
- Schnurgerüst-Softwarepakete

9.7.5.3 Kontrollen

Nachdem die Punkte im Feld abgesteckt worden sind, ist es absolut unerlässlich, eine unabhängige Kontrolle durchzuführen, um eventuelle grobe Fehler aufzudecken. Die Kontrolle kann stichprobenweise oder gänzlich sein, je nach der geforderten Zuverlässigkeit und Genauigkeit.

Möglichkeiten

- Die Punkte werden auf eine unabhängige Art ein zweites Mal abgesteckt. Liegen die Differenzen zwischen der ersten und der zweiten Absteckung im Rahmen der Erwartungen, so wird z.B. der definitive Punkt in der Mitte der beiden Punkte versichert.
- Die abgesteckten Punkte werden von einer zweiten Station aus eingemessen. Die erhaltenen Resultate werden mit den Sollkoordinaten aus der Projektdefinition verglichen. Daraus lassen sich zusätzliche Genauigkeitsabschätzungen a posteriori für die abgesteckten Punkte vornehmen.
- Es werden zur Kontrolle redundante Masse des abgesteckten Objektes gemessen, z.B. Distanzen zwischen zwei Punkten, Pfeilhöhen beim Abstecken von Kreisbögen und Klothoiden.

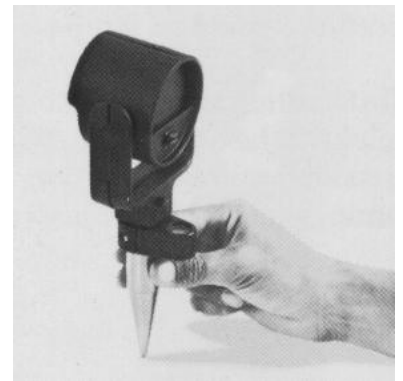


Abb. 9.39 Minireflectorstock mit Dosenlibelle

9.7.5.4 Dokumentationen und Übergabe der Absteckung

Die Absteckungsarbeiten sind gut zu dokumentieren. Die Absteckung und die Dokumentation (Koordinaten der abgesteckten Punkte) sind dem Auftraggeber zu übergeben. Der Empfang sollte schriftlich bestätigt werden.

Mögliche Inhalte der Dokumentation

- Berechnungen für die Definitionen und Koordinaten der abgesteckten Punkte, die Absteckung, die Kontrollaufnahme
- Pläne mit eindeutiger Definition / Darstellung der abgesteckten Elemente, Rückversicherungen, Art der Versicherungen
- Örtliche Versicherung mit Bezeichnung der Punkte / Achsen

Wichtiger Grundsatz für Absteckungsarbeiten:

Keine Absteckungen aus Gefälligkeit! Jeder Auftrag sollte aus Haftungsgründen schriftlich fixiert sein!

Sachwortregister

Sachwortregister

A

a priori
 Vorgehen bei Berechnung 172
 a priori Punktgenauigkeit 172, 173
 Abbildung 8
 Abbildungen optischer Linsen und Spiegel 243
 Abbildungsfehler von Linsen 244
 Aberration, sphärische.chromatische 244
 Abgriff
 elektrischer, bei Flüssigkeitssensoren 251
 von Winkeln (Teilkreise) 261
 Ablesung der Teilkreise 261
 Abriss 77, 122, 138, 141, 144
 Berechnungsschema 124
 Genauigkeitsangaben (Beispiel) 125, 194
 Abschätzungsformel 20
 Abschätzungsformeln 20
 Absorption 239, 240
 Absteckung 307
 Dokumentation, Übergabe 336
 Kontrolle 336, 337
 Schnurgerüst 335, 336, 337
 Absteckungsmethoden 331
 Abtastverfahren, codierte (bei Teilkreisen) 263
 accuracy (Genauigkeitsmass) 165
 Achromasie 244
 Achromate 244
 Achsbedingungen (Theodolit, Tachymeter) 81
 Achse
 Kipp- 82
 Optische 238, 242, 256
 Steh- 82, 83, 84, 85, 252, 255
 Ziel- 82
 Additionskonstante 94, 98
 Additionskorrektur 94
 Ähnlichkeitstransformation 45
 Alhidade 73, 258, 262, 264
 Alignementverfahren 256
 Aligniergeräte 256
 Almanachdaten 287
 Altimeter 211
 Ambiguities 91
 Amplitudenmodulation 87, 90
 Amtliche Vermessung (AV) 12
 Anastigmat 244
 Angabe einer Libelle 21
 Angabenbestimmung einer Libelle (experimentell)
 21
 Antennenexzentrizität 292
 Anti Spoofing (A.S) 287
 Apochromate 244
 arithmetisches Mittel 164, 168, 169, 170, 179, 192,
 193
 Standardabweichung 167
 Astigmatismus 244, 245
 Atomuhr 285
 Attributierung 310, 315
 Auflösung 165
 Aufnahme
 aller Punkte im Arbeitsbereich 313
 Aufgabenbereiche 311
 Beispiele von Auswertungen 329

diskreter Punkte 312
 flächenhafte 319
 Geländeschnitte 319
 Kontrolle 325
 Kontrollen 325
 Längenprofil 319
 Methodik 312
 Querprofil 317, 319, 321, 322
 Aufnahme diskreter Punkte 221
 Aufnahmemesstechnik 310
 Aufnahmemessverfahren
 Übersicht 314
 Aufnahmeverfahren
 GNSS 314
 orthogonal 314
 polare 314
 spezielle im Bauwesen 317
 Aufstellen eines geodätischen Sensors 69
 Auftreffwinkel 268
 Ausgleichung beim Doppelnivellement 220, 221
 Ausgleichungsrechnung 165, 174
 Aushubkubatur 330
 Ausmessung 8
 Aussenfokussierung 246
 äussere Genauigkeit 165
 Auswerteverfahren
 GPS 284, 285, 286, 287, 288
 Auswertung
 Beispiel 329
 im Feld 325
 Azimut 43, 77, 116, 118, 119, 123, 124, 138, 146

B

Bahndaten (GNSS) 285
 Bandmessung (Messband) 63
 Bandmessung in geneigtem Gelände 63
 Barometer (mechanische, elektronische) 211
 Barometerformel nach Jordan 210
 barometrische Höhenmessung 210
 Basisgebiete der Geodäsie 10
 Basisinformationen der Aufnahme 310
 Basisoperationen der Geodäsie 8
 Bauachsen abstecken 120
 Baugrube mit Volumenberechnung (DGM) 330
 Beam-Divergenz 268
 Beispiel 58, 119
 Hypothesentest 174
 Bessel-Ellipsoid 40
 Bezugssysteme 36
 Bias 163
 bikonkav, -konvex 242
 Bildfeldwölbung 244
 Bildgrösse 243, 244
 Bildumkehr (Prismenkombination) 241
 Bildweite 243, 246
 Blende (bei Linsen) 244
 Bogenschnitt 128
 bei der Punktbestimmung 128
 Böschungsverhältnis 22
 Brechungsgesetz von Snellius 239, 240
 Brechungsindex 89, 98, 227, 239, 240
 -gradient 227

Brechungswinkel 137, 138, 146, 147, 148
 Brechzahl 96, 244
 Brennpunktstrahlen 243
 Brennweite 243, 247
 Bruchkante 317, 325, 326, 327, 329, 330

C

C/A-Code 287
 CAD 310
 Chi-Quadrat-Test 174
 chromatische Aberration 244
 Clinometer 249
 codiertes Abtastverfahren (Winkelabgriff) 263
 Codierung
 Nivellierlatte 257
 Situationspunkte 316, 317, 329
 Collins (Rückwärtseinschneiden) 130
 COMPASS 288

D

Dachkantprismen 247
 Datenakquisition 13
 Datenerfassung 327
 Datum 36
 Deformationsmessungen 12
 Detailaufnahme 315, 316
 Dichtefunktion der Normalverteilung 161
 Digital Elevation Model DEM 326
 digitale Terrainmodell DTM 313, 319, 326
 digitales
 Höhenmodell DHM 326
 digitales Geländemodell DGM 326
 Dimensionsanalyse 187
 Dispersion 239, 240, 243, 244
 Distanzmesser
 elektronische 87, 93, 249, 253, 254, 257, 258, 263
 Distanzmesser, elektronisch 107
 Distanzmesssystem (Laserscanning) 267
 Distanzmessung 60, 63, 87, 91, 93
 elektronische 87, 93, 249, 253, 254, 257, 258, 263
 mechanische 254
 optische 96, 239, 241, 243, 244, 258, 260
 Distanzreduktion
 aus Punkthöhen 99, 100
 Berechnungsschema 106
 mit Zenitwinkeln 99, 101, 104
 Projektionskorrektur 103
 Zweck und Umfang 98
 Distanzzentrierung 107, 108
 Dokumentation
 Schnurgerüst 335, 336, 337
 Doppelaufnahme 174, 321, 325
 Doppelmeter 257
 Doppelnivellement 207, 217, 218, 219, 220
 Standardabweichung 221
 Doppelnivellement, Ausgleichung 174
 Doppelpendel 252, 253
 Doppelpentaprisma 61, 67
 Dosenlibelle 58, 71, 250, 251, 258
 Drehstreckung zur Koord.berechnung (Polygonzug) 136, 138, 139
 Dreiecksvermaschung (Geländemodell) 327, 328, 330

Dreifuss 69, 75
 Druck
 Einheiten 211
 Gradient 227
 DTM-Modellierung 313
 Durchhang 62, 63
 Durchhang beim Messband 63

E

ebener Winkel 16
 EDM (Elektronische Distanzmessung) 98, 106, 107
 Eichung 93
 Einbindeverfahren 66
 einfaches Nivellement 217
 Einfluchten, direkt 59
 Einfluchten, indirekt 60
 Einzelpunktaufnahme 312
 Einzelpunkteinschaltung 123, 126
 elektromagnetische Welle 87, 238
 elektronische
 Distanzmessung (EDM) 99, 107
 Drucksensoren (Höhenmesser) 249, 251, 253, 254, 255
 Neigungsmesser 263
 Wellenbereiche 88, 89
 Elektronische Distanzmessung 87
 Elektronische Drucksensoren 211
 elektronischer
 Tachymeter 85, 258, 259, 264
 Theodolit 82, 85, 248, 258, 259
 Ellipsoid (Erd-) 206, 215
 ellipsoidische Höhen 205
 Ellipsoidische Höhen 205
 Empfänger 87, 89, 91, 284, 286, 289, 293, 295, 296, 298
 empirische
 Standardabweichung 166, 167, 176
 Varianz 161, 165, 166, 167, 170, 176, 179, 184, 192, 193
 Ephemeriden 286, 291
 Erdkrümmung 104
 Einfluss auf Distanzreduktion 104, 226, 227
 Erdmessung 11, 12
 Erdoberfläche 8, 9, 202
 Erdradius 99, 102, 104
 Erwartungswert 161, 163, 164, 166, 171
 E-Teilung (Nivellierlatte) 216
 ETRS89 37
 Exzentrizität
 des Teilkreises 261

F

facility management 311
 Falllinie 321, 327
 Fehler
 grobe (gross errors) 159
 Fehlerarten 159
 Feinhorizontierung 71, 72, 74, 75
 Feinzentrierung 75
 Fermatsches Prinzip 239
 Fernrohr(-lagen), geodätische 77, 78, 80
 Fernrohr, geodätisches 246
 Aufbau.Funktion 246
 Fernrohrbild 78
 Flächenberechnung 150

Flächennivellement 217, 221, 222, 225, 257
 Fluchten 58, 59, 60, 61
 Fluchtungsgeräte 256
 Flüssigkeitskompensatoren 264
 Flüssigkeitssensoren 249
 Fokussiervorrichtung 246
 Footprint 268
 Forschung 13
 freie Stationierung
 numerisches Beispiel 141
 Freie Stationierung 132, 138, 144
 freier Nivellements zug 218
 Freier Polygonzug 134, 135, 137, 138
 Freiheitsgrad 166
 Frequenz 15
 Frequenzkorrektur 93, 94, 95, 98
 Frequenzmodulation 87
 Frosch (Lattenuntersatz) 216
 Fünfbandaufhängung (Pendelsystem) 252
 Fusschrauben (geodätischer Sensor) 73, 74

G

GALILEO 288
 Gauss'sche Flächenformel 150
 Gauss-Markoff-Modell
 Theorie 185
 Gauss'sche
 Glockenkurve 162, 174
 Schmiegunskugel 40
 Gebrauchshöhen 207
 Gefällverhältnis, -winkel 22
 Gegenstandsweite 243, 246
 Geländebrüche 326
 Geländelinie 326
 Geländeschnittaufnahme
 Messverfahren 319
 Gelenkviereck 254
 Genauigkeit
 innere 165
 innere (precision) 165
 Totalstationen 259, 260
 Genauigkeitsangaben
 bei Zenitwinkelmessungen (Beispiel) 194
 beim Abriss (Beispiel) 125, 194
 Genauigkeitsforderungen 315, 323, 324, 325
 im Bauwesen 317, 325
 in der amtlichen Vermessung 323
 Genauigkeitsklassen
 Distanzmessung (EDM) 92
 Nivelliere 264
 Richtungsmessung 83, 84, 93, 264
 Genauigkeitsmasse 158, 165, 178
 Geodäsie
 Aufgabengebiete 11
 Genauigkeitsspektrum 11
 geodätische
 Hauptaufgabe, zweite 173
 Koordinaten, -systeme 116
 Statistik
 neue und alte Begriffsbildung 189
 geographische
 Breite 40, 41
 Informationssysteme (GIS) 310
 Koordinaten 13, 14
 Länge 15, 41
 Geoid 202, 204, 205, 206, 208, 210, 215

Geoidundulation 204, 215
 geometrische
 Neigungsmessung 254
 Optik 238
 Reduktion 98, 99
 Geometrisches Nivellement 216
 Geostationäre Satelliten 298
 Geradenschnitt 127
 Gesamtteranz 191
 Geschlossener Polygonzug (Ringpolygon) 136
 Gewicht (Statistik) 168, 192, 193
 Gittermethode (Veranschung), DTM 327
 GLONASS 284, 288
 GMT im interdisziplinären Kontext 14
 GNSS
 Echtzeit-GNSS 296
 GNSS 259, 284, 285, 286, 287, 289, 291, 293, 295,
 296, 297, 298, 299
 Auswerteverfahren 289
 Codes 263, 287, 295
 cycle slips 294, 295
 cycle slips 291
 Doppeldifferenz 293
 double differences 293
 Dreifachdifferenzen 293
 ionosphere-free solution 294
 kinematic 296
 Kontrollsegment 285
 L1 und L2 286, 287, 290, 294, 298
 -Landesnetz LV 95 12
 Laufzeitmessung durch Codekorrelation 289
 Messages 287
 Messprinzipien 295, 297
 narrow lane solution 290
 Navigationenachrichten 287
 Navigationssignale 287
 Nutzersegment 285, 286
 On-The-Fly (OTF)- Methoden 296
 Phasenmessung 289
 Prinzip der relativen Punktbestimmung 293
 Pseudoentfernungsmessung 289
 rapit static 296
 Realtime-GNSS 296
 -Satellitenempfänger 298
 Signalstruktur 287
 single differences 293
 static 296
 stop and go 296
 Trägerfrequenz 290
 triple differences 293
 Troposphäre 291
 Weltraumsegment 285
 wide lane solution 290
 Gon 16, 17, 18, 22
 graphisches Werk 66
 Grenzabmass 190
 Grobhorizontierung 74
 Grobzentrierung 74
 Grösstmass 190
 Gruppengeschwindigkeit 96

H

Halbsatz 77
 Handgefällmesser 65
 Hauptaufgabe, erste geodätische 117
 Hauptaufgabe, zweite geodätische 118

Helmert-2D 45
 Helmertransformation 139
 Höhen
 Anforderung an Definition 203
 ellipsoidische 205, 215
 orthometrische 204, 205, 208, 215
 Höhenbestimmung 211, 212, 215, 217, 218, 219, 222, 224, 225, 226
 Gravimetrische 214
 Instrumente und Genauigkeiten 211
 trigonometrische 229
 Höhenbezugsfläche 203
 Höhendatum der Schweiz 207
 Höhendefinition
 Anforderungen 203
 Höhendifferenzen 208, 210, 224
 Höhenindex 240, 250, 263
 Höhenindexlibelle 79, 80, 263
 Höheninterpolation 328, 329
 Höhenmessung, barometrische 210
 Höhennetze in der Schweiz 207
 Höensysteme 202
 Höhenunterschied beim Nivellement 216
 Höhenverzeichnis 208
 Höhenwinkel 77, 80
 Höhere Geodäsie 11
 Hohlspiegel 243, 244
 Horizontalachse
 beim Theodoliten 258
 Horizontaldistanz, -messung 101, 102, 103, 104, 105, 107, 108
 Horizontalkreis 77, 78
 Horizontalpendel 252, 253, 254
 Horizontalwinkel 77
 Horizontierung eines geodätischen Sensors 73
 Hydrostatisches Nivellement 212

I

Impulsdeformation 90
 Impulslaufzeitverfahren 89
 Impulsmessverfahren 89
 Inclinometer 249
 Indexabweichung 80, 81, 263
 Industriemesstechnik 12
 Infrarotlaserdiode 257
 Ingenieurgeodäsie 12
 Fixpunktnetze 120
 Inklination 285
 Inclinometer 65
 inkrementaler Winkelabgriff 261
 Innenfokussierung 247
 Instrumentell bedingte Korrekturen 93
 Instrumentenabweichungen 86
 Interferometer 94
 Internationales Einheitensystem (SI) 15
 Interpolation bei Höhenlinien 328
 Isogonenkarte 43
 Istabmass, Istmass 190

J

Jalon 58, 59, 60, 61, 63
 Justierung 93, 248, 251, 252, 254, 255, 257
 Libelle bei gleichzeit. Horizontierg. einer Ebene 255
 Neigungssensoren 254, 263, 264

Rotationslasernivelliers 257

K

Kalibrierung 93, 160, 247
 Kamera-Scanner 269
 Karte 311, 313
 Kartennord 77, 122
 Karten-Nord 43
 Kartographie 311
 Kataster 311
 Katastervermessung 12
 Kathetenzuschlagsformel 21
 Kilometrierung 318
 Kippachsabweichung 82, 83, 84, 86
 Kippachse 82, 83, 85, 258
 Kleinstmass 190
 Klimatologie 311
 Koinzidenzlibelle 250
 Kollimationsfehler 82
 Koma 244, 245
 Kompensator 253, 257, 263, 264
 in Theodoliten 248, 253, 262, 263
 Konfidenzband 189
 Konfidenzellipse 171, 172, 189
 Beschreibung 171
 konkave
 Linsen 242, 243, 244, 245
 Kontrollrechnung für die Hauptaufgaben 118
 konvexe Linsen 243
 Koordinatensystem
 geodätische 12, 20
 kartesisches 116
 Mathematisches 18
 Koordinatensysteme
 3D- 31
 Ellipsoidische 33
 Kugelkoordinaten 32
 Topozentrisches lokales 3D 35
 Zylinderkoordinaten 31
 Koordinatensystem
 geodätisches 18
 Koordinatentransformation 45
 Ebene 44
 Korbbogen 332
 Korrekturen
 geometrische 99
 instrumentell bedingte 96, 98
 meteorologische 95, 96, 97, 98
 Kovarianz 193
 Kreisabsteckung
 orthogonale 333
 polare 334
 Kreisbogen 332
 Kreisbogenabsteckung 332
 Kreismessung 265
 Krete (Gelände) 317, 329
 Kreuzfedergelenk 253
 Krümmung 332
 Kugeldistanz auf Höhe Null 100

L

Lageaufnahme
 einfache Verfahren 66
 Lagefixpunkte, -netz (LFP) 120
 Lambertsches esetz 268

Landesnivellement, LN 95 207
 Landesvermessung (LV) 12, 41
 Fixpunktfeld 132
 Längendefinition (SI) 15
 Längenprofil 321, 322
 Laser Profiler 314
 Laserlot 71, 74
 Laserspot 268
 Lattenrichter 58
 Lattenuntersatz (Frosch) 216
 Libellen 249, 250, 254, 256, 258, 263
 Justierung 93, 248, 251, 252, 254, 255, 257
 Libellenachse 82, 252
 Licht 89, 95, 96, 238, 239, 240
 Lichtbrechung bei optischen Linsen 242
 Lichtgeschwindigkeit 87, 238, 239
 Linearitätsfehler 93, 263
 Linienabsteckung 331
 Liniennivellement 217, 218, 219, 220, 225
 Linsen
 Abbildungsfehler 244
 konvex.konkav 243
 optische 96, 239, 241, 243, 244, 258, 260
 Linsengleichung 243
 Linsentypen 242
 lokales
 Topozentrum 249
 Lot 71, 74
 Lotabweichung 206, 265
 Lotarten (geodätischer Sensor) 71
 Lotgeräte 256
 Lotlinie, -richtung 206
 Lotsensoren 249, 252, 258
 Lotung 256
 Lupe 243, 246
 LV03 41
 LV95 42

M

magnetische Deklination 43
 Masseinheiten 15
 Massstabsfaktor 45
 Massstabswellenlänge 90, 92
 Master-Kontrollstation 285
 Maxwell-Gleichungen 239
 mechanische
 Distanzmessung 87, 91, 93
 Median 164, 192
 Mehrdeutigkeiten
 Bestimmung 91
 Mehrwegausbreitung 292
 Meridian 40
 Meridiankonvergenz 43, 265
 Meridiankrümmungsradius 40
 Messband 58, 62, 63, 66, 67
 Beispiel 63
 Messfernrohr
 Aufbau und Funktion 246
 mit Innenfokussierung 247
 mit Okularauszug 247
 Messprogramm 141, 142
 Messprotokoll 143
 Messsignal 87, 89, 254
 Messunsicherheit 191
 Messverfahren
 allgemein 323, 326

Aufnahme, Übersicht 314
 Schnurgerüst 335, 336, 337
 Situation und Geländeform 315
 Messvorschrift 141
 Messwert (Statistik) 163
 meteokorrigierte Schrägdistanz 99
 meteorologische Korrektion 95, 96, 97
 Methode der kleinsten Quadrate 165, 174
 Methoden der Höhenbestimmung 209
 Methodik bei der Aufnahme 312
 Metrik 310
 Mikrowellen des NAVSTAR-GPS 89
 Minirefektorstock 337
 Mittel
 gewichtet, empirisch 168
 reduziertes (bei Satzmessung in 2 Lagen) 79
 Modell
 Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtg.
 189
 stochastisch 173
 Modellfehler 159
 Modellierung 272
 Modulationsformen 87
 Modulationsfrequenz 88, 90, 95
 Modulationswellenlänge 95, 96
 Moiré-Effekt 261
 Monitorstationen 285

N

Nadirlot 256
 Näherungsformel 20
 Navigation 12, 13
 NAVSTAR-GPS 284
 Mikrowellen 87, 89
 Neigungen (Absteckung, Aufnahme) 65
 Neigungsmessung
 dynamische 261
 geometrische 238, 254, 289, 292
 Instrumente 93, 259, 261
 Neigungssensoren 254, 263, 264
 Justierung 93, 248, 251, 252, 254, 255, 257
 Neigungsverhältnisse 22
 Nennmass 190
 Netzanlage
 Industrieanlage 120, 121
 Verkehrsprojekt 120
 Netzplan 121, 138, 141, 146
 Neugrad [gon] 16
 Niveauellipsoid 205
 Niveauflächen 202, 203, 204
 Nivellement
 einfaches 217
 hydrostatisches 213
 kantonale und kommunale 208
 mit Zwischenblicken 217, 225
 numerisches Beispiel 219
 trigonometrisches 230
 Nivellements-knoten 218, 219
 gewichtetes Mittel 169, 178
 Nivellementsreduktion 204
 Nivellementsschleife 218
 Nivellements-zug
 eingehängter 218
 freier 218
 Nivellierlatten 216, 257
 Nivelliertachymetrie 221

Nivelliertaster 213
 Nivellierverfahren 215, 217
 NMEA 299
 Nonius 261
 Nordrichtungen 43
 Geographisch-Nord 43
 Karten Nord 43
 Magnetisch-Nord 43
 Normalhöhen 205
 Normalverteilung 160, 161, 162, 164, 174
 Dichtefunktion 161, 162, 171
 standardisierte 161
 Normatmosphäre 95, 96

O

Objektiv 246, 247, 248
 Offsets 93
 Okular 246, 248
 Optik
 geodätischer Instrumente 256
 geometrische 238, 254, 289, 292
 physikalische 238
 optische
 Achse 242, 243, 244, 247, 253, 255, 265
 Distanzmessung 87, 91, 93
 Linsen 242, 243, 244, 245
 Weglänge 239
 Optische 3D-Messsysteme 266
 optischer
 Theodolit 82, 85, 248, 258, 259
 optisches
 Glas 239, 240, 241, 242, 243
 Optronik 238
 orientierte Richtung 77, 122, 124, 127
 Standardabweichung 125
 Orientierung
 Teilkreis (Abriss) 122
 Orthogonalverfahren 67
 orthometrische
 Schwerereduktion. Korrektion 207
 orthometrische Höhe 204, 205, 207, 208, 215
 orthoskopische Systeme 245

P

Panorama-Scanner 269
 Parallaxe 248
 Parallelstrahlen 243, 246
 Parallelversatz 241
 Parswert 250
 P-Code 287, 289
 Pencomputing 13
 Pendel 249, 254
 Pendelgriff 58, 59, 61
 Pendelkompensatoren 264
 Pendelsysteme 252
 Pentaprisma 241, 257
 Phasenbrechungsindex 96
 Phasendifferenz 274
 Phasengeschwindigkeit 96
 Phasennessung
 digitale 89, 251
 GPS 284, 285, 286, 287, 288
 Phasenmodulation 87, 88, 287
 Phasenvergleichsverfahren 90, 91, 92, 95
 Phasenverschiebung 91, 289, 295

Photogrammetrie 313, 319
 Pierre du Niton 207, 208
 planparallele Platte (Planplatte) 241
 polares
 Anhängen 117
 Polarisationsmodulation 88
 polygonometrische Bestimmungsarten 126
 Polygonzug 173, 175, 182, 183, 185
 beidseitig angeschlossen 135, 138
 Beidseitig angeschlossen 136
 Berechnungsmodell 139
 Einseitig 134
 einseitig angeschlossen 134, 135
 Freier 137
 Varianzfortpflanzung (allgemein) 182
 Präzessionsbewegung 265
 Präzision 165
 Präzisionsschlauchwaage 213
 primäre Scanverfahren 313
 Prinzip
 der relativen Punktbestimmung (GPS) 293
 Prismenreflektor 87, 89, 91, 94, 239, 241, 260
 Profilaufnahme 322
 Profilierung
 Dokumentation 338
 Projektionen 38
 Zylinderprojektion 38
 Promilleangaben 22
 Pseudo Random Noise (PRN) 287
 Pseudoäquator 40
 Punktarten (DGM) 326
 Punktgenauigkeit (zwei- und dreidimensional) 171,
 174
 nach Helmert 172
 Punktgitter 327
 Punktsignalisation 58
 Punktwolke 266, 267, 270, 271, 272

Q

Quadrantenregel 118
 Quadratgitter (DGM) 327
 Qualitätssicherung 19
 Quantenmechanik 238
 Quasigeoid 205
 quasi-simultane Methode des trigonometrischen
 Nivellements 230
 Querabweichung bei ungenauer Winkelbestimmung
 20
 Querkrümmungsradius 34
 Querprofil 318, 322

R

Radiant [rad] 16
 random noise 171
 Range Imaging 273
 Raster (Netzanlage) 120, 121, 312, 318, 319, 320,
 330
 Rasteraufnahme 312, 317, 319, 320, 321, 330
 Rasterdaten 313
 Raumbezogene Informationssysteme 13
 Räumliche Informationssysteme (RIS) 310, 325
 Reduktion 99, 101, 102, 103
 auf Höhe Null 99, 100, 102, 103
 aus Punkthöhen 99, 100
 geometrische 99

Referenzsysteme 36
 Reflektor (Prismenreflektor) 107, 241
 Reflexionsgesetz 239, 240
 Refraktion 104, 226, 227, 228, 230
 Analyse des Einflusses 105
 Refraktionskoeffizient 104, 228, 229, 230
 Refraktionswinkel 227, 228, 229
 Registrierung 271, 272
 Reichenbach'sche Distanzstriche 221
 Rho 17
 Richtung 77, 78, 79, 123, 124, 132, 133
 orientierte 77, 122, 124, 127
 Standardabweichung 125
 Richtungsmessung 77, 79, 83, 84, 93, 122, 126,
 141, 264
 Genauigkeitsangaben 177, 194
 Legende 126
 Richtungsmessung, exzentrisch 107
 RINEX-Format 259
 Röhrenlibelle 74, 250, 251, 254, 258
 Rotationsellipsoid 40
 Rotationsellipsoide
 Parameter 34
 Rotationslaser 222
 Justierung 93, 248, 251, 252, 254, 255, 257
 Rover 296
 Rückblickablesung 216, 217
 Rücktransformation 45
 Rückversicherung 336
 Rückwärtseinschneiden 129, 130, 138
 nach Cassini 130
 nach Collins 129

S

Sammellinse 242, 243, 246
 Satelliten 284, 285, 289, 291, 293, 295, 296
 Satellitenbahndaten 287
 Satellitenkonstellation 285, 294, 295
 Satz, -messung 78
 Satzmessung 77
 Scanverfahren, primäre und sekundäre 313
 schiefachsige, winkeltreue Zylinderprojektion 40
 Schlauchwaage 212, 213
 Schmiegunskugel 40
 Schnurgerüst 335, 336, 337
 Absteckung 334
 Absteckungsakten 336
 Anforderungen 336
 Kontrollmessungen 337
 Übergabeprotokoll 335, 336
 Zuständigkeiten 334
 Schnurlot 61, 71, 72
 Schrägdistanzmessung 107
 Schwebungsfrequenz 290
 Schweizer Landesprojektions-system 40
 Schwellwertbildung 261
 Schwere, -beschleunigung 202, 203, 205
 Schwerefeld 202, 203
 Schwimmlot 256
 Seitwärtseinschneiden 123, 127
 sekundäre Scanverfahren 313
 Selective Availability 287
 Sender 87, 89, 91
 Senkel 61, 63, 66, 67, 71, 72
 Senkel (Schnurlot) 61
 Sensoren mit Lotbezug 249

Servomethode (Neigungssensor) 253
 Setzlibelle 254
 SI Basiseinheiten 15
 Signalumformung 254
 Signaturen (Planinhalte) 315
 Sinussatz (Varianzberechnung) 180
 Space Vehicles 285
 Spektralbereich 238
 Spektrum
 der Geomatik 9
 elektromagnetischer Strahlung 88
 sphärische Aberration 244
 Spiegellinsen 243
 Spiegellinsenfernrohre 248
 Spielpunkt 58, 251, 252, 255, 263
 Staffelmessung (Messband) 63
 Staffelmethode 314, 319, 322
 Standardabweichung
 arithmetisches Mittel (Doppelnivellement) 221
 einer aus s Sätzen gemittelten Richtung 177,
 194
 einer Beobachtung mit Gewichtung 169
 einer einzelnen Beobachtung 166, 193
 einer gesamten Höhendifferenz 221
 einer in einem Satz beobachteten Richtung 177,
 194
 eines Polygonpunktes in Längs-. Querrichtung
 185
 empirische 166, 192, 193
 gewichtetes Mittel 169
 Gewichtseinheit 168, 169, 193
 Gewichtseinheit (Doppelnivellement) 221
 Kugeldistanz (Distanzreduktion) 101
 standardisierte Normalverteilung 161
 Standardnormalverteilung 161
 Stativaufstellung 69
 allgemeine Regeln 70
 Stativstern 70
 Stehachse 82, 83, 84, 85, 252, 255
 Stehachsschiefe 85, 86
 Sternwarte Bern 41
 Stichprobe 158
 Strahlensatz (Höhenlinieninterpolation) 328
 Strassenprojektierung
 DGM 311
 Strichkreuzplatte 246
 Strukturlinie 327
 Stützpunkte (DGM) 326, 327, 328
 SWIPOS 299
 Systematische Abweichungen 159

T

Tachymeter 85, 258, 259, 264
 Fertigungstoleranzen 81
 Tachymetrie
 mit Reflektor (Aufnahme) 314
 reflektorlos (Aufnahme) 314
 Tallinie (DGM) 327
 Telluroid 205
 Temperaturgradient 227, 228, 229
 Terrainmodell
 digitales 326
 terrestrische
 Methoden der Netzverdichtung 126
 terrestrisches Laserscanning 266, 276
 Terrestrisches Laserscanning 266

Einsatzgebiete 267
 terrestrisches Laserscanning 266
 Thematik 310
 Theodolit 82, 85, 248, 258, 259
 Tiltmeter 249
 Time-of-Flight-Distanzmessung 274
 Toleranzangabe 146
 Toleranzen im Bauwesen 190
 Toleranzstufen in der amtlichen Vermessung 323
 Topographie 315, 325
 topographische Landesaufnahme 12
 Topologie 310, 316
 Topologiecodierung 316
 Totalreflexion 240, 241, 249
 Totalstation 259, 260
 Genauigkeiten 284, 286, 295, 298
 Tracking 276
 Tracking des Zielpunktes 260
 Tracklight 260
 Trägerwellenlänge 90, 95, 96
 Transducer (Messumformer) 254
 Transformation
 Ähnlichkeits 44
 lokaler Koordinaten 45
 numerische Bestimmung der Parameter 46
 Rotation 45
 Translation 44
 Transformationseigenschaften
 der Ähnlichkeitstransformation 45
 Transformationsparameter der freien Stationierung
 132, 133
 Triggerung 261
 trigonometrische Höhenbestimmung 229
 Tripelprisma 241

U

Überbestimmung 158
 Übergabe der Absteckung 335, 338
 Übersicht terrestrisches Laserscanner 270

V

Varianz 161, 165, 166, 167, 170, 176, 179, 184,
 192, 193
 empirische 166, 192, 193
 Beispiel 166, 192
 Varianzberechnung beim Sinussatz 180
 Varianzfortpflanzung 170, 171, 180, 181, 182, 183,
 185, 186, 189, 191, 193
 einseitig angeschlossener Polygonzug 183
 Flächenberechnung 170
 Polygonzug allgemein 182
 Punktabsteckung 181
 trigonometrische Höhenbestimmung 180
 zweite geodätische Hauptaufgabe 186
 Vektordaten 312
 Verbesserung (Statistik)
 Berechnung bei Ausgleichung 177, 178
 Verbesserung v 164, 178
 Verkehrsanlagen
 Zuständigkeiten 334
 Vermaschung (DGM) 327, 328
 Vermessungskreisel 265
 Vermessungsskizze 66
 Verteilungen 160
 Vertikalachse 258

Vertikalpendel 252, 254
 Vertikalwinkel 77, 79, 80
 Vertikalwinkelmessung 79
 Vertrauensintervall 158
 Verzeichnung 238, 244, 245
 Videotheodolit 259
 Vierquadrantendioden 260
 Vollsatz (Richtungsmessung) 78
 Vorblickablesung 216, 217
 Vorbogen 332
 Vorwärtseinschneiden 123, 126, 127, 129, 130
 Vorzeichenregel zur 2. Geodätische Hauptaufgabe
 arcus-tangens 118
 P->R-Taste 118, 119

W

wahre Abweichung 170
 wahrer Wert 163, 164, 165
 Wahrscheinlichkeitsdichte 160, 161
 Wellenausbreitungsgeschwindigkeit 98
 Wellenlängenbereich 238
 Weltkoordinatensysteme 30
 Werk 66
 Werkraster 120
 WGS 84 (World Geodetic System) 215
 WGS84 284, 296
 Winkelabgriff
 dynamischer 262
 Winkelabschlussabweichung beim Polygonzug
 146, 149
 Winkelabweichung (Auswirkung auf Polygonzug)
 184
 Winkelarten
 Horizontal- und Vertikalwinkel 77
 Winkleinheiten 16, 17
 Winkelmessung 77, 107
 Wirtschaftlichkeitsprinzip 19

Y

Y-Code 287

Z

Zeitdefinition (SI) 15
 Zeit-Offset 289
 Zenitlot 256
 Zenitwinkel 77, 80, 81, 99, 102, 104, 105, 107, 108,
 138
 Zenitwinkelbeobachtung, gegenseitig-gleichzeitig
 229
 Zenitwinkelmessung
 Bedingungen 80
 Genauigkeitsangaben 178, 194
 Zentralstrahlen 243, 244
 Zentrierstab 71
 Zentrierung eines geodätischen Sensors 71
 Zerstreuungslinse 242, 244
 Zielachsabweichung 82, 83, 84, 86
 Zielachse 82, 85, 247
 Exzentrizität 261
 Zieldetektor 260
 Zielkugel 257
 Ziellinie 247, 250, 257
 Zielpunktverfolgung 260

-
- Zufällige Abweichungen 160
 Ursachen 160
Zufallsvariable 161, 171
Zusammenfassung der wichtigsten statistischen
 Formeln 192
Zuständigkeiten
- Schnurgerüst 335, 336, 337
Zuverlässigkeit von Beobachtungen 158, 174, 175
Zuverlässigkeitsprinzip 19
Zwangszentrierung 76, 141
zwei Fernrohrlagen 77, 78, 80
Zwischenblick 223